

ریاضی ۴ هجرت



عالیجناب ریاضی

فصل چهارم (مشتق)

سید امیر میرزوی

ارائه در نامه های فصل به فصل و بیان اشتباهات متداول

 @XY_Riazi

تمرینات و تستهای آموزشی، تمرین و ارزیابی

سوالات امتحان نهایی، تست های آزمون های بین المللی، کنکور داخل و خارج کشور

VERSION DH 9.8

مقدمه ای کوتاه -

پس از سالها تدریس ریاضی و دروس مهندسی عمران و معماری در دانشگاه، مدارس و آموزشگاه های برتر و شناخت نقاط ضعف و قوت دانش آموزان کنکوری در درس ریاضی، تصمیم گرفتم با تغییر کتاب های درس جزوه ای کامل و جامع برای دانش آموزان عزیزم گردآوری نمایم. از آنجا که همواره به برابری آموزشی در کشور عزیزمان ایران اعتقاد داشتم مصمم شدم این جزوه را که انشالله به زودی به کتاب تبدیل خواهد شد از طریق فضای مجازی در دسترس تمام دانش آموزان علاقمند کشورم قرار بدهم.

افتخار من تربیت و همراهی شاگردانی با رتبه های برتر کنکور و همپنین دانشجویانی قوی و تمیلگر است که همه آنها را اکنون در پست های مدیریتی، اجرایی مهندسی و پزشکی دوستان خود می دانم. امروز نیز هرکسی از این مکتوب استفاده نماید به گروه بزرگ دوستان من اضافه خواهد شد. شما در انتشار و استفاده از این جزوه آزادی چه با نام و چه بی نام و هیچ عقی بر دوش شما نیست...

تنها در صورتی که هرگونه ابهامی در جزوه مشاهده کردید، به تلگرام یا اینستاگرام شماره زیر پیام داده و آنرا مطرح نمایید و به من کمک کنید هر سال کاملتر از سال قبل باشم...

هرگز فراموش نکنید ترسوها همیشه سیاهپوش آرزوهای خود خواهند بود...

و شجاعت یعنی در مقابل هر شکستی بگوئید یکبار دیگر...

سیدامیر میرمویز

تایستان ۱۳۹۸

Telegram & instageram: @XY_Riazi

۰۹۱۱-۴۳۲-۲۴۲۲

I ♥ MATH

ریاضی دوازدهم

چهارم



مشق:

- آشنایی با مفهوم مشتق
- مشتق پذیری و پیوستگی
- آهنگ تغییر



@XY_Riazi

سال کنکور	۹۸	۹۹
تعداد سوال	۴	؟

دانلود از اپلیکیشن پادرس





**YOUR PAST MISTAKES ARE
MEANT TO GUIDE YOU,
NOT DEFINE YOU.**

پسرک پرسید: پدر بزرگ، درباره چه می نویسد؟

پدر بزرگ پاسخ داد: درباره تو پرسم، اما مهمتر از آنچه می نویسم، مدادی است که با آن می نویسم. می خواهم وقتی بزرگ شوی، مثل این مداد بشوی.

پسرک با تعجب به مداد نگاه کرد و چیز خاصی ندید بنابراین گفت: اما این هم مثل بقیه مداد هاست که دیده ام! پدر بزرگ گفت: بستگی دارد چگونه به آن نگاه کنی. در این مداد پنج صفت هست که اثر به دستش می آید، برای تمام عمرت با دنیا به آرامش می آید:

صفت اول: می توانی کارهای بزرگ کنی، اما هرگز نباید فراموش کنی که دستی وجود دارد که هر حرکت تو را هدایت می کند. اسم این دست خداست، او همیشه باید تو را در مسیر اراده اش حرکت دهد.

صفت دوم: باید گاهی از آنچه می نویسی دست بکشی و از مداد تراش استفاده کنی. این باعث می شود مداد کمی رنج بکشد اما آخر کار، نوشتن تیزتر می شود و اثری که از خود به جا می گذارد ظریف تر و باریک تر. پس بدان که باید رنج هایش را تحمل کنی، چرا که این رنج باعث می شود انسان بهتری شوی.

صفت سوم: مداد همیشه اجازه می دهد برای پاک کردن یک اشتباه، از پاک کن استفاده کنیم. بدان که تصحیح یک کار خطا، کار بدی نیست، در واقع برای اینکه خودت را در مسیر درست نگهداری، مهم است.

صفت چهارم: خوب یا شغل خارجی مداد مهم نیست، زغالی اهمیت دارد که داخل خوب است. پس همیشه مراقب باش درونت چه خبر است.

و سرانجام پنجمین صفت مداد: همیشه اثری که از خود به جا می گذارد. پس بدان هر کار در زندگی ات می کنی، ردی به جا می گذارد و سعی کن نسبت به هر کار می کنی، هوشیار باشی و بدانی چه می کنی.

درس اول: آشنایی با مفهوم مشتق

مشتق یا شیب؛ مساله این است

مشق در دنیا که ریاضی همان شیب است بنابراین بهتر است چند شیب قدمی یا همان مشق جدید را یادآوری کنیم

الف) شیب خط به کمک دو نقطه:

شیب خط به کمک دو نقطه از آن از فرمول زیر بدست می آید

$$m = a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

ب) شیب خط به کمک زاویه:

شیب خط به کمک زاویه α که با محور طولی ها که مثبت می سازد از رابطه زیر بدست می آید

$$m = a = \tan \alpha$$

پ) شیب خط به کمک معادله خط:

شیب خط در معادله است ندارد خط (تمام دنیا به طرف یا تنها یطرف) همان ضریب x است.

$$y = ax + b$$

مثال: مشق خط های زیر را بدست آورید:

الف) خط که از دو نقطه $[5, 2]$ و $[7, 6]$ می گذرد.

ب) خطی که با محور x زاویه 120° می سازد.

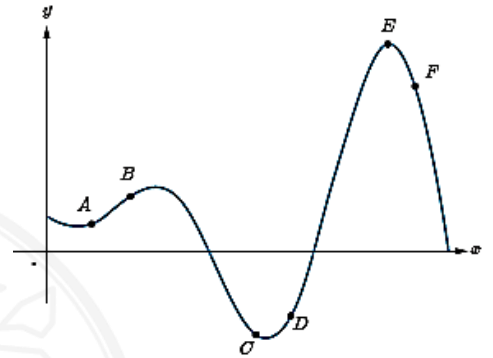
پ) خط به معادله $2y - x = 6$

یافتن شیب منحنی‌ها

چون شیب در منحنی‌ها بین هر دو نقطه متفاوت فرق میکند، بنابراین در مورد آنها شیب در یک نقطه باید مورد محاسبه قرار گیرد که به آن "شیب خط مماس بر منحنی در آن نقطه" می‌گویند.

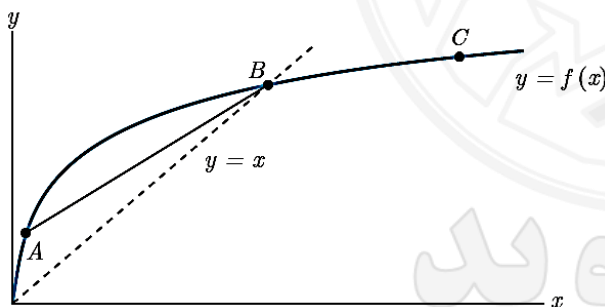
مثال ۲: نقاط داده شده روی منحنی زیر را با شیب‌های ارائه شده در جدول نظیر کنید. (کتاب صفحه ۷۵)

نقطه						
شیب	-۳	-۱	۰	۰/۵	۱	۲



مثال ۳: برای نمودار $f(x)$ در شکل زیر شیب‌های داده شده از "اف" تا "ج" را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

(کتاب صفحه ۷۵)



اف) شیب نمودار در نقطه A

ب) شیب نمودار در نقطه C

پ) شیب خط AB

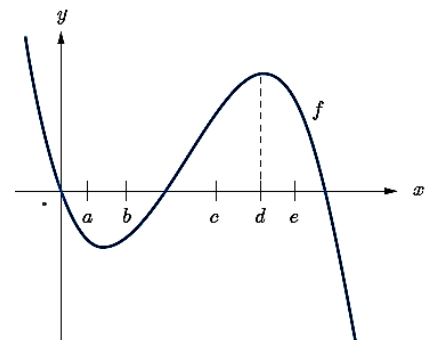
ت) شیب خط $y = 2$

ث) شیب خط $y = x$

مثال ۴: با در نظر گرفتن نمودار f در شکل، نقاط به طول‌های a و b و c و d و e را با مشتق‌های داده شده در

جدول نظیر کنید. (کتاب صفحه ۷۵)

x					
$f'(x)$	۰	۰/۵	۲	-۰/۵	-۲



مثال ۵: نقاطی مانند A و B و C و D و E و F و G را روی نمودار مشخص کنید به طوری که: (کتاب صفحه ۷۵)

الف) A نقطه ای روی نمودار است که شیب خط مماس بر نمودار در آن منفی است.

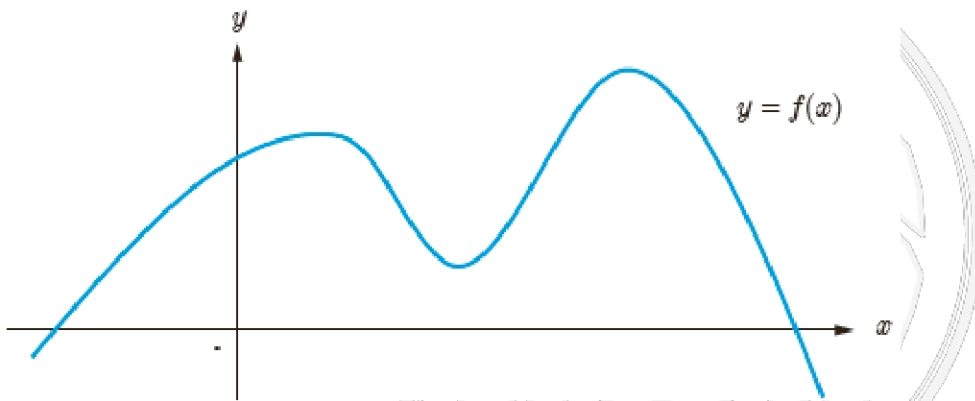
ب) B نقطه ای روی نمودار تابع است که مقدار تابع و مقدار مشتق در آن منفی است.

پ) C نقطه ای روی نمودار است که مقدار تابع در آنجا صفر است ولی مقدار مشتق در آن مثبت است.

ت) D نقطه ای روی منحنی است که مشتق در آنجا صفر است.

ث) نقاط E و F متفاوتی روی منحنی هستند که مشتق یکسان دارند.

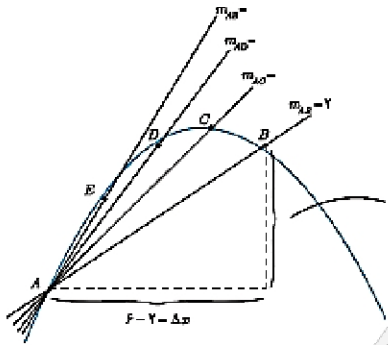
ج) G نقطه ای روی منحنی است که مقدار تابع در آنجا مثبت ولی مقدار مشتق منفی است.



میر هوید

شیب خط مماس بر منحنی

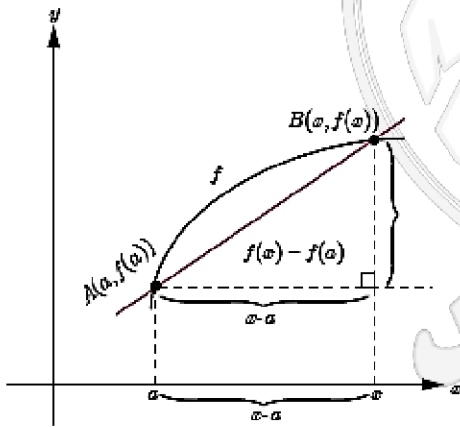
چون برای یافتن شیب نیاز به دو نقطه داریم برای محاسبه شیب خط مماس بر منحنی در یک نقطه هم، از دو نقطه استفاده میکنیم. فقط با این تفاوت که این دو نقطه بسیار بسیار به هم نزدیک انتخاب می شوند طوری که فاصله آنها از هم تقریباً صفر باشد.



$$m_{AB} = a_{AB} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$$

$$m_A = a_A = \lim_{B \rightarrow A} \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$$

حال اثر بخواهیم به صورت کلی تر و بر اساس رابطه تابع این موضوع را بنویسیم:



$$m_{AB} = a_{AB} = \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

$$m_A = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$



۱: به جای عبارت "شیب خط مماس بر منحنی تابع $f(x)$ در نقطه $x = a$ " از عبارت "مشتق تابع $f(x)$ در نقطه $x = a$ " استفاده می شود و آنرا با $f'(x)$ نشان می دهند.

مثال ۶: شیب خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = x^2 + 2x$ را در $x = 2$ واقع بر نمودار تابع بنویسید. (کتاب صفحه

(۷۲)

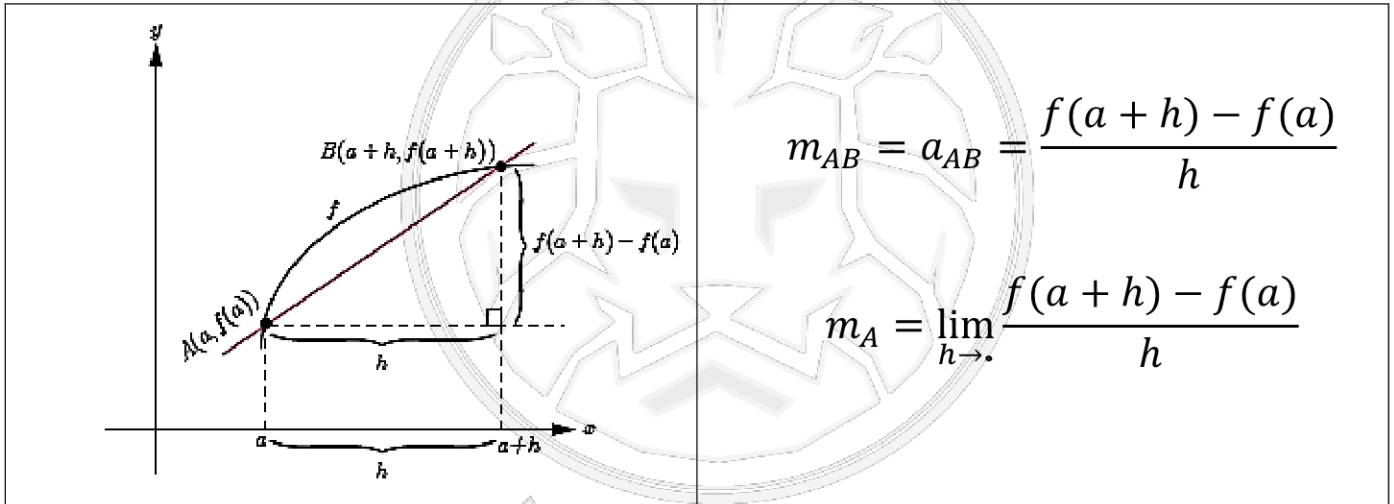


تست ۱: به ازای کدام مقدار a خط معادله $y = 5x + a$ بر نمودار تابع $y = 2x^2 - 3x + 6$ مماس است؟ (تجربی خارج ۱۳۹۷)

- (۱) -۳
(۲) -۲
(۳) ۲
(۴) ۳



۴: رابطه دیگری برای محاسبه دستتور مشتق تابع وجود دارد که می توان به کمک آن دستتور را بدست آورد و به کمک جاگذاری $x = a$ در دستتور، مشتق را در نقطه $x = a$ محاسبه نمود.



میر مویک

مثال ۲: شیب خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = -x^2 + 10x$ را در $x = 1$ و $x = 2$ واقع بر نمودار تابع بنویسید. (کتاب صفحه ۷۲).

مثال ۸: معادله خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ 2x - 3, & x > 1 \end{cases}$ را در نقطه ای به طول $x = 2$ بنویسید. (کتاب صفحه ۷۲)

مثال ۹: اگر $f(x) = |x + 2|$ آنگاه $f'(-1)$ را بدست آورید.

مثال ۱۰: اگر $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$ آنگاه $f'(2)$ را بدست آورید و
الف) معادله خط مماس بر منحنی $f(x)$ را در نقطه ای به طول ۲ واقع بر آن بنویسید. (کتاب صفحه ۷۵)

ب) معادله خط عمود بر منحنی $f(x)$ را در نقطه ای به طول ۲ واقع بر آن بنویسید.

میر هوید

مثال ۱۱: اگر $f(x) = x^3 - 2$ آنگاه $f'(-1)$ را بدست آورید. (کتاب صفحه ۷۵)

مثال ۱۲: نقاط A و B و C و D و E و F را روی منحنی زیر در نظر می‌گیریم. در مورد شیب منحنی در این نقاط کدام گزاره درست و کدام یک نادرست است؟ (کتاب صفحه ۷۵)

الف) شیب منحنی در همه این نقاط مثبت است.

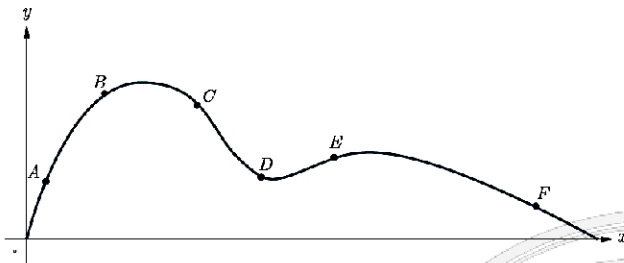
ب) $m_A < m_B$ (شیب خط مماس بر منحنی در نقطه A را با m_A نمایش داده ایم)

پ) $m_E < m_B < m_A$

ت) شیب منحنی در نقاط F و D و C منفی است.

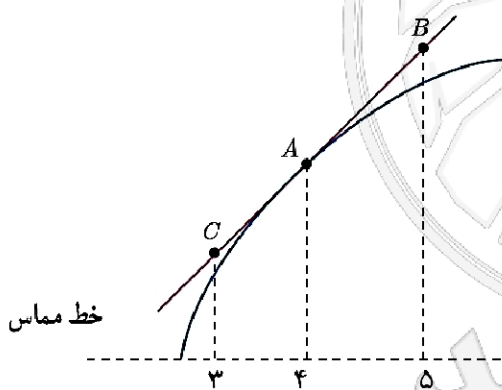
ث) $m_F < m_D < m_C$

ج) $m_C < m_D < m_F < m_E < m_B < m_A$



مثال ۱۳: برای تابع f در شکل روبه‌رو داریم: (کتاب صفحه ۷۵)

$f(4) = 25$ و $f'(4) = 1/5$ با توجه به شکل مشخصات نقاط A و B و C را بیابید.



میر مویک

مثال ۱۴: در هر ثانیه علی ۱ متر با دوچرخه و رضا ۱ متر با پای پیاده طی می‌کنند. به طوری که $s > z$. در یک زمان

داره شده، چگونگی می‌توانان مسافت طی شده توسط رضا و علی را مقایسه کرد؟ (کتاب صفحه ۷۵)

الف) علی $s - z$ متر بیش از رضا مسافت طی خواهد کرد.

ب) علی s متر بیش از رضا مسافت طی خواهد کرد.

پ) علی $\frac{1}{s}$ متر بیش از رضا مسافت طی خواهد کرد.

ت) علی s برابر رضا مسافت طی خواهد کرد.

ث) علی $\frac{1}{s}$ برابر رضا مسافت طی خواهد کرد.

فرمول های مشتق:

تابع مشتق:

همانطور که گفته شد به جای مشتق گیری در هر نقطه داده شده ، می توانیم به کمک فرمول زیر یک ضابطه برای تابع بدست آورد و پس از آن تمام نقاط خواسته شده را در آن جاگذاری کنیم .

$$m_A = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

فرمول های پایه مشتق:

۱- مشتق تابع ثابت:

$$f(x) = c \rightarrow f'(x) = 0$$

۲- مشتق تابع چند جمله ای:

$$f(x) = ax^n \rightarrow f'(x) = nax^{n-1}$$

۳- مشتق تابع رادیکالی:

$$f(x) = \sqrt{x} \rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f(x) = \sqrt[3]{x} \rightarrow f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

فرمول‌های جبری مشتق:

۱- فرمول مشتق جمع و تفریق توابع

$$U(x) = f(x) \pm g(x) \pm h(x) \rightarrow U'(x) = f'(x) \pm g'(x) \pm h'(x)$$

۲- فرمول مشتق ضرب عدد

$$U(x) = af(x) \rightarrow U'(x) = af'(x)$$

۳- فرمول مشتق ضرب توابع

$$U(x) = f(x) \times g(x) \rightarrow U'(x) = f'(x) \times g(x) + g'(x) \times f(x)$$

۴- فرمول مشتق تقسیم توابع

$$U(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \rightarrow U'(x) = \frac{f'(x) \times g(x) - g'(x) \times f(x)}{g^2(x)}$$

۴- فرمول ترکیب توابع (اول نیش بعدا خودش)

مشتق گیری از داخل شروع می شود بعد به سراغ خود تابع می رویم.

$$U(x) = f(g(x)) \rightarrow U'(x) = g'(x) \times f'(g(x))$$

مثال ۱۵: مشتق تابع های زیر را به دست آورید (کتاب صفحه ۱۷)

$$الف) f(x) = -\frac{1}{3}x^3$$

$$ب) g(x) = 5x^4 + 12x^2 - \sqrt{2}$$

$$پ) h(x) = (2x^3 + 1)(-x^2 + 7x - 2)$$

$$ت) t(x) = \frac{(2x^2 - 4)}{3x + 1}$$

$$ث) f(x) = \frac{1}{x - 4}$$

$$ج) g(x) = \left(\frac{-3x - 1}{x^2 + 5}\right)^2$$

$$چ) h(x) = \frac{x}{2x^2 + x - 1}$$

$$ح) t(x) = (x^3 + 1)^3(5x - 2)$$

$$خ) f(x) = (x^2 + 1)(\sqrt{5x + 2})$$

$$د) g(x) = \frac{x^2 - 3x + 1}{-3x + 1}$$

$$ز) h(x) = \frac{-9x + 1}{\sqrt{2x + 1}}$$

مثال ۱۶: اگر $f(x)$ و $g(x)$ توابع مشتق پذیر باشند و $f(2) = 3$ و $f'(2) = 5$ و $g(2) = 8$ و $g'(2) = -6$ آنگاه مقدار $(f \cdot g)'(2)$ و $(\frac{f}{g})'(2)$ را به دست آورید.

تست ۲: مشتق تابع $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ در نقطه $x = 1$ برابر ۳ است. اگر $f(1) = 0$ و $f'(1) = -4$ و $g'(1)$ موجود باشد، مقدار $g(1)$ کدام است؟ (تجربین داخل ۱۳۸۱)

- (۱) $-\frac{4}{3}$ (۲) $-\frac{2}{4}$
 (۳) $\frac{2}{4}$ (۴) $\frac{4}{3}$

مثال ۱۷: اگر $h(x) = (x^2 + 3x + 1)^7$ مطلوبت $h'(x)$

مثال ۱۸: اگر $y = (\frac{x^2}{3x-1})^5$ مطلوبت مشتق تابع.

تست ۳: به ازای کدام مقدار a خط معادله $y = 5x + a$ بر نمودار تابع $y = 2x^2 - 3x + 6$ مماس است؟ (تجربین خارج ۱۳۹۷)

- (۱) -3 (۲) -2
 (۳) 2 (۴) 3

🧐 **تست ۴:** اگر $f(x) = \sqrt{\frac{3x-1}{2x+1}}$ نقطه $f'(2)$ کدام است؟ (تجربین داخل ۱۳۸۱)

- (۱) -0.2 (۲) -0.1
(۳) 0.1 (۴) 0.2

🧐 **تست ۵:** مشتق تابع $f(x) = x^3 \sqrt{\frac{2x+1}{x+2}}$ در نقطه $x = -3$ کدام است؟ (تجربین خارج ۱۳۹۸)

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$
(۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

🧐 **تست ۶:** اگر $f(x) = \frac{x^3-2}{1+x^3}$ و $g(x) = \sqrt[3]{x-1}$ حاصل $g'(x) \cdot f'(g(x))$ کدام است؟ (ریاضی داخل)

(۹۲)

- (۱) $\frac{3}{x}$ (۲) $\frac{3}{x^2}$
(۳) $\frac{1}{3x}$ (۴) $\frac{x-3}{x^2}$

🧐 **تست ۷:** اگر $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ و $g(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ حاصل $g'(f(x)) \cdot f'(x)$ کدام است؟ (ریاضی خارج)

(۹۲)

میرمویک

- (۱) -1 (۲) 1
(۳) x (۴) $\frac{1}{2}x$

🧐 **تست ۸:** اگر $f'(1) = g'(1) = -g(1) = -g'(1) = h'(0) = 2h'(0) = -g(1)$ مقدار مشتق تابع $f \circ g \circ h$ در صفر کدام است؟ (ریاضی خارج ۱۸۵)

- (۱) -2 (۲) $-\frac{1}{2}$
(۳) $\frac{1}{2}$ (۴) 2

تست ۹: دو تابع با ضابطه‌های $f(x) = 3x + |x|$ و $g(x) = \frac{3}{4}x + a|x|$ مفروض اند. به ازای کدام مقدار a تابع $g \circ f$ در مبدأ مختصات مشتق پذیر است؟ (ریاضی خارج ۹۳)

- (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{2}$
 (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) هیچ مقدار

تست ۱۰: اگر $g(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ و $(f \circ g)'(2) = 6$ باشد، $(f)'(5)$ کدام است؟ (تجربی داخل ۱۳۹۸)

- (۱) -2 (۲) -1
 (۳) 2 (۴) 3

تست ۱۱: خط به معادله $y = 3x - 5$ در نقطه $x = 2$ بر نمودار تابع $y = g(x)$ مماس است. اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-f(1)}{2x-2}$ باشد، $(f \circ g)'(2)$ کدام است؟ (ریاضی خارج ۹۸)

- (۱) 1 (۲) 2
 (۳) 3 (۴) 4

تست ۱۲: اگر $f'(x) = \frac{1}{x}$ مشتق تابع $f(x + \sqrt{1+x^2})$ کدام است؟ (ریاضی خارج ۸۵)

- (۱) $-x + \sqrt{1+x^2}$ (۲) $x - \sqrt{1+x^2}$
 (۳) $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ (۴) $\sqrt{1+x^2}$

تست ۱۳: اگر $f(x) = \frac{3}{4} - \sqrt{x+2}$ آنگاه مشتق تابع $f(xf(x))$ در نقطه $x = 2$ کدام است؟ (ریاضی داخل ۸۹)

- (۱) -1 (۲) $-\frac{1}{4}$
 (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) 1



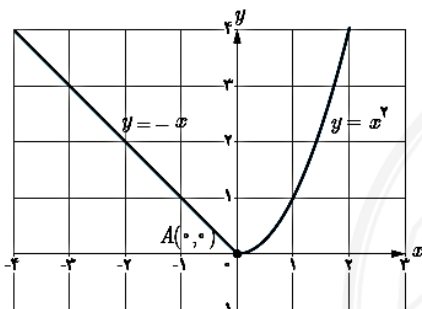
تست ۱۴: اگر $f(x) = \frac{4}{5}x - \frac{1}{5}|x|$ و $g(x) = 4x + |x|$ باشند، متوابع $f \circ g$ کدام است؟ (تجربین)

داخل (۱۳۹۴)

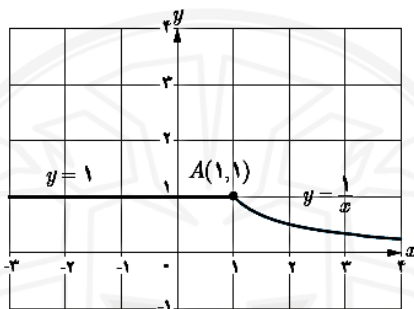
- (۱) ۲ (۲) ۳
(۳) ۴ (۴) متوابع ندارد

مثال ۱۹: با محاسبه متوابع راست و متوابع چپ توابع داده شده در نقطه A نشان دهید که این توابع در نقطه A چه

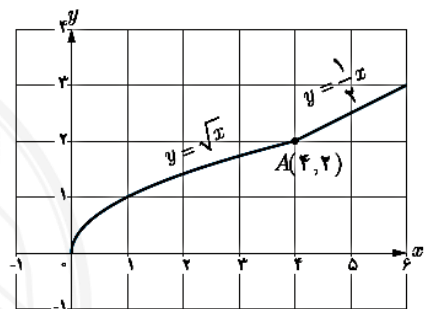
وضعی از نظر متوابع دارد (کتاب صفحه ۹۰)



(الف)

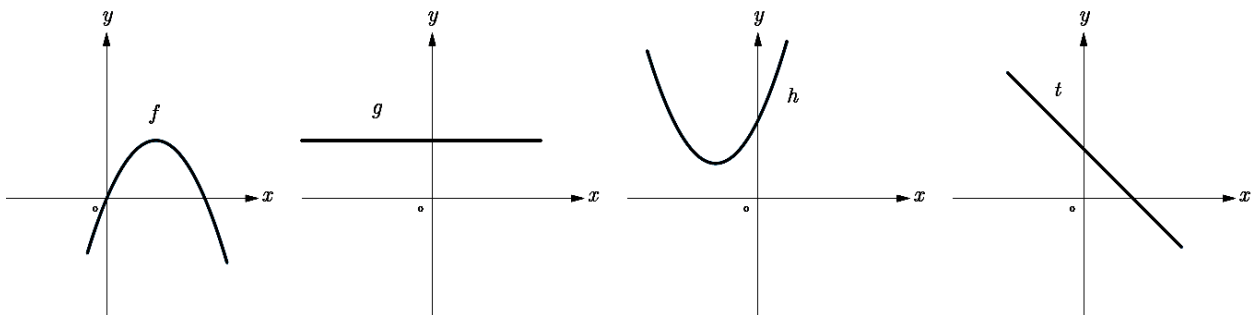


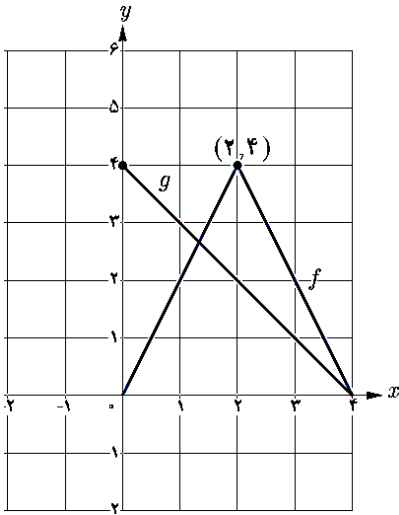
(ب)



(ب)

مثال ۲۰: نمودار تابع متوابع نمودارهای زیر را به صورت تقریبی رسم کنید. (کتاب صفحه ۹۱)





مثال ۲۱: نمودار توابع f و g را در شکل زیر در نظر بگیرید. (کتاب صفحه ۹۲)

الف) اگر $h(x) = f(x) \cdot g(x)$ مطلوبت $h'(1)$ و $h'(2)$ و $h'(3)$

ب) اگر $k(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ مطلوبت $k'(1)$ و $k'(2)$ و $k'(3)$



میر هوید

ترکیب حد و مشتق:

در بسیاری موارد از حد تعریف مشتق، برای درخواست غیر متقیم مشتق گیری در تست ها استفاده می شود. در این حالت بهترین روش هویتال گیری می باشد که ساده و سریع است چون این حد ها بعد جاگذاری مبهم صفر صفر هم می شود.

تست ۱۵: مشتق تابع f در نقطه $x = 2$ به صورت $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(2+h)^2 + k(2+h) - 2k - 8}{h}$ بیان شده است. k کدام است؟ (ریاضی داخل ۸۱)

- (۱) ۲
(۲) ۳
(۳) ۴
(۴) ۶

تست ۱۶: خط گذرا از دو نقطه $(1, 2)$ و $(-1, 3)$ بر منحنی پیوسته $y = f(x)$ در نقطه $x = 3$ مماس است. حد عبارت $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f^2(x) + 4f(x) - 5}{3-x}$ وقتی $x \rightarrow 3$ کدام است؟ (ریاضی خارج ۹۲)

- (۱) ۲
(۲) ۳
(۳) ۴
(۴) ۵

تست ۱۷: در تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{\frac{4x+5}{x+3}}$ حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ کدام است؟ (تجربیه خارج ۱۳۹۵)

- (۱) $\frac{7}{48}$
(۲) $\frac{5}{24}$
(۳) $\frac{7}{24}$
(۴) $\frac{7}{16}$

تست ۱۸: اگر $f(x) = (x-2)\sqrt{x^2}$ حاصل $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(-1+\Delta x) - f(-1)}{\Delta x}$ کدام است؟ (تجربیه خارج ۱۳۸۴)

- (۱) ۲
(۲) ۳
(۳) $\frac{2}{3}$
(۴) $\frac{4}{3}$

🧐 **تست ۱۹:** اگر $f(x) = (x^2 - x)$ و $g(x) = \sqrt{2x}$ حاصل $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(2+\Delta x) \cdot g(2+\Delta x) - f(2)g(2)}{\Delta x}$ برابر کدام است؟ (تجربین داخل ۸۲)

- (۱) ۳
(۲) ۲
(۳) ۶
(۴) ۷

🧐 **تست ۲۰:** در تابع با ضابطه $f(x) = \left(\sqrt{\frac{x+2}{2x-3}}\right)^3$ حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ کدام است؟ (تجربین داخل ۹۵)

- (۱) -۲۱
(۲) -۱۸
(۳) ۱۲
(۴) ۱۵

🧐 **تست ۲۱:** اگر تابع f در $x = -2$ مشتق پذیر و $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-2+h) + 3}{h} = \frac{1}{2}$ باشد، آنگاه مشتق $f(x)$ در $x = -2$ کدام است؟ (ریاضی خارج ۹۶)

- (۱) ۸
(۲) ۱۰
(۳) ۱۲
(۴) ۱۴

🧐 **تست ۲۲:** اگر $f(x) = (x^2 - x - 2)\sqrt{x^2 - 7x - 2}$ حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h}$ کدام است؟ (ریاضی داخل ۹۲)

- (۱) -۶
(۲) -۳
(۳) $-\frac{3}{2}$
(۴) $-\frac{3}{4}$

🧐 **تست ۲۳:** در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{1+\sqrt{x}}{5-2x}$ حاصل $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4}$ کدام است؟ (تجربین داخل ۹۸)

- (۱) $\frac{4}{9}$
(۲) $\frac{5}{12}$
(۳) $\frac{7}{12}$
(۴) $\frac{5}{7}$

🧐 **تست ۲۴:** در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{-x-1}{\sqrt{x}}$ حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\frac{1}{4}+h) - f(\frac{1}{4})}{h}$ کدام است؟ (تجربین خارج ۱۳۹۸)

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

🧐 **تست ۲۵:** اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x) - g(2)}{x - 2} = \frac{2}{3}$ و $f(x) = \sqrt{5 - x^2}$ آنگاه $(g \circ f)'(1)$ کدام است؟ (ریاضی خارج ۸۷)

- (۱) $-\frac{2}{3}$
(۲) $-\frac{1}{3}$
(۳) $\frac{1}{3}$
(۴) $\frac{2}{3}$

🧐 **تست ۲۶:** اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ مشتق $f(\sqrt{|x| + 3})$ در نقطه $x = -1$ کدام است؟ (ریاضی خارج ۸۷)

- (۱) $-\frac{1}{2}$
(۲) $\frac{1}{12}$
(۳) $-\frac{1}{2}$
(۴) $-\frac{1}{12}$

🧐 **تست ۲۷:** تابع f در $x = 2$ مشتق پذیر است. اگر $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - 9}{h}$ باشد، مشتق تابع $g(x) = x\sqrt{f(x)}$ در $x = 2$ کدام است؟ (ریاضی خارج ۹۵)

- (۱) $\frac{2}{5}$
(۲) ۳
(۳) $\frac{3}{5}$
(۴) ۴

🧐 **تست ۲۸:** اگر تابع f در $x = 4$ مشتق پذیر باشد، و $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) + 7}{x - 4} = \frac{-3}{2}$ باشد، آنگاه مشتق $\frac{f(2x)}{x}$ در $x = 2$ کدام است؟ (ریاضی داخل ۹۶)

- (۱) $-\frac{1}{4}$
(۲) $-\frac{1}{2}$
(۳) $\frac{1}{4}$
(۴) $\frac{1}{2}$

🧐 **تست ۲۹:** اگر $f(x) = x + \sqrt{x}$ و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \frac{4}{3}$ باشد، $(f \circ g)'(1)$ کدام است؟ (ریاضی داخل ۹۸)

- (۱) $\frac{2}{3}$
(۲) $\frac{4}{3}$
(۳) ۲
(۴) ۳



میر هوید



میر مویید

تست های بخش مفهوم مشتق و فرمول های آن

ریاضی ۳ - فصل چهارم - درس اول و دوم

۱ مشتق تابع $f(x) = \frac{1}{1+x}$ در $x = -\frac{1}{2}$ کدام است؟

- (۱) -۸
(۲) ۴
(۳) -۲
(۴) ۲

۲ اگر $f(x) = (\frac{\sqrt{x}}{x-4})^3$ حاصل $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(4)-f(x)}{4-x}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{7}{4}$
(۲) $-\frac{21}{4}$
(۳) -۷
(۴) ۲۱

۳ اگر f تابعی مشتقپذیر و $f(\frac{x+1}{x-1}) = x^2$ باشد، آنگاه $f'(3)$ کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) -۱
(۳) ۲
(۴) -۲

۴ مجموع مقادیر ممکن برای k به شرط آنکه خط $y = kx - 3$ بر منحنی تابع $y = x^2 - \frac{3}{4}$ مماس شود، کدام است؟

- (۱) ۳
(۲) ۶
(۳) صفر
(۴) $\frac{15}{4}$

۵ اگر شیب خط مماس بر تابع $f(x) = \frac{1}{x+a}$ در نقطه $x = 1$ برابر $-\frac{9}{4}$ باشد، مقدار a کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $\frac{5}{3}$
(۲) $-\frac{5}{2}$
(۳) $\frac{1}{2}$
(۴) $-\frac{1}{3}$

۶ اگر f تابعی مشتقپذیر باشد، حاصل حد $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+\delta h)-f(a)}{\delta h}$ کدام است؟

- (۱) $\delta f'(a)$
(۲) $\frac{1}{\delta} f'(a)$
(۳) $\frac{\delta}{\delta} f'(a)$
(۴) $\frac{1}{\delta} f'(a)$

۷ اگر $f(2) = 4$ ، $f'(2) = 6$ و $f(x) = \frac{x^2}{g(x)}$ باشد، آنگاه مقدار $g'(2)$ چقدر است؟

- (۱) ۱
(۲) -۱
(۳) $\frac{1}{2}$
(۴) $-\frac{1}{2}$

۸ اگر خط $y = 10x - 10$ در نقطه برخوردش با محور x ها بر منحنی $y = f(x)$ مماس باشد، مشتق تابع $y = (f(x) + f^2(x))(x^3 - 2)(x^3 - 3) \dots (x^3 - 10)$ در نقطه $x = 1$ کدام است؟

- (۱) $10!$
(۲) $-10!$
(۳) $2 \times 10!$
(۴) $-2 \times 10!$



۹ اگر $f(x) = (\frac{x^2}{F} - 1)\sqrt{Fx^2}$ حاصل $\lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{f(\lambda+F) - f(F)}{\lambda}$ کدام است؟

۱۰ (۲) ۸ (۱)

۱۲ (۴) ۶ (۳)

۱۰ اگر $\lim_{x \rightarrow -F} \frac{f(x) - f(-F)}{x + F} = 3$ مشتق تابع $y = f(x^3 - 5x)$ در $x = 1$ کدام است؟

(۲) -۸ (۱) -۶

(۴) -۱۷۶ (۳) -۴۴

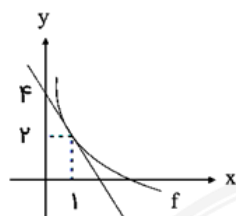
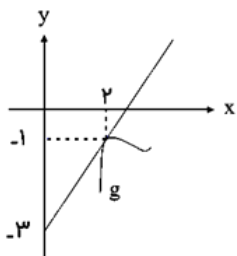
۱۱ در شکل‌های زیر، خط‌ها بر منحنی‌های f و g مماس‌اند. حاصل $(g \circ f)'(1)$ کدام است؟

(۱) -۴

(۲) -۲

(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) ۴



۱۲ اگر $f(x) = x + 2\sqrt{x+1}$ مشتق $f(\frac{e}{f(x)})$ به ازای $x = 0$ کدام است؟

(۲) $\frac{3}{2}$ (۱) $-\frac{3}{2}$

(۴) -۹ (۳) $\frac{1}{2}$

۱۳ اگر f یک چندجمله‌ای از درجه n باشد، به طوری که مشتق $f' \circ f''$ از درجه ۱۹ باشد، عدد طبیعی n کدام است؟

(۲) ۱۲ (۱) ۶

(۴) ۹ (۳) ۸

۱۴ اگر $f(x)$ یک چندجمله‌ای باشد و $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(1-h) + f'(1+2h)}{h} = 6$ ضابطه $f(x)$ کدام می‌تواند باشد؟

(۲) $f(x) = x^3 - 3x + 2$ (۱) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$

(۴) $f(x) = x^3 + x^2 - 5x$ (۳) $f(x) = x^3 + 3x^2$

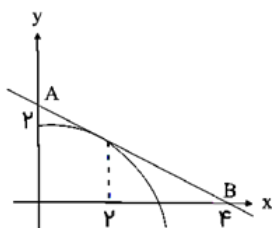
۱۵ در شکل، خط AB بر منحنی $y = f(x)$ مماس است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f''(x) + f(x) - 2}{x - 2}$ کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{2}$

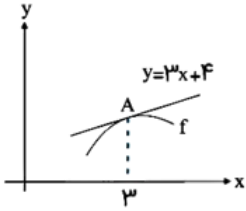
(۲) -۱

(۳) $-\frac{3}{2}$

(۴) -۲



باتوجه به شکل زیر، حاصل کدام یک از حدهای زیر قطعاً صحیح است؟



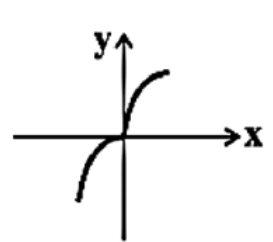
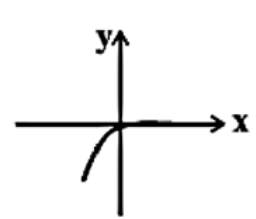
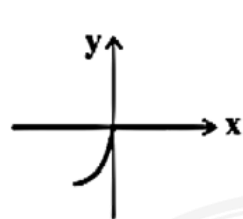
$$\lim_{x \rightarrow l} \frac{f(x) - l^3}{x - l} = F \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow l} \frac{f(x) - F}{x - l} = l^3 \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow l} \frac{f(x) - l^3}{x - l} = l^3 \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow l} \frac{f(x) - l^3}{x - l} = l^3 \quad (4)$$

اگر $f(x) = |x[x]| \sqrt[3]{x}$ باشد نمودار آن در اطراف $x = 0$ به کدام شکل است؟ ([] علامت جزء صحیح است)



فرض کنید f یک چندجمله‌ای است؛ به طوری که $f \circ f'$ از درجه ۱۲ می‌باشد. مشتق $f' \circ f'$ از درجه چند است؟

(۲) ۵

(۱) ۴

(۴) ۸

(۳) ۶

اگر $f(x) = \frac{x^r}{x^r - 2x + F}$ و $g(x) = \frac{F}{x^r - 2x + F}$ حاصل $f'(x) + 2g'(x)$ کدام است؟

(۲) صفر

(۱) ۱

$$\frac{Fx^r + 8x^r - x + F}{(x^r - 2x + F)^2} \quad (4)$$

$$\frac{x^r + 7x - 8x^r + F}{(x^r - 2x + F)^2} \quad (3)$$

اگر $f(x) = \frac{\sqrt{1+x^2}}{x}$ و $(f'(x))^2 + f(x)f''(x) = \frac{k}{x^F}$ باشند، آنگاه مقدار k کدام است؟

(۲) -۳

(۱) -۱

(۴) ۳

(۳) ۲

پس خبرگ تست

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

پس خیرگ تست

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

درس دوم: مشتق پذیری و پیوستگی

مشتق چپ و راست

اگر مشتق را در سمت راست نقطه بگیریم (از سمت راست به نقطه نزدیک شویم) به آن مشتق راست می‌گویند و با علامت $f'_+(x)$ نشان می‌دهند. و به آن شیب نیم مماس راست می‌گویند.

اگر مشتق را در سمت چپ نقطه بگیریم (از سمت چپ به نقطه نزدیک شویم) به آن مشتق چپ می‌گویند و با علامت $f'_-(x)$ نشان می‌دهند. و به آن شیب نیم مماس چپ می‌گویند.

$$f'_+(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

$$f'_+(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a + h) - f(a)}{h}$$

$$f'_-(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

$$f'_-(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a) - f(a + h)}{h}$$

مثال ۲۲: اگر $f(x) = |x + 2|$ آنگاه $f'(-1)$ را بدست آورید

مثال ۲۳: مشتق پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & , x \geq 1 \\ 2x & , x < 1 \end{cases}$ را در نقطه $x = 1$ بررسی کنید (کتاب صفحه ۹۱)

مشتق چپ و راست

مشتق چپ و راست بیشتر در موارد قدر مطلق یا برآنت استفاده میشود.

تست ۳۰: اگر تابع f در x مشتق پذیر و $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ مقدار $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(x)-f(x-h)}{h}$ کدام است؟ (تجربین داخل ۱۳۸۰)

- (۱) $2 - f(x)$ (۲) $2 + f(x)$
(۳) 2 (۴) -2

تست ۳۱: حد عبارت $\frac{|x^2-x-2|}{2x-\sqrt{x^2+12}}$ وقتی $x \rightarrow 2^-$ کدام است؟ (ریاضین داخل ۹۰)

- (۱) -3 (۲) -2
(۳) 2 (۴) 3

تست ۳۲: اگر $f(x) = |x-2| + \sqrt{2x}$ باشد حاصل $\lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{f(2+\Delta x)-f(2)}{\Delta x}$ کدام است؟ (تجربین داخل ۸۳)

- (۱) -2 (۲) $-\frac{1}{2}$
(۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{2}{2}$

تست ۳۳: در تابع $f(x) = |x| \cdot [x]$ مقدار $f'_+(0) - f'_-(0)$ کدام است؟ (تجربین داخل ۸۷)

- (۱) -1 (۲) صفر
(۳) 1 (۴) 2

تست ۳۴: در تابع $f(x) = |x-1| + x\sqrt{x}$ مقدار $f'_+(1) - 3f'_-(1)$ کدام است؟ (تجربین داخل ۹۰)

- (۱) 2 (۲) 3
(۳) 4 (۴) 5

🧐 **تست ۳۵:** مشتق راست تابع با ضابطه $f(x) = ([x] - |x|)\sqrt{9x}$ در نقطه $x = -3$ کدام است؟ (ریاضی داخل ۹۳)

- (۱) $-\frac{17}{3}$
 (۲) -5
 (۳) -4
 (۴) $\frac{7}{3}$

🧐 **تست ۳۶:** اگر $f(x) = \frac{x^2}{|1-x|} [x]$ باشد، $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ کدام است؟ (ریاضی خارج ۹۷)

- (۱) $\frac{1}{4}$
 (۲) $\frac{1}{2}$
 (۳) $\frac{2}{4}$
 (۴) وجود ندارد

🧐 **تست ۳۷:** اگر $f(x) = \sqrt{x^2 - [x] + |x|}$ باشد، $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ کدام است؟ (ریاضی داخل ۹۷)

- (۱) $\frac{1}{2}$
 (۲) $\frac{5}{4}$
 (۳) $\frac{2}{4}$
 (۴) $\frac{5}{2}$

🧐 **تست ۳۸:** مشتق چپ تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{1 - \sqrt{1 - x^2}}$ در نقطه $x = 0$ کدام است؟ (ریاضی داخل ۸۹)

- (۱) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
 (۲) $-\sqrt{2}$
 (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 (۴) $\sqrt{2}$

میرمویک

مشتق پذیری تابع

اگر تابع $f(x)$ در نقطه $x = a$ پیوسته نباشد، آنگاه $f(x)$ در نقطه $x = a$ مشتق پذیر نیست.

حتی اگر تابع در یک نقطه پیوسته باشد، دلیل ندارد حتما در آن نقطه مشتق پذیر باشد و فقط در حالتی مشتق پذیر است که مشتق چپ و راست در آن نقاط مساوی باشد.

$$f'_-(x) = f'_+(x)$$

نکته ۳۳: تابعی در یک نقطه مشتق پذیر است که مشتق چپ و راست تابع در آن نقطه موجود و برابر باشد.

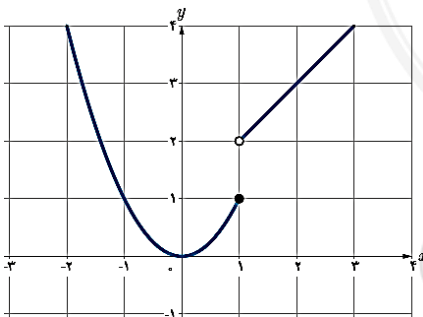


کنکوری ۴: بجز در توابع چند ضابطه و قدر مطلق و برآنتی که باید مشتق چپ و راست را جداگانه محاسبه و



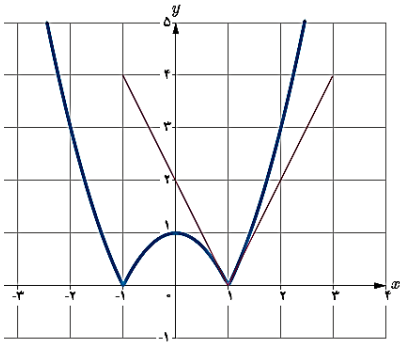
برابری آنها را بررسی کرد در بقیه موارد مشتقات، در صورت پیوستگی بدون واسطه فقط خاصیت مشتق را پیدا کنید.

مثال ۲۴: مشتق پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ x+1, & x > 1 \end{cases}$ را در نقطه $x = 1$ بررسی کنید (کتاب صفحه ۷۸)



مثال ۲۵: مشتق پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \geq 0 \\ x, & x < 0 \end{cases}$ را در نقطه $x = 0$ بررسی کنید (کتاب صفحه ۹۲)

مثال ۲۶: مشتق پذیری تابع $f(x) = |x^2 - 1|$ را در نقاط $x = 1$ و $x = -1$ به کمک تعریف مشتق بررسی کنید و معادله نیم مماس های چپ و راست را بدست آورید. (کتاب صفحه ۷۹)



۵: در شرایط زیر می گوییم تابع مشتق پذیر نیست:

الف) تابع در $x = a$ پیوسته نباشد.

ب) تابع در $x = a$ مشتق چپ و راست عددی داشته باشد ولی با هم برابر نباشند

پ) تابع در $x = a$ دارای مشتق چپ یا راست یا هر دو مشتق نامتناهی (بینهایت) باشد.

مثال ۲۷: مشتق پذیری توابع $f(x) = [x]$ و $g(x) = \sqrt{x}$ را در نقطه $x = 0$ بررسی کنید. این توابع در چه نقاطی مشتق پذیر نیستند؟ (کتاب صفحه ۸۰)

میر مویک

مثال ۲۸: تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ در چه نقاطی مشتق پذیر نیست؟ (کتاب صفحه ۸۰)



۶: اگر تابعی در نقطه ای پیوسته باشد ولی مشتقات چپ و راست آن نامتناهی (بینهایت) باشد، میگوییم

تابع در آن نقطه مماس قائم دارد.

$$f'_-(x) = f'_+(x) = +\infty$$

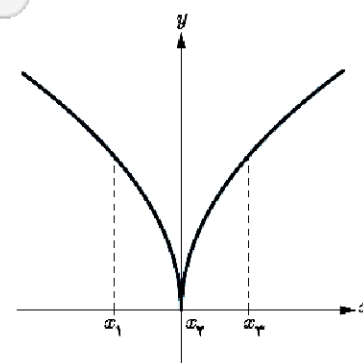
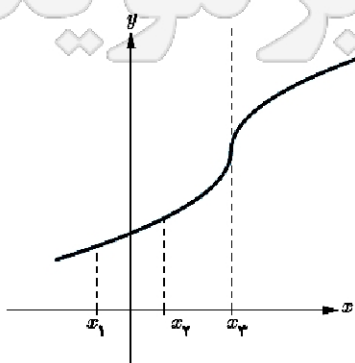
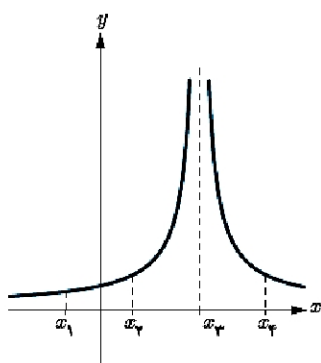
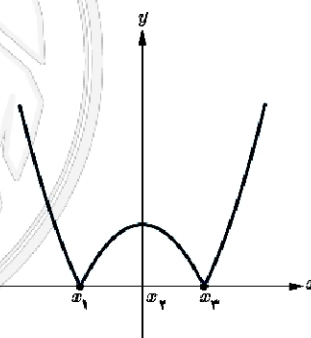
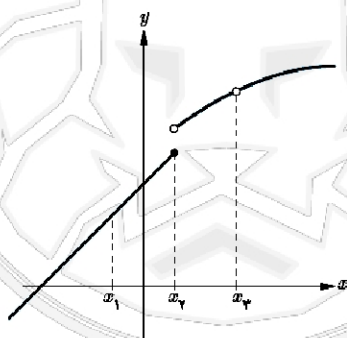
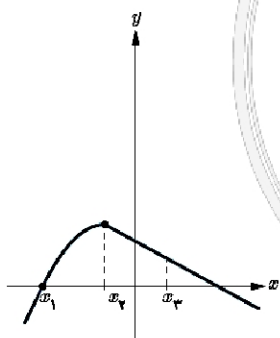
$$f'_-(x) = f'_+(x) = -\infty$$



۷: اگر تابعی یکی از مشتقاتش عدد و دیگری نامتناهی (بینهایت) باشد به آن نقطه گوشه می گویند.

مثال ۲۹: در شکل های زیر مشخص کنید که هر تابع در کدام نقطه یا نقاط مشخص شده متوقف پذیر نیست. (کتاب

صفحه ۸۲)



میرموید

🧐 **تست ۳۹:** تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} (x-1)|x-1| & ; x \neq 1 \\ a & ; x = 1 \end{cases}$ در نقطه $x = 1$ مشتق پذیر است. a کدام است؟ (ریاضی داخل ۸۴)

- (۱) صفر (۲) ۱
(۳) ۲ (۴) -۲

🧐 **تست ۴۰:** در تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x - \frac{1}{x} & ; x \geq 1 \\ x^2 + ax + b & ; x < 1 \end{cases}$ مقدار $f'(1)$ موجود است $f(1 - \sqrt{2})$ کدام است؟ (ریاضی خارج ۹۲)

- (۱) $3 - \sqrt{2}$ (۲) $2 - \sqrt{2}$
(۳) $2 - 2\sqrt{2}$ (۴) $3 - 2\sqrt{2}$

🧐 **تست ۴۱:** تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} ax^3 + bx & ; x \geq 1 \\ 2\sqrt{4x-3} & ; x < 1 \end{cases}$ بر روی مجموعه اعداد حقیقی مشتق پذیر است. b کدام است؟ (ریاضی داخل ۹۲)

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱
(۳) $\frac{2}{3}$ (۴) ۲

🧐 **تست ۴۲:** تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} ax - a & ; x < 1 \\ x^2 - x & ; x \geq 1 \end{cases}$ به ازای a مقدار a در نقطه $x = 1$ مشتق پذیر است؟ (تجربیه داخل ۸۶)

- (۱) -۱ (۲) ۱
(۳) هر مقدار (۴) هیچ مقدار

🧐 **تست ۴۳:** تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x} - 5 & ; x \geq 1 \\ x^2 + ax + b & ; x < 1 \end{cases}$ در نقطه $x = 1$ مشتق پذیر می باشد. b کدام است؟ (تجربیه خارج ۹۳)

- (۱) ۱ (۲) ۲
(۳) ۳ (۴) ۴



تست ۴۴: تابع با ضابطه $y = x\sqrt{x^2}$ از نظر پیوستگی و مشتق پذیری در صفر چگونه است؟ (ریاضی داخل)

(۸۷)

- (۱) پیوسته و مشتق پذیر است
 (۲) پیوسته است ولی مشتق پذیر نیست
 (۳) نه پیوسته است و نه مشتق پذیر
 (۴) فقط از راست پیوسته و از راست مشتق پذیر است



تست ۴۵: تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}}{x} & ; x \geq 1 \\ ax^2 + bx & ; x < 1 \end{cases}$ بر روی R مشتق پذیر است، b کدام است؟

(ریاضی خارج ۸۹)

- (۱) -۲
 (۲) -۱
 (۳) ۳
 (۴) ۵



تست ۴۶: در تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{(2x+6)^2} & ; x \geq 1 \\ ax+b & ; x < 1 \end{cases}$ مقدار $f'(1)$ موجود است. b کدام

است؟ (تجربین خارج ۹۰)

- (۱) $\frac{4}{3}$
 (۲) $\frac{7}{2}$
 (۳) $\frac{1}{2}$
 (۴) $\frac{10}{2}$



تست ۴۷: تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & ; x \geq 2 \\ -x^2 + ax + b & ; x < 2 \end{cases}$ بر روی مجموعه اعداد حقیقی مشتق پذیر است.

b کدام است؟ (تجربین داخل ۱۳۹۸)

- (۱) -۲
 (۲) -۱
 (۳) ۱
 (۴) ۴



تست ۴۸: تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} |x^2 - 2x| & ; x \geq -2 \\ \frac{1}{2}x^2 + ax + b & ; x < -2 \end{cases}$ در نقطه $x = 2$ مشتق پذیر است.

$a + b$ کدام است؟ (ریاضی داخل ۹۸)

- (۱) ۲
 (۲) ۳
 (۳) ۴
 (۴) ۵

مشتق عامل صفرکننده

اگر در یک نقطه مشتق خواسته شد و در آن نقطه مقدار تابع صفر شد، فقط از پیرانشزی که باعث صفر شدن عبارت می شود (عامل صفرکننده) مشتق می گیریم و بقیه عبارت را فقط جاگذاری می کنیم.

🧐 **تست ۴۹:** مشتق تابع با ضابطه $f(x) = \frac{(x-1)^9 \sqrt{3x-2}}{(5x-3)^4}$ در نقطه $x = 1$ کدام است؟ (ریاضی داخل ۸۳)

$$\frac{1}{8} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{16} \quad (۱)$$

$$\frac{5}{16} \quad (۴)$$


$$\frac{3}{40} \quad (۳)$$




میر موید

معادله خط مماس


یکی از تست های متداول پیدا کردن معادله خط مماس بر منحنی بر یک نقطه روی آن یا از یک نقطه خارج آن می باشد. در این صورت باید بدانیم که نقطه روی منحنی حتما طول و عرضش روی منحنی صدق میکند پس یک نقطه از خط مورد نظر را داریم. بنابراین فقط یک شیب نیاز است که آن هم میشود مقدار مشتق در همان نقطه مماس.

 **تست ۵۰:** خط مماس بر منحنی به معادله $y = \frac{x^2}{x-1}$ در نقطه به طول ۲ واقع بر آن محور y را با کدام عرض قطع می کند؟ (ریاضی خارج ۱۵)

- (۱) صفر (۲) ۱
(۳) ۲ (۴) ۴

 **تست ۵۱:** عرض از مبدا خط مماس بر منحنی به معادله $y = \sqrt{x^2 + 3x}$ در نقطه $x = 1$ واقع بر آن کدام است؟ (تجربی داخل ۱۳۸۷)

- (۱) $-\frac{3}{5}$ (۲) $-\frac{3}{4}$
(۳) $\frac{2}{7}$ (۴) ۲

 **تست ۵۲:** خط $y = -1$ بر نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = 2x^2 - x + a$ مماس است. a کدام است؟ (تجربی داخل ۱۳۸۰)

- (۱) $-\frac{9}{8}$ (۲) $-\frac{7}{8}$
(۳) $\frac{7}{8}$ (۴) $\frac{9}{8}$

 **تست ۵۳:** خط به معادله $y = -3x + 2$ در نقطه ای به طول ۱ بر منحنی به معادله $y = \frac{x^2+a}{x-2}$ مماس است. a کدام است؟ (تجربی خارج ۱۳۸۶)

- (۱) ۲ (۲) $-\frac{7}{8}$
(۳) ۴ (۴) ۶

تست ۵۴: به ازای کدام مقدار a خط به معادله $y = -3x + 2$ بر منحنی به معادله $y = \frac{x^2+a}{x-2}$ مماس است؟ (ریاضی خارج ۹۵)

- (۱) -۱
(۲) ۲
(۳) ۱
(۴) ۲

تست ۵۵: خط به معادله $y = 3x - 2$ در نقطه $x = 2$ بر منحنی $y = f(x)$ مماس است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f^2(x) - 4f(x)}{x-2}$ کدام است؟ (ریاضی داخل ۹۵)

- (۱) ۳
(۲) ۶
(۳) ۱۲
(۴) ۱۵

تست ۵۶: خط مماس بر منحنی به معادله $y = x^3 - x^2$ در نقطه $x = 1$ واقع بر آن منحنی را در نقطه دیگر A قطع می‌کند. عرض نقطه A کدام است؟ (تجربی خارج ۱۳۸۷)

- (۱) -۳
(۲) -۲
(۳) ۲
(۴) ۳

تست ۵۷: به ازای کدام مقدار m نمودار تابع $y = 2x^2 + (m+1)x + m + 6$ بر نیم‌نوار حبه اول محورهای مختصات مماس است؟ (تجربی خارج ۱۳۹۳)

- (۱) -۴
(۲) ۴ و -۱۲
(۳) ۴ و -۱۲
(۴) ۱۲

تست ۵۸: در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{4x-5}{x+1}$ و دامنه $[0, 8]$ ، خط مماس بر نمودار آن موازی پاره خطی است که ابتدا و انتهای منحنی را به هم وصل کند. این خط مماس محور y را با کدام عرض قطع می‌کند. (تجربی خارج ۱۳۹۸)

- (۱) -۲
(۲) -۱/۵
(۳) -۱
(۴) -۰/۵



تست ۵۹: به ازای کدام مقادیر m خط به معادله $(m + 2)y = mx$ موازی یکی از خطوط مماس بر منحنی

$$y = \sqrt{1 + x^2} \quad (\text{ریاضی داخل ۹۵})$$

$$(1) \quad m > -1 \quad (2) \quad m < -1$$

$$(3) \quad m > 1 \quad (4) \quad m < 1$$

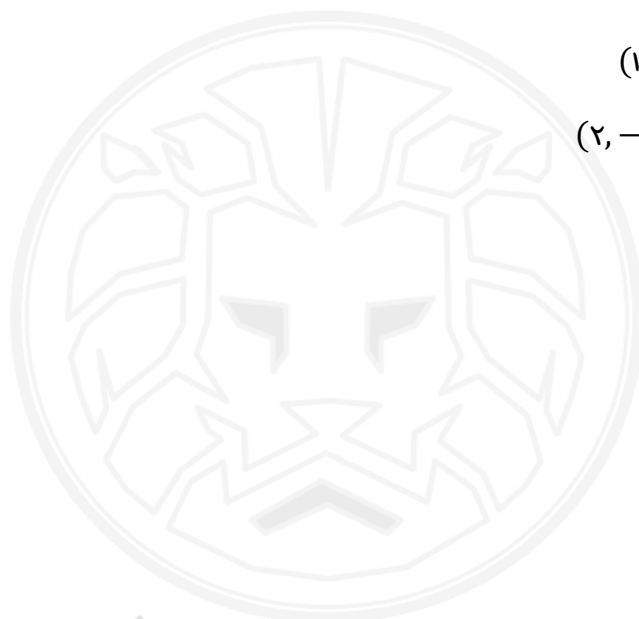


تست ۶۰: خط مماس بر منحنی به معادله $y = x^3 + 3x^2 + 1$ بر خط به معادله $x - 3y = 2$ عمود است. این

خط مماس از نقطه ای با کدام مختصات می گذرد؟ (تجربیه داخل ۱۳۸۹)

$$(1) \quad (1, 3) \quad (2) \quad (1, 4)$$

$$(3) \quad (2, -6) \quad (4) \quad (2, -4)$$



میر موید

هویتال

یکی از راه های حل حد صفر صفر، مشتق جداگانه از صورت و مخرج می باشد

👩‍⚕️ **تست ۶۱:** اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax+9}{1-x-\sqrt{x+1}} = 3$ باشد، آنگاه حد این کسری وقتی $x \rightarrow 3$ کدام است؟ (تجربین داخل)

(۱۳۹۲)

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۴
- (۴) ۵

👩‍⚕️ **تست ۶۲:** حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2-\sqrt{x+6}}{\sqrt{x^2-4x+4}}$ کدام است؟ (تجربین خارج ۱۳۹۳)

- (۱) $-\frac{1}{2}$
- (۲) $-\frac{1}{12}$
- (۳) $\frac{1}{12}$
- (۴) $\frac{1}{2}$

👩‍⚕️ **تست ۶۳:** تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+a}-b & ; x \neq 0 \\ \frac{1}{12} & ; x = 0 \end{cases}$ روی مجموعه اعداد حقیقی R پیوسته است. b

کدام است؟ (ریاضی خارج ۹۷)

- (۱) ± 1
- (۲) ± 2
- (۳) ± 3
- (۴) ± 4


👩‍⚕️ **تست ۶۴:** تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{x-[x]}{x^2-x-6} & ; x \neq 2 \\ a & ; x = 2 \end{cases}$ به ازای کدام مقدار a در بازه [۲,۳] پیوسته است؟ (ریاضی داخل ۹۷)

- (۱) $\frac{1}{11}$
- (۲) $\frac{1}{9}$
- (۳) $\frac{1}{8}$
- (۴) $\frac{1}{7}$


👩‍⚕️ **تست ۶۵:** حاصل $\lim_{x \rightarrow -12} \frac{2x^2+5x+3}{-12-\sqrt{2+\sqrt{3-x}}}$ کدام است؟ (تجربین خارج ۱۳۹۷)

- (۱) ۸
- (۲) ۱۲
- (۳) ۱۶
- (۴) ۲۴


میر مویک


تست ۶۶: به ازای کدام مقدار a تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{2x-6}{x-\sqrt{x+2}} & ; x > 2 \\ ax-1 & ; x \leq 2 \end{cases}$ بر روی مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است؟ (ریاضی داخل ۹۸)


- (۱) $1/5$ (۲) 2
 (۳) $2/5$ (۴) 3


تست ۶۷: حد عبارت $\frac{x^2+10x+16}{12+6\sqrt{x}}$ وقتی $x \rightarrow 2$ کدام است؟ (تجربی داخل ۱۳۹۸)


- (۱) -24 (۲) -18
 (۳) -12 (۴) -6


تست ۶۸: حد عبارت $\frac{2-\sqrt{3x+2}}{5x^2-18x+16}$ وقتی $x \rightarrow 2$ کدام است؟ (تجربی خارج ۱۳۹۸)

- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{4}$
 (۳) $-\frac{1}{7}$ (۴) $-\frac{1}{8}$


تست ۶۹: اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-\sqrt{3x-2}}{ax+b} = \frac{1}{7}$ باشد آنگاه b کدام است؟ (تجربی خارج ۱۳۹۵)

- (۱) -2 (۲) -1
 (۳) 1 (۴) 2


تست ۷۰: اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{ax+b}-2}{x^2-1} = \frac{2}{3}$ باشد، b کدام است؟ (ریاضی خارج ۹۵)

- (۱) -8 (۲) -6
 (۳) 4 (۴) 5

میر مویک

مشتق پذیری در بازه

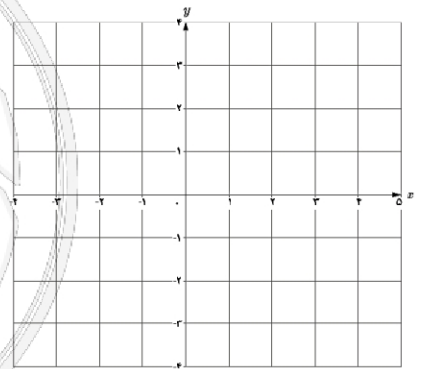
الف) تابع $f(x)$ را در بازه (a, b) مشتق پذیر گویند هرگاه در تمامی نقاط این بازه مشتق پذیر باشد (پیوسته و مشتق چپ و راست مساوی)

ب) تابع $f(x)$ را در بازه مشتق پذیر گویند هرگاه در تمام نقاط بازه $[a, b]$ مشتق پذیر بود و در نقطه a مشتق راست داشته باشد.

ب) تابع $f(x)$ را در بازه مشتق پذیر گویند هرگاه در تمام نقاط بازه $(a, b]$ مشتق پذیر بود و در نقطه b مشتق چپ داشته باشد.

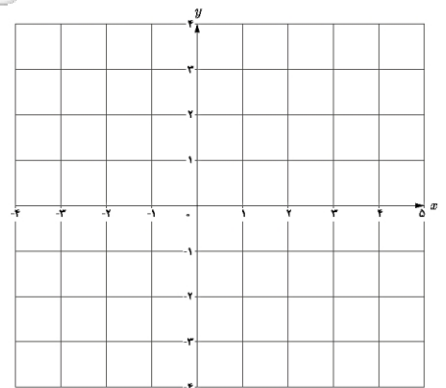
مثال ۳۰: مشتق پذیری تابع زیر را در بازه های $[-2, 1]$ و $(1, +\infty)$ و $[1, 2]$ بررسی کنید. (کتاب صفحه ۱۹)

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & -2 \leq x \leq 1 \\ x+1, & x > 1 \end{cases}$$



مثال ۳۱: نمودار تابع زیر را رسم کنید و مشتق پذیری f روی بازه های $[-1, 1]$ و $(2, 5)$ و $[-2, 0]$ را بررسی کنید.

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 4, & x < -1 \\ x^2 - 1, & -1 \leq x \leq 2 \\ -x + 5, & 2 < x < 5 \end{cases}$$





تست ۷۱: تعداد نقاط مشتق ناپذیری تابع با ضابطه $f(x) = ||x| - 1|$ بر روی \mathbb{R} کدام است؟ (ریاضی)

داخل ۸۵

- (۱) $\frac{1}{2}$
- (۲) ۱
- (۳) $\frac{2}{2}$
- (۴) ۲



تست ۷۲: نمودار تابع با ضابطه $f(x) = [x + \frac{1}{3}] + [x]$ بر روی بازه $(0, 3)$ در چند نقطه مشتق ناپذیر است؟ (ریاضی خارج ۸۶)

ریاضی خارج ۸۶

- (۱) ۲
- (۲) ۳
- (۳) ۴
- (۴) ۵



تست ۷۳: اگر $f(x) = 1 - |x|$ باشد، تعداد نقاط مشتق ناپذیری تابع با ضابطه $y = f(f(x))$ کدام است؟ (ریاضی خارج ۸۸)

است؟ (ریاضی خارج ۸۸)

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) صفر



تست ۷۴: تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{1 + |x|}$ در نقطه $x = a$ مشتق ندارد، مقدار $f'_+(a) - f'_-(a)$ کدام است؟ (ریاضی خارج ۸۵)

است؟ (ریاضی خارج ۸۵)

- (۱) -۱
- (۲) $\frac{1}{2}$
- (۳) ۱
- (۴) صفر



تست ۷۵: اگر مماس چپ و راست تابع با ضابطه $f(x) = |x|(x - a)$ در نقطه گوشه a (زاویه دار) آن عمود بر هم باشند، مجموعه مقادیر a کدام است؟ (ریاضی داخل ۹۰)

عمود بر هم باشند، مجموعه مقادیر a کدام است؟ (ریاضی داخل ۹۰)

- (۱) -۱
- (۲) ۱
- (۳) -۱ و ۱
- (۴) تعریف نشده



تست ۷۶: تابع f با ضابطه در چند نقطه ناپوسته و در چند نقطه مشتق پذیر است؟ (ریاضی داخل ۸۲)

$$f(x) = \begin{cases} x & ; x < 0 \\ x+1 & ; 0 \leq x < 1 \\ 2x+2 & ; 1 \leq x < 2 \\ x^2+2 & ; x \geq 2 \end{cases}$$

- (۱) یک نقطه ناپوسته و دو نقطه مشتق پذیر
 (۲) دو نقطه ناپوسته و دو نقطه مشتق پذیر
 (۳) یک نقطه ناپوسته و سه نقطه مشتق پذیر
 (۴) دو نقطه ناپوسته و سه نقطه مشتق پذیر



تست ۷۷: تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x \text{ گویا} \\ 0 & ; x \text{ ننگ} در چند نقطه مشتق دارد؟ (ریاضی داخل ۸۸)$

- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) بی شمار
 (۴) هیچ نقطه



تست ۷۸: تابع با ضابطه $f(x) = [\frac{1}{x}]$ در کدام بازه مشتق پذیر است؟ (ریاضی داخل ۹۱)

- (۱) $[0, 1]$
 (۲) $(-1, 0)$
 (۳) $[1, +\infty)$
 (۴) $(-\infty, -1)$



تست ۷۹: تابع با ضابطه $f(x) = \frac{|x^2-2x|}{x}$ در چند نقطه مشتق پذیر است؟ (ریاضی خارج ۹۸)

- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) ۴



تست ۸۰: در تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{a}{ax+b} & ; x > 2 \\ -x^3 + 2x & ; x \leq 2 \end{cases}$ اگر $f'(2)$ موجود باشد، a کدام است؟

(تجربی خارج ۱۳۹۸)

- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) ۴



تست ۱: از تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 4 & ; x \geq -2 \\ x^3 - x & ; x < -2 \end{cases}$ همواره مشتق پذیر باشد. $f(1)$ کدام

است؟ (تجربیه داخل ۹۷)

(۱) -۳

(۲) صفر

(۴) ۵

(۳) ۱



میر موید

دامنه تابع مشتق:

اگر دامنه تابع f را به صورت D_f نشان دهیم آنگاه دامنه تابع f' از رابطه زیر بدست می آید

$$D_{f'} = D_f - \{\text{طول نقاط مشتق ناپذیر}\}$$

مثال ۳۲: در تابع زیر مشتق و دامنه آن را به دست آورید. (کتاب صفحه ۸۴)

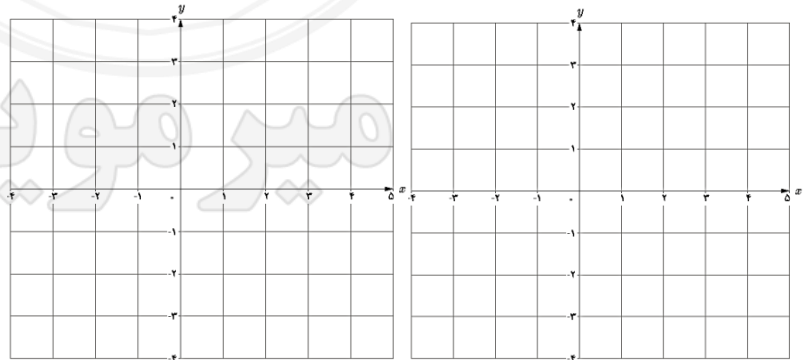
$$f(x) = \begin{cases} 5x & , x \neq 1 \\ 2 & , x = 1 \end{cases}$$

مثال ۳۳: اگر $f(x)$ تابع مشتق و دامنه آن را به دست آورید. (کتاب صفحه ۸۴)

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

مثال ۳۴: با استفاده از رسم نمودار تابع زیر (کتاب صفحه ۹۱)

$$f(x) = x^2 + 2x + 3$$

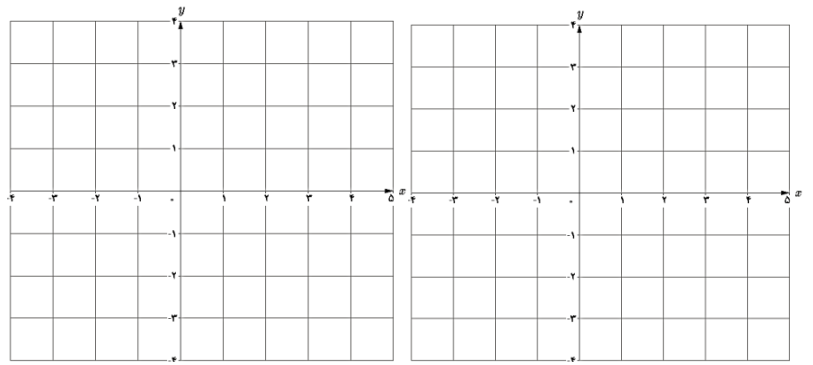


الف) مقادیر مشتق را در نقاطی به طول ۳ و ۰ و ۱ و ۲ به ترتیب صعودی مرتب کنید.

ب) تابع مشتق را رسم کنید.

مثال ۳۵: در تابع زیر (کتاب صفحه ۹۰)

$$f(x) = \begin{cases} 5x - 4 & , x < 0 \\ x^2 & , 0 \leq x \leq 3 \\ x + 2 & , x > 3 \end{cases}$$



الف) نمودار تابع را رسم کنید

ب) نشان دهید در دو نقطه از این نمودار مشتق وجود ندارد.

پ) ضابطه مشتق را بنویسید

ت) نمودار تابع مشتق را رسم کنید.



میر مویک

مشتق مرتبه بالا:

در تابع مشتق پذیر $f(x)$ به $f'(x)$ مشتق اول تابع می گویند. به $f''(x)$ مشتق مرتبه دوم می گویند و به اینگونه حساب می شود که از مشتق تابع یکبار دیگر مشتق بگیریم.

مثال ۳۶: اگر تابع f به صورت زیر باشد، مشتق مرتبه دوم آنرا بدست آورید.

$$f(x) = 3x^3 + 2x^2 - 1$$

تست ۸۲: از توی $y = \sqrt{x}$ مقدار $y^8 y''$ برابر کدام است؟ (ریاضی خارج ۸۵)

- (۱) $-\frac{4}{9}x$ (۲) $-\frac{1}{3}x$
(۳) $\frac{-2}{9}x$ (۴) $\frac{-2}{3}$

تست ۸۳: اگر $f'(0) = g(0) = 1$ و $f(x) = x + 1 + (g(x))^5$ مقدار $f''(0)$ برابر کدام است؟ (ریاضی خارج ۹۱)

- (۱) $4g''(0)$ (۲) $5g''(0)$
(۳) $4g''(0) + 20$ (۴) $5g''(0) + 20$

تست ۸۴: تابع $f: R \rightarrow R$ در R مشتق پذیر از مرتبه دوم است. به ازای هر عدد حقیقی x تابع $g(x) = f(4 - x^2)$

است. اگر $f'(1) = -1$ و $f''(1) = -5$ باشد، مقدار $g''(\sqrt{3})$ کدام است؟ (ریاضی داخل ۹۷)

- (۱) -3 (۲) -2
(۳) 2 (۴) 3

درس سوم: آهنگ تغییر

در فیزیک آهنگ به معنی سرعت است ولی در ریاضی آهنگ به معنی شیب است و به آن نسبت تغییرات متغیر وابسته به تغییرات متغیر مستقل نیز می گویند که به دو صورت است:

آهنگ تغییر متوسط:

اگر تابع در بازه $[a, b]$ پیوسته باشد آنگاه آهنگ متوسط تغییر تابع از رابطه زیر بدست می آید که همان شیب خط قاطع می باشد.

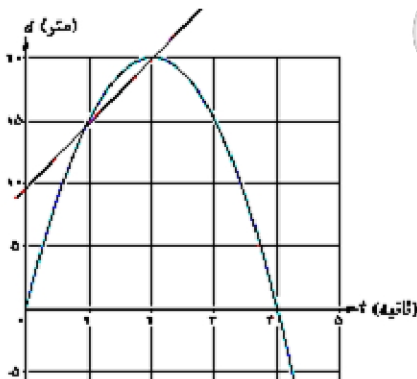
$$m = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

آهنگ تغییر لحظه ای (آنی)

آهنگ متوسط در یک نقطه $x = a$ همان مشتق تابع در آن نقطه می باشد. پس برای آهنگ لحظه ای از تابع مشتق $f'(a)$ می گیریم و همان شیب خط مماس است.

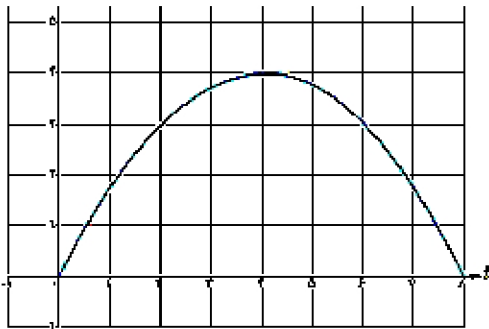
$$\lim_{h \rightarrow a} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = f'(a)$$

مثال ۳۷: خودرویی در امتداد خط راست طبق معادله $d(t) = -5t^2 + 20t$ حرکت می کند. (کتاب صفحه ۹۴)



الف) سرعت متوسط خودرو را در بازه های زمانی $[1, 2]$ بدست آورید.
ب) سرعت لحظه ای در $x = 2$ و $x = 3$ چقدر است؟

مثال ۳۸: نمودار زیر موقعیت یک زره را در لحظه t نمایش می دهد. مقادیر زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید (کتاب صفحه ۹۵)



A: سرعت متوسط بین $t = 1$ و $t = 3$

B: سرعت متوسط در بازه $[5, 6]$

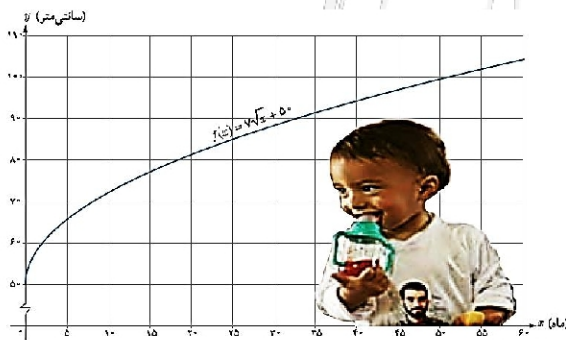
C: سرعت لحظه‌ای در $t = 1$

D: سرعت لحظه‌ای در $t = 3$

E: سرعت لحظه‌ای در $t = 5$

مثال ۳۹: تابع $f(x) = 7\sqrt{x} + 50$ قد متوسط کودکان را بر حسب سانس متر تا حدود ۶۰ ماهگی نشان می دهد. که

در آن x مدت زمان پس از تولد (بر حسب ماه) است. (کتاب صفحه ۹۶)



الف) آهنگ متوسط رشد در بازه زمانی $[0, 60]$ چیست؟

ب) آهنگ لحظه‌ای تغییر قد کودک را در ۲۵ ماهگی و ۴۹ ماهگی، با هم مقایسه کنید. کدام یک بیشتر است؟

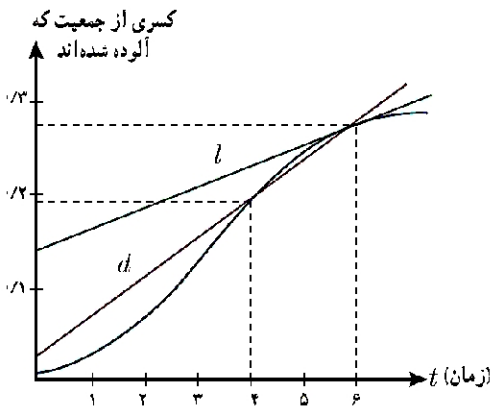
مثال ۴۰: اگر قد علی در ۱۶ ماهگی، ۸۰ سانتی متر و در ۳۶ ماهگی، ۹۵ سانتی متر باشد، آهنگ رشد او را در این فاصله

حساب کنید (کتاب صفحه ۹۶)

مثال ۴۱: اگر میانگین تعداد فرزندان متولد شده به ازای هر مادر ایرانی در سال ۷۹ به تعداد ۷ فرزند و این مقدار در

سال ۸۹ به ۲/۱۸ رسیده باشد، نرخ باروری در کشور چگونه است؟ (کتاب صفحه ۹۵)

مثال ۴۲: کسری از جمعیت یک شهر که به وسیله یک ویروس آلوده شده اند بر حسب زمان (هفته) در نمودار زیر نشان داده شده است. (کتاب صفحه ۹۹)



الف) شیب خط های d و l چه چیزی را نشان می دهد؟
 ب) گسترش آلودگی در کدام یک از زمان های $t=1$ و $t=2$
 $t=3$ و $t=4$ بیشتر است؟
 ج) گسترش آلودگی در کدام یک از زمان های $t=4$ و
 $t=5$ و $t=6$ بیشتر است؟

مثال ۴۳: معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^2 - t + 10$ بر حسب متر در بازه زمانی $[0, 5]$ (بر حسب ثانیه) داده شده است. در کدام لحظه سرعت لحظه ای با سرعت متوسط در بازه زمانی $[0, 5]$ با هم برابرند؟ (کتاب صفحه ۱۰۰)

مثال ۴۴: توپی از یک پل به ارتفاع ۱۱ متر به هوا پرتاب می شود. $f(t)$ نشان دهنده فاصله توپ از سطح زمین در زمان t است. برخی از مقادیر $f(t)$ در جدول روبرو نمایش داده شده است. بر اساس جدول کدام یک از مقادیر زیر می تواند سرعت توپ را هنگامی که در ارتفاع ۰/۴ ثانیه است نشان می دهد؟ (کتاب صفحه ۱۰۰)

t	ثانیه s	0	0/1	0/2	0/3	0/4	0/5	0/6
$f(t)$	متر m	11	12/4	13/8	15/1	16/3	17/4	18/4

- ۱) ۱/۲۳ متر بر ثانیه
- ۲) ۱۴/۹۱ متر بر ثانیه
- ۳) ۱۱/۵ متر بر ثانیه
- ۴) ۱۶/۰۳ متر بر ثانیه

مثال ۴۵: با توجه به مقادیر داده شده برای f در جدول روبرو، $f'(x)$ را برای نقاط داده شده تخمین بزنید. (کتاب صفحه ۱۰۰)

x	0	5	10	15	20
$f(x)$	100	70	55	46	40
مقدار تقریبی $f'(x)$	-6				

مثال ۴۶: یک توره باتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + 2t^3$ گرم است. (کتاب صفحه ۱۰۰)

الف) جرم این توره باتری در بازه زمانی $3 \leq t \leq 4$ چند گرم افزایش می‌یابد؟

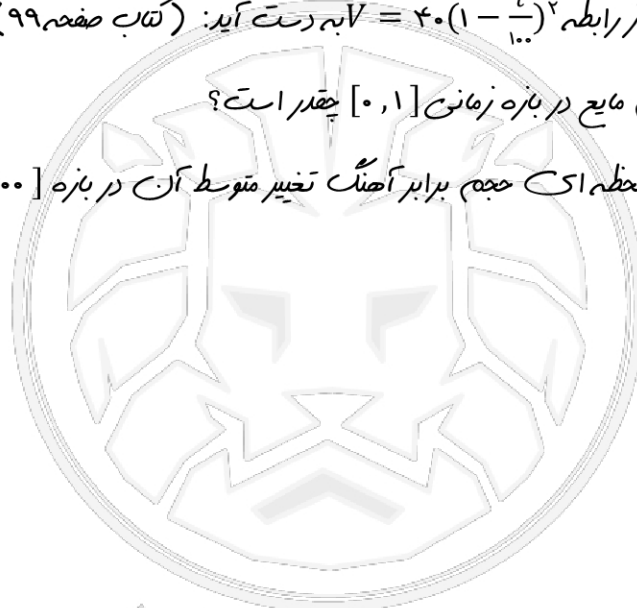
ب) در چه زمانی، آهنگ تغییر لحظه‌ای حجم برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه $t = 3$ می‌شود؟

مثال ۴۷: گنجایش ظرفی ۴۰ لیتر مایع است. در لحظه $t = 0$ سوراخی در ظرف ایجاد می‌شود. اگر حجم مایع باقی

مانده در ظرف پس از t ثانیه از رابطه $V = 40 \left(1 - \frac{t}{10}\right)^2$ (کتاب صفحه ۹۹)

الف) آهنگ تغییر متوسط حجم مایع در بازه زمانی $[0, 1]$ چقدر است؟

ب) در چه زمانی، آهنگ تغییر لحظه‌ای حجم برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه $[0, 10]$ می‌شود؟



میرموید

تست ۸۵: در تابع با ضابطه $f(x) = x^3$ آهنگ متوسط تغییر این تابع وقتی $x = 3$ و $\Delta x = 0.1$ از آهنگ لحظه ای تغییر تابع در نقطه $x = 3$ چقدر بیشتر است؟ (تجربین خارج ۸۷)

- (۱) 0.31 (۲) 0.42
(۳) 0.62 (۴) 0.91

تست ۸۶: آهنگ متوسط تغییر تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x^2 + 144}$ نسبت به تغییر x روی بازه ای از $x = 5$ تا $x = 9$ کدام است؟ (تجربین داخل ۸۴)

- (۱) 0.4 (۲) 0.5
(۳) 0.6 (۴) 0.7

تست ۸۷: در تابع با ضابطه $f(x) = x + \frac{1}{x}$ آهنگ متوسط تغییر تابع وقتی متغیر از عدد 2 به عدد $h + 2$ تغییر کند برابر $\frac{1}{9}$ است. h کدام است؟ (تجربین داخل ۸۶)

- (۱) $1/5$ (۲) 2
(۳) $2/5$ (۴) 3

تست ۸۸: در تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x}$ آهنگ متوسط تغییر وقتی متغیر x از 4 به 25 تغییر کند، برابر آهنگ لحظه ای در نقطه a می باشد. a کدام است؟ (تجربین داخل ۸۳)

- (۱) $11/75$ (۲) $12/25$
(۳) $12/5$ (۴) $13/5$

تست ۸۹: آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = \sqrt{x^2 + 16}$ نسبت به متغیر x روی بازه $[0, 3]$ از آهنگ لحظه ای تابع در $x = \sqrt{3}$ چقدر کمتر است؟ (تجربین داخل ۸۸)

- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{18}$
(۳) $\frac{1}{12}$ (۴) $\frac{1}{9}$



تست ۹۰: در تابع $f(x) = \sqrt{x}$ آهنگ متوسط تغییر تابع نسبت به تغییر متغیر روی بازه $[2/25, 2/56]$ از آهنگ آنی در شروع این بازه چقدر کمتر است؟ (تجربی داخل ۸۷)

- | | |
|-----|----------------|
| (۱) | $\frac{1}{93}$ |
| (۲) | $\frac{2}{93}$ |
| (۳) | $\frac{1}{12}$ |
| (۴) | $\frac{1}{31}$ |



تست ۹۱: در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{36}{x^2}$ آهنگ متوسط تابع از $x_1 = 2$ تا $x_2 = 3$ چقدر از آهنگ لحظه‌ای آن در $x = \sqrt{12}$ بیشتر است؟ (تجربی داخل ۹۰)

- | | |
|-----|---------------|
| (۱) | ۱ |
| (۲) | $\frac{1}{5}$ |
| (۳) | ۲ |
| (۴) | $\frac{2}{5}$ |



تست ۹۲: در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x}{x-1}$ آهنگ متوسط از $x_1 = 2$ تا $x_2 = 5$ برابر آهنگ لحظه‌ای آن در $x = a$ است. a کدام است؟ (تجربی خارج ۹۰)

- | | |
|-----|----------------|
| (۱) | $\frac{2}{5}$ |
| (۲) | $1 + \sqrt{3}$ |
| (۳) | ۳ |
| (۴) | ۴ |



تست ۹۳: در تابع با ضابطه $f(x) = (2x+1)^{-\frac{1}{2}}$ آهنگ متوسط تغییر تابع از نقطه $x = 4$ تا $x = 12$ از آهنگ لحظه‌ای آن در نقطه $x = 4$ چقدر بیشتر است؟ (تجربی داخل ۹۳)

- | | |
|-----|------------------|
| (۱) | $\frac{7}{540}$ |
| (۲) | $\frac{11}{540}$ |
| (۳) | $\frac{7}{170}$ |
| (۴) | $\frac{11}{170}$ |



تست ۹۴: در تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x}$ آهنگ متوسط تغییر تابع نسبت به متغیر x در نقطه $x = 1$ با نمو متغیر $0/21$ از آهنگ لحظه‌ای آن در این نقطه چقدر کمتر است؟ (تجربی داخل ۹۴)

- | | |
|-----|----------------|
| (۱) | $\frac{1}{42}$ |
| (۲) | $\frac{1}{11}$ |
| (۳) | $\frac{2}{42}$ |
| (۴) | $\frac{2}{11}$ |

تست ۹۵: در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x}}$ آهنگ متوسط تغییر تابع نسبت به متغیر x در نقطه $x = 1$ با نمو متغیر 0.44 از آهنگ لحظه‌ای تابع در این نقطه چقدر کمتر است؟ (تجربین خارج ۹۴)

- (۱) $\frac{1}{30}$ (۲) $\frac{1}{24}$
(۳) $\frac{1}{12}$ (۴) $\frac{1}{7}$

تست ۹۶: در تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x}$ آهنگ متوسط تغییر تابع نسبت به متغیر x از نقطه $x = 4$ تا $x = 6/25$ از آهنگ لحظه‌ای تابع در نقطه $x = 4$ چقدر کمتر است؟ (تجربین خارج ۹۳)

- (۱) $\frac{1}{36}$ (۲) $\frac{1}{18}$
(۳) $\frac{5}{72}$ (۴) $\frac{1}{12}$

تست ۹۷: در تابع با ضابطه $f(x) = 3x^2 + 4x - 2$ تفاضل آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع در نقطه $a + \frac{h}{2}$ از آهنگ تغییر متوسط تابع وقتی متغیر x از عدد a به $a + h$ تغییر می‌کند، کدام حالت است؟ (تجربین خارج ۸۶)

- (۱) h (۲) $2h$
(۳) $3h$ (۴) صفر

تست ۹۸: در تابع با ضابطه $f(x) = (x+2)\sqrt{4x+1}$ آهنگ تغییر متوسط تابع در بازه $[0, 2]$ از آهنگ تغییر لحظه‌ای آن در $x = \frac{2}{3}$ چقدر بیشتر است؟ (ریاضی‌دانان ۹۸)

- (۱) 0.1 (۲) 0.15
(۳) 0.2 (۴) 0.25

تست ۹۹: در تابع $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(3+h)-f(3)}{h}$ اختلاف آهنگ تغییر لحظه‌ای در $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(3+h)-f(3)}{h}$ از آهنگ تغییر متوسط در $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(3+h)-f(3)}{h}$ کدام است؟ (تجربین داخل ۹۸)

- (۱) 0.25 (۲) 0.5
(۳) 0.2 (۴) 0.75



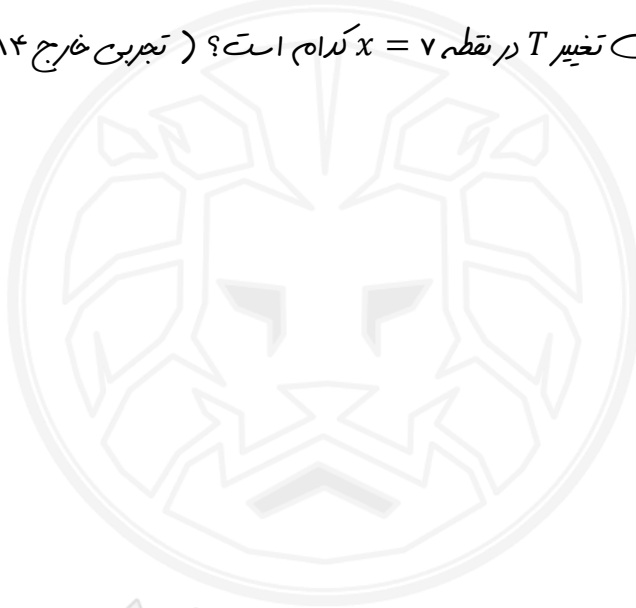
تست ۱۰۰: در تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{2x+1} + \frac{1}{x+1}$ از آهنگ تغییر متوسط تابع در بازه $[0, 4]$ از آهنگ نقطه ای آن در $x = \frac{2}{3}$ چقدر کمتر است؟ (ریاضی خارج ۹۸)

- (۱) ۰/۰۳
(۲) ۰/۰۴
(۳) ۰/۰۵
(۴) ۰/۰۶



تست ۱۰۱: نقطه $M(x, y)$ بر روی منحنی به معادله $y = \sqrt{x+8}$ در حرکت است. T فاصله نقطه M تا مبدأ مشخصات است. آهنگ نقطه ای تغییر T در نقطه $x = 7$ کدام است؟ (تجربی خارج ۸۴)

- (۱) $\frac{15}{16}$
(۲) $\frac{15}{8}$
(۳) $\frac{2}{7}$
(۴) $\frac{5}{4}$



میر مویک



میر مویک



میرموید

تست های مشتق پذیری و آهنگ تغییر

ریاضی ۳ - فصل چهارم - درس دوم و سوم

۱ اگر $f(x) = \frac{x}{\sqrt{|x|+|x-1|}}$ باشد، مشتق چپ تابع f در نقطه $x = 1$ کدام است؟

- (۱) ۱
- (۲) -۱
- (۳) $\frac{1}{2}$
- (۴) $-\frac{1}{2}$

۲ به ازای کدام مقدار a تابع $f(x) = \begin{cases} a^2x - 2 & ; x \leq 1 \\ x^2 - x - a & ; x > 1 \end{cases}$ در $x = 1$ مشتق پذیر است؟

- (۱) فقط ۱
- (۲) فقط -۱
- (۳) فقط ۲-
- (۴) ۱ و -۱

۳ آهنگ متوسط تغییر تابع $y = x^2$ از $x = 3$ تا $x = 5$ چقدر است؟

- (۱) ۱۶
- (۲) ۲
- (۳) ۸
- (۴) ۹

۴ در نقطه‌ای با کدام طول از منحنی $y = x^2 - 6x - 1$ ، شیب خط مماس برابر ۴ است؟

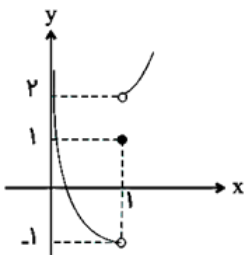
- (۱) ۲
- (۲) ۳
- (۳) ۴
- (۴) ۵

۵ معادله خط مماس بر نمودار تابع $y = x + \frac{1}{x}$ در $x = 1$ کدام است؟

- (۱) $x = 1$
- (۲) $y = 2$
- (۳) $y = 0$
- (۴) $x + y = 3$

۶ اگر نمودار f به شکل زیر و $g(x) = |x^2 - 1|f(x)$ باشد، حاصل $g'_+(1) - g'_-(1)$ چقدر است؟

- (۱) ۳
- (۲) ۶
- (۳) ۲
- (۴) ۴



۷ مشتق چپ تابع $f(x) = \frac{x|x-2|}{\sqrt{x+|-x|}}$ در $x = 1$ کدام است؟ (علامت جزء صحیح است)

- (۱) ۱
- (۲) -۱
- (۳) ۲-
- (۴) مشتق ناپذیر است.



۸ اگر $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 1 & ; x \geq 1 \\ x^3 & ; x < 1 \end{cases}$ در نقطه $x = 1$ مشتق‌پذیر باشد، (a, b) کدام است؟

- (۱) $(-1, 1)$ (۲) $(-3, 3)$
(۳) $(3, -3)$ (۴) $(2, -2)$

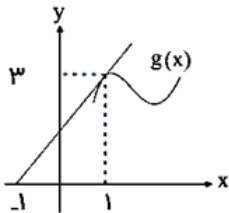
۹ مماس‌های رسم‌شده بر نمودار تابع $f(x) = \sqrt{2 - \sqrt{4 - a^2 x^2}}$ در نقطه گوشه بر هم عمودند، a کدام است؟

- (۱) $a = \pm \frac{1}{2}$ (۲) $a = \pm 1$
(۳) $a = \pm 2$ (۴) $a = \pm 4$

۱۰ معادله حرکت یک متغیر روی یک خط مستقیم $x = f(t) = 2t^2 - 3t + 1$ است. آهنگ لحظه‌ای تغییر مکان در لحظه $t = 2/5$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱۰
(۳) ۸ (۴) ۷

۱۱ شکل زیر، نمودار تابع پیوسته و مشتق‌پذیر g است. هرگاه $f(x) = \frac{x+1}{g(x)}$ باشد، آنگاه مقدار $f'(1)$ چقدر است؟



- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) ۱
(۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۱۲ خط‌های $y = k_1$ و $y = k_2$ بر نمودار تابع $y = 9x + \frac{1}{x}$ مماس هستند. حاصل $|k_1 - k_2|$ کدام است؟ ($k_1, k_2 \in \mathbb{R}$)

- (۱) ۸ (۲) ۶
(۳) ۱۲ (۴) ۱۸

۱۳ اگر $f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{|x|}$ و $f'_-(2) + f'_+(2) = 3$ مقدار b کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۴
(۳) -۱ (۴) صفر

۱۴ دو تابع با ضابطه‌های $f(x) = 5x - a|x - 1|$ و $g(x) = 2x + |x^2 - 1|$ مفروض‌اند. تابع $f \circ g$ به ازای کدام مقدار a در نقطه‌ای به طول ۱ مشتق‌پذیر است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $-\frac{3}{5}$
(۳) ۵ (۴) هیچ مقدار a

۱۵ مقادیر مشتق چپ و راست کدام تابع در $x = -2$ موجود و نابرابر است؟ ($[\]$ ، علامت جزء صحیح است)

- (۱) $f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x \geq -2 \\ 4x & ; x < -2 \end{cases}$ (۲) $g(x) = x|x - 2|$
(۳) $h(x) = x[x]$ (۴) $i(x) = (x + 2)[x]$

۱۶ اگر $f(x) = (|x| + |-x|)|x^2 - x|$ ، آنگاه مشتق چپ تابع f در $x = 1$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است)

- (۱) -۱
(۲) صفر
(۳) ۱
(۴) ۳

۱۷ تابع $f(x) = a|x| + (2x - b)|x|$ در $x = 0$ مشتق پذیر است. مقدار a کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) -۱
(۳) ۳
(۴) -۳

۱۸ حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x+2}}{x + \frac{2}{x} - 3}$ کدام است؟

- (۱) صفر
(۲) $\frac{1}{2}$
(۳) ۳
(۴) $\frac{2}{3}$

۱۹ اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - \sqrt{ax-2}}{\sqrt{3x-1}-2} = b$ حاصل $a + b$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{2}$
(۲) ۴
(۳) ۳
(۴) صفر

۲۰ اگر $f(x) = \begin{cases} \frac{a}{x} & ; x \geq 1 \\ 2x + b & ; x < 1 \end{cases}$ حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(\frac{1}{x}) - f(1)}{x-1}$ (با فرض وجود) چقدر است؟

- (۱) -۲
(۲) ۲
(۳) -۴
(۴) ۴

میرمویک

پاسخ برگ تست

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

پاسخبرگ تست

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴



بخش چهارم: مراحل تحصیل پزشکی

۳. دوران پالینی (استیجری، اکسترنی و اینترنی)

به دوران اصلی می‌رسیم. دورانی که عمدتاً ۳ سال و نیم را تحمل می‌کنند برای این روزها. دوران پالینی خود از دوره‌های کوتاه‌تری تشکیل شده است.

یک سال اول استیودنتی، سال دوم اکسترنی، و زمان باقی‌مانده دوران اینترنی است. البته در خیلی از دانشگاه‌ها به استیودنت و اکسترن، استیژر (استیجر) گفته می‌شود.

این دوران خیلی به دانشگاهی که در آن تحصیل می‌کنی بستگی دارد. این که سیستم آموزشی آن دانشگاه چگونه است. من نحوه‌ی آموزش در برخی دانشگاه‌ها را می‌توانم شرح دهم:

در دوران استیودنتی، کشیک‌ها تا ۱۰ شب هستند که اگر بخش خلوت باشد و کاری نباشد، معمولاً به تو اجازه‌ی زودتر رفتن می‌دهند. البته معتقدم که خودت ضرر می‌کنی هر چقدر که زودتر بروی.

دوران استیودنتی بعضی دانشگاه‌ها از پنج بخش تشکیل شده است: سه ماه داخلی، سه ماه جراحی، سه ماه اطفال و دو ماه زنان و زایمان. یک ماه باقی‌مانده به دو درس استدلال پالینی و اخلاق پزشکی اختصاص دارد که استدلال پالینی برای گروه داخلی است.

پایان هر بخش امتحان وجود دارد و تو از هر بخش، هم نمره‌ی تئوری و هم نمره‌ی عملی خواهی داشت.

راستی، تعطیلات هم از این زمان تغییر می‌کند. در علوم پایه، تابستان تعطیل هستی. در فیزیوپات، تعطیلی تابستان به چند هفته تقلیل می‌یابد و در دوران پالینی، یک هفته دی ماه و یک هفته تیر ماه و یک هفته در دوران عید نوروز تعطیل هستی.

در دوران اکسترنی، همه‌ی بخش‌ها یک ماهه است. کشیک‌های شب شروع می‌شود و تو صاحب مهر می‌شوی و می‌توانی Order بگذاری. تعداد کشیک‌ها بر اساس سیستم دانشگاه این است که در ماه‌های (۳ روزه، ۱۱ کشیک و در ماه‌های ۳۰ روزه، ۱۰ کشیک خواهی داشت. چه در دوران اکسترنی و چه در دوران استیودنتی.

البته به خاطر تعداد زیاد دانشجو، معمولاً تعداد کشیک‌ها کمتر می‌شود.

به نظر من، بیشتر از این که کدام بخش باشی، بستگی به این دارد که با کدام استاد باشی. در پی‌خودترین و بی‌آموزش‌ترین بخش‌ها برای دانشجوی عمومی (مثلاً بخش آنکولوژی)، بودن با یک استاد خوب، بهتر از این است که یک بخش فوق‌العاده مانند داخلی عمومی ولی با یک استاد پی‌خود و بی‌سواد باشی.

در مورد پایان نامه و دوره تخصص در پایان فصل بعد صحبت خواهیم کرد...