به نام خدا

جزوه ریاضی و آمار ۳

(۱۲ انسانی)

تهیه و تنظیم : فاطمه بوربور

دبیر ریاضی شهرستان های استان تهران (ورامین)

فصل اول

آمار و احتمال

- درس اول : شمارش
- درس دوم: احتمال
- درس سوم: چرخه آمار در حل مسائل

بارم فصل ۱:

نوبت اول	نوبت دوم	شهریور / دی
۱۵	۳/۵	۸

فصل ۱ درس ۱: شمارش

اهداف درس ۱:

- آشنایی با برخی روش های شمارش وآشنایی با مفاهیم اصل جمع و اصل ضرب و به کارگیری آنها در حل مسائل
- آشنایی با نماد فاکتوریل و توانایی محاسبه مسائل شامل آن
- به کارگیری اصل ضرب برای رسیدن به مفهوم جایگشت وآشنایی با مفهوم جایگشت و به کارگیری آن در حل مسائل
- به کارگیری اصل ضرب برای رسیدن به مفهوم تبدیل وآشنایی با مفهوم تبدیل و به کارگیری آن در حل مسائل
- به کارگیری اصل ضرب و مفهوم تبدیل برای رسیدن به مفهوم ترکیب وآشنایی با مفهوم ترکیب و به کارگیری آن در حل مسائل
- ❖ توانایی طرح مسائلی که پاسخ آنها با استفاده از اصل جمع یا اصل ضرب است.

شمارش:

برای این که بتوانیم بدون شمردن ، تعداد حالت های یک عمل را شمارش کنیم از ابزارهای اصل جمع، اصل ضرب، جایگشت، تبدیل و ترکیب کمک می گیریم.

اصل جمع :

اگر بتوان عملی را به m طریق وعمل دیگر را به n طریق انجام داد و این دو عمل را نتوان با هم انجام داد، بنابراین به m+n طریق می توان عمل اول **(یا)** عمل دوم را انجام داد

✓ حرف **(یا)** نشان دهنده اصل جمع است

✓ اصل جمع به بیش از دو عمل نیز قابل تعمیم است.یعنی اصل جمع را می توان برای بیشتر از ۲عمل نیز بکار برد به شرطی که عمل ها با هم انجام نگیرد

✓ در اصل جمع، عمل در یک مرحله و به طور غیر همزمان انجام پذیر است

(فعالیت ص۲)

① در کتابخانه ای ۳۰ کتاب روان شناسی و ۲۵ کتاب تعلیم و تربیت اسلامی وجود دارد .اگردانش آموزی فقط یک کتاب با موضوع روان شناسی یا تعلیم و تربیت اسلامی مطالعه کند، برای این کار چند انتخاب دارد؟

☑حل: توجه داشته باشید که دانش آموز می خواهد در این کتابخانه فقط کتاب روان شناسی یا تعلیم و تربیت اسلامی مطالعه کند.بنابر این طبق اصل جمع $\left(۳۰+۲۵=۵۵\right)$ راه انتخاب وجود دارد

② پرستاری می تواندبه صورت رایگان (سرویس یا پیاده روی) یا با پرداخت هزینه (تاکسی، اتوبوس یا مترو) به بیمارستان برود او برای رفتن به بیمارستان چند انتخاب دارد؟

☑حل: $\left(۲+۳=۵\right)$

(مثال ص۳وتمرین ۱ص۱۰)

مثال: به چند طریق می توان فقط یک خودکار یا یک مداد یا یک روان نویس را از بین چهار خودکار با چهار رنگ مختلف و پنج مداد با رنگ های متفاوت و سه روان نویس با رنگ های متمایز انتخاب کرد؟

☑حل: $\left(۵+۴+۳=۱۲\right)$

① می خواهیم از بین ۱۰ دانش آموز کلاس دهم و ۱۱ دانش آموز کلاس یازدهم و ۱۲ دانش آموز کلاس دوازدهم یک دانش آموزانتخاب کنیم؛ به چند طریق می توانیم این دانش آموز را انتخاب کنیم؟

اصل ضرب:

اگر عملی طی دو مرحله اول و دوم انجام پذیرد، طوری که در مرحله اول به m طریق (و) در مرحله دوم هرکدام از این m طریق به n روش انجام پذیرباشند .در کل آن عمل از $m \times n$ طریق انجام پذیر است

- ✓ حرف (و) نشان دهنده اصل ضرب است
- ✓ اصل ضرب قابل تعمیم به بیشتر از دو مرحله است.یعنی اصل ضرب را می توان برای بیشتر از ۲عمل نیز بکار برد به شرطی که عمل ها مرحله به مرحله انجام گیرد.
- ✓ توجه داشته باشید در اصل ضرب، عملی در دو یا چند مرحله و به طور همزمان انجام پذیر است

(فعالیت ص۳ و تمرین ۵ ص ۱۱)

① دانشجویی می خواهد از بین دو درس عمومی ،یک درس و از میان سه درس اختصاصی،یک درس را انتخاب کند. او به چند طریق می تواند یک درس عمومی ویک درس اختصاصی خود را انتخاب کند؟

☑حل: توجه داشته باشید که دانشجو می خواهدهم درس عمومی و هم درس اختصاصی انتخاب کند.بنابر این طبق اصل ضرب $\left(۲ \times ۳ = ۶\right)$ انتخاب وجود دارد

⑤ یک کارخانه خودروسازی خودروهایی در ۷ رنگ، با ۲ حجم موتور و ۳ نوع مختلف جلو داشبوردتولید می کند . یک خریدار برای خرید یک خودرو از این کارخانه چند انتخاب دارد؟

(مثال ص۴)

مثال: مدیرعامل یک شرکت برای تصمیم گیری درباره توسعه شرکت، ۱۵ نفر از سهام داران و هیئت امنا را در دو گروه A, B دسته بندی می کند. ۷نفر در گروه **A** و ۸ نفر در گروه **B** قرار می گیرند. گروه **A** باید دربارهٔ نتایج مساعد احتمالی و گروه**B** درباره نتایج نامساعد احتمالی تحقیق کنند

الف)مدیرعامل به چند طریق می تواند فقط با یک نفر از این ۱۵نفر مشورت کند؟

ب)اگر مدیرعامل بخواهد از هر دو گروه مشورت بگیرد به شرط آنکه از هر گروه ۱ نفر نتیجه تحقیقاتش را با او در میان بگذارد،به چند طریق می تواند این کار را انجام دهد؟

❖ **به طور کلی:**

اگر در سؤال گفته شود کار اول یا کار دوم یا ... انجام می شود، برای حل سؤال از اصل جمع و اگر درسؤال گفته شود کار اول و کار دوم و ... انجام می شود، برای حل سؤال از اصل ضرب استفاده می کنیم.

مثال: فرض کنید مغازه ای ۵ نوع بستنی و ۳ نوع آبمیوه دارد.

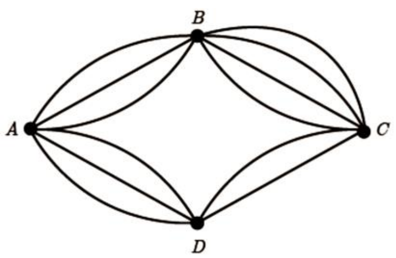
الف) اگر بخواهید برای دوست خود فقط بستنی یا آبمیوه بخرید، به چند روش می توان این کار را انجام داد؟

ب) اگر بخواهید برای دوست خود هم بستنی و هم آبمیوه بخرید، به چند روش می توان این کار را انجام داد؟

- ✓ نکته :در برخی از مسائل لازم است همزمان از هر دو اصل جمع و ضرب استفاده شود

(کاردرکلاس ص۴)

بین ۴ شهر A, B, C, D درشکل زیر راههایی وجود دارد مشخص کنید به چند طریق می توان :



الف)از شهر A به شهر C از طریق شهر B سفرکرد؟

☑حل:

$\underbrace{\left(۳ \times ۴\right)}_{ABC} = ۱۲$

ب) از شهر A به شهر C سفرکرد؟

$$\underbrace{(۳\times۴)}_{ABC}+\underbrace{(۳\times۲)}_{ADC}=۱۲+۶=۱۸$$

پ) از شهر B به شهر D سفرکرد؟

$$\underbrace{(۴\times۲)}_{BCD}+\underbrace{(۳\times۳)}_{BAD}=۸+۹=۱۷$$

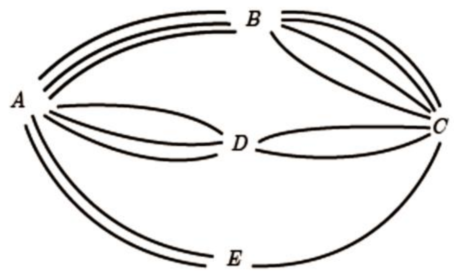
(تمرین ۲ص ۱۰)

② بین ۵شهر A,B,C,D,E درشکل زیر راههایی وجود دارد که همه دو طرفه اند مشخص کنید به چند طریق می توان

الف)از شهر A به شهر C سفرکرد؟

ب) از شهر A به شهر C از طریق شهر B مسافرت رفت و برگشت انجام داد؟

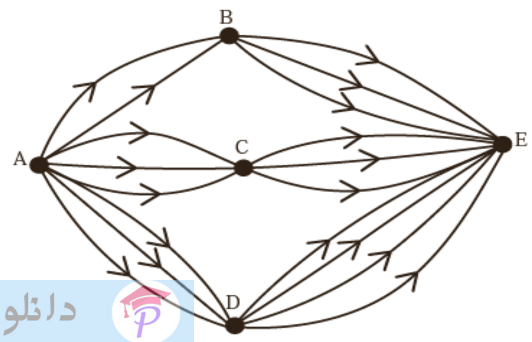
پ) از شهر D بدون عبور از شهر E به شهر A مسافرت کرد؟



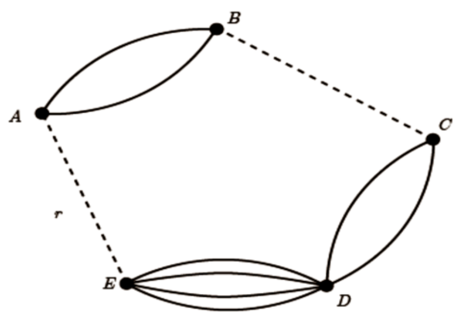
(تمرین ۹و ۱۰ص ۱۱)

⑨ مساله ای طرح کنید که جواب آن $۲\times۳+۳\times۴+۳^۲$ باشد

حل: اگر شکل زیر نشان دهنده ی جاده های بین شهر های A,B,C,D,E باشد و همه ی جاده ها یک طرفه باشند، به چند طریق می توان از شهر A به شهر E سفرکرد؟



⑩ تعداد راه ها یا جاده ها از شهر B به C و از شهر A به E را طوری تعریف کنید که با توجه به شکل زیر بتوان به ۲۰طریق ازشهر A به شهر D سفر کرد.



نماد فاکتوریل: $(!)$

برای ضرب یک عدد طبیعی و بزرگ تر از ۱ در تمام اعداد طبیعی کوچک تر از خودش از نماد فاکتوریل $(!)$ استفاده می کنیم. مثل: $۵!=۵\times۴\times۳\times۲\times۱$

قرارداد: $۱!=۱$, $۰!=۱$

- ✓ درفاکتوریل از هر شیء فقط یک بار استفاده می شود و تعداد حالت ها در هر قسمت، نسبت به قبلی، یکی کم می شود.
- ✓ در مسائل فاکتوریل بنا بر نیاز هرجا که لازم بود فاکتوریل را قطع می کنیم . مثل: $۵!=۵\times۴!$

(مثال ص۵)

حاصل هر یک را به ساده ترین صورت بنویسید.

۱) $۴!\times۲=۴\times۳\times۲\times۱\times۲=۴۸$

۲) $\frac{۵!}{۳!}=\frac{۵\times۴\times۳!}{۳!}=۵\times۴=۲۰$

۳) $\frac{۱۰!}{۷!}=\frac{۱۰\times۹\times۸\times۷!}{۷!}=۷۲۰$

۴) $\frac{۳!\times۵!\times۰!}{۷!\times۱!}=\frac{۳\times۲\times۱\times۵!\times۱}{۷\times۶\times۵!\times۱}=\frac{۱}{۷}$

جایگشت:

* هر حالت ازکنار هم قرارگرفتن n شی متمایزرا یک جایگشت n تایی از آن n شی می نامیم.

(جایگشت به معنی مرتب سازی یا تغییر ترتیب اعضای یک مجموعه است.)

*مفهوم کلمات زیر یعنی تکرار مجاز نیست:

۱.ارقم یا حروف متمایز ۲. جایگشت ۳. کنار هم قرار گرفتن

*تعداد جایگشت های n تایی از n شیء متمایز برابر با n! است

$$\underline{n}\times\underline{n-1}\times\underline{n-2}\times\ldots\times\underline{2}\times\underline{1}=n!$$

مثال۱: تعداد جایگشت های ۳ تایی از ۳ شیء متمایز برابر ۳! می باشد.

$$\underline{3}\times\underline{2}\times\underline{1}=3!$$

مثال۲: با حروف کلمه ی "درخشان" و بدون تکرارحروف چند کلمه ی ۶ حرفی می توان نوشت؟

☑حل: کلمه درخشان ۶حرف دارد وتعداد جایگشت ۶ تایی از ۶ شیء متمایز برابر ۶! می باشد.

(فعالیت ۱ص۵)

① اگر افراد A, B, C بخواهند در یک همایش سخنرانی کنند، این عمل به چند طریق امکان پذیر است؟

✓ نکته: برای تعیین تعداد اعداد n رقمی، می توان از اصل ضرب استفاده نمود. فقط باید اعداد را به گونه ای نوشت که رقم اول از سمت چپ صفر نباشد. مثلاً عدد سه رقمی ۰۱۵ وجود ندارد.

✓ برای زوج یا فرد بودن اعداد، ابتدا باید رقم یکان را مشخص کرده و سپس اولین رقم سمت چپ و پس از آن تعداد حالات ارقام میانی شمرده شود.

✓ وقتی می گویند بدون تکرار ارقام ، یعنی، تعداد راههای پرکردن هر خانه که تمام شد برای خانه های بعدی یک واحد از تعداد حالت های قبلی کم کرده تا الی آخر.

(فعالیت ۲ ص۵)

② با ارقام ۲و۷و۴و۵و۶ و بدون تکرار ارقام،چند عدد ۵رقمی می توان نوشت؟

☑حل: $\underline{5}\times\underline{4}\times\underline{3}\times\underline{2}\times\underline{1}=5!=120$

(کاردرکلاس ص۶)

با ارقام ۰ و ۲ و ۱ و ۳ و ۵و۴ :

۱.چند عدد پنج رقمی و بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟

☑حل:

$$\underline{5}\times\underline{5}\times\underline{4}\times\underline{3}\times\underline{2}=5\times5!=600$$

۲.چند عدد پنج رقمی فرد و بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟

$$\underline{4}\times\underline{4}\times\underline{3}\times\underline{2}\times\underset{1,3,5}{\underline{3}}=288$$

۳چند عدد پنج رقمی زوج و بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟

$$\left.\begin{array}{l}\underline{5}\times\underline{4}\times\underline{3}\times\underline{2}\times\underset{0}{\underline{1}}=5!=120\\[2ex]\underline{4}\times\underline{4}\times\underline{3}\times\underline{2}\times\underset{2,4}{\underline{2}}=192\end{array}\right\}\xrightarrow{+}312$$

۴.چند عدد پنج رقمی مضرب ۵ و بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟

$$\left.\begin{array}{l}\underline{5}\times\underline{4}\times\underline{3}\times\underline{2}\times\underset{0}{\underline{1}}=5!=120\\[2ex]\underline{4}\times\underline{4}\times\underline{3}\times\underline{2}\times\underset{5}{\underline{1}}=96\end{array}\right\}\xrightarrow{+}216$$

جایگشت r شیء از n شیء (تبدیل یا ترتیب):

*تعداد جایگشت rتایی از n شیء متمایز یا به عبارتی تعداد انتخاب های r شیء از بین n شیء متمایز را که در آنها ترتیب قرار گرفتن مهم باشد، با p(n و r) نمایش می دهیم و مقدار آن از فرمول زیر بدست می آید.

$$p(n,r)=\frac{n!}{(n-r)!}$$

*در جایگشت ترتیب قرار گرفتن اشیاء مهم است. یعنی با جا به جا کردن اشیاء حالت جدیدی به وجود می آید.

* به جای استفاده از روش اصل ضرب (پرکردن خانه ها)می توانیم از فرمول جایگشت در بالا استفاده کنیم .

(فعالیت ۱ص۷)

①با ارقام ۱تا۷ و بدون تکرار ارقام،چند عدد ۴رقمی می توان نوشت؟

☑حل: می توانیم از دو روش اصل ضرب یا فرمول جایگشت استفاده کنیم

روش اول: $\underline{7}\times\underline{6}\times\underline{5}\times\underline{4}=840$

روش دوم:

$$p(n,r)=\frac{n!}{(n-r)!}\to p(7,4)=\frac{7!}{(7-4)!}=\frac{7!}{3!}=\frac{7\times6\times5\times4\times3!}{3!}=840$$

(کاردرکلاس ۱ص۹)

① به چند طریق می توان با ارقام ۱تا۹، عددی ۵ رقمی ساخت؟(تکرار مجاز نیست)

(مثال ص ۸)

با ارقام ۱و۲و۴و۶و۸و۹ و بدون تکرار ارقام،چند عدد ۳رقمی می توان نوشت؟

(فعالیت ۲ص۷)

② به چند طریق می توانیم سه کتاب را از بین ۵ کتاب متمایز، انتخاب کنیم و در یک ردیف بچینیم؟

(تمرین ۳و۴و۶ص ۱۱)

③با حروف کلمه ی "ولایت" و بدون تکرارحروف:

الف) چند کلمه ی ۵ حرفی می توان نوشت؟

☑حل: $5!=120$

ب) چند کلمه ی ۳ حرفی می توان نوشت که به "ی" ختم شوند؟ و ل ا ی ت

$$\underline{\text{ی}}\times\underbrace{\underline{4}\times\underline{3}}_{\downarrow}=12$$

۴حرف در ۲خانه یا جایگشت ۲تایی از۴حرف

پ) چند کلمه ی ۵ حرفی می توان نوشت که با "و" شروع و به "ل" ختم شوند؟ و ل ی ا ت

$$\underline{\text{ل}}\times\underbrace{\underline{3}\times\underline{2}\times\underline{1}}_{\downarrow}\times\underline{\text{و}}=6$$

۳حرف در ۳خانه یا جایگشت ۳تایی از۳حرف

④ یک دوره بازی فوتبال بین ۱۰ تیم فوتبال، به صورت رفت و برگشت انجام می شود .اگر همه تیم ها باهم بازی داشته باشند، در پایان دوره چندبازی انجام شده است؟

☑حل: چون گفته رفت و برگشت یعنی برای ما مهم است که ابتدا کدام تیم اول و کدام تیم دوم باشد پس:

$$p(n,r)=\frac{n!}{(n-r)!}\to p(10,2)=\frac{10!}{8!}=90$$

⑥ مجموعه $A=\{1,2,4,6,8,9\}$ مفروض است:

الف) چند عدد ۵ رقمی زوج و بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟

ب) چند عدد ۵رقمی بزرگتر از ۸۰۰۰۰می توان نوشت؟

*اگر در جایگشت افراد یا اشیاء، بخواهیم چند فرد یا چند شیء کنار هم باشند، کافی است آنها را در یک بسته، در نظر گرفته و سپس جایگشت درون بسته را حساب کرده، در جایگشت خود بسته با افراد یا اشیاء بیرون آن ضرب کنیم.

مثال: با حروف کلمهٔ «جهانگردی» و بدون تکرار حروف، چند کلمهٔ ۸حرفی می توان نوشت که در آنها حروف «د»، «ی» کنار هم باشند.

ترکیب r شیء از n شیء:

تعداد انتخاب های r شیء از بین n شیء متمایز را که در آنها ترتیب قرار گرفتن مهم نباشد، با c_r^n یا $\binom{n}{r}$ یا $c(n,r)$ نمایش می دهیم و با استفاده از اصل ضرب و رابطه تبدیل، رابطه ترکیب به دست می آید و فرمول آن به صورت زیر است:

$$\binom{n}{r}=\frac{p(n,r)}{r!}\ \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

✓ روابط ساده و سریع در ترکیب:

$$\binom{n}{n}=1 \longrightarrow \binom{۳}{۳}=۱$$

$$\binom{n}{۰}=1 \longrightarrow \binom{۳}{۰}=۱$$

$$\binom{n}{۱}=n \longrightarrow \binom{۳}{۱}=۳$$

$$\binom{n}{n-۱}=n \longrightarrow \binom{۳}{۲}=۳$$

✓ در هدیه دادن، ساختن تیم، انتخاب مهره ها، شمارش n ضلعی ها با داشتن تعدادی نقطه ومجموعه ها ترتیب مهم نیست. بنابراین از ترکیب استفاده می کنیم.

(مثال ص ۹)

به چند طریق می توانیم ۳ کتاب را از بین ۷ کتاب، انتخاب کنیم و به دوستمان هدیه بدهیم؟

☑حل:

$$\binom{۷}{۳}=\frac{۷!}{۳!(۷-۳)!}=\frac{۷!}{۳!۴!}=\frac{۷\times۶\times۵\times۴!}{۳\times۲\times۱\times۴!}=۳۵$$

(کاردرکلاس ۲و۴ص۱۰)

②به چند طریق می توان از بین ۹ نفر یک تیم والیبال ۶ نفره تشکیل داد؟

④در جعبه ای ۴ مهرهٔ قرمز و ۵ مهرهٔ آبی وجود دارد. به چند طریق می توانیم ۳ مهره از این جعبه خارج کنیم؟

(تمرین ۷ص ۱۱)

روی محیط یک دایره ۱۲ نقطه وجود دارد .مشخص کنید:

الف)با این ۱۲ نقطه، چه تعداد مثلث می توان تشکیل داد؟

☑حل:

با وصل کردن هر سه نقطه، یک مثلث ایجاد می شود

$$\binom{۱۲}{۳}=\frac{۱۲!}{۳!(۱۲-۳)!}=\frac{۱۲!}{۳!۹!}=\frac{۱۲\times۱۱\times۱۰\times۹!}{۳\times۲\times۱\times۹!}=۲۲۰$$

ب) چه تعداد وتر می توان تشکیل داد؟

☑حل:

با وصل کردن هر دو نقطه، یک وتر ایجاد می شود.

$$\binom{۱۲}{۲}=\frac{۱۲!}{۲!(۱۲-۲)!}=\frac{۱۲!}{۲!۱۰!}=\frac{۱۲\times۱۱\times۱۰!}{۲\times۱۰!}=۶۶$$

* تعداد زیر مجموعه های یک مجموعه n عضوی ← ۲^n

*تعداد زیر مجموعه های r عضوی از یک مجموعه n عضوی:

$$\binom{n}{r}$$

* تعداد زیر مجموعه های r عضوی از یک مجموعهٔ n عضوی فاقد k عضو:

$$\binom{n-k}{r}$$

* تعداد زیر مجموعه های r عضوی از یک مجموعهٔ n عضوی شامل k عضو:

$$\binom{n-k}{r-k}$$

مثال:

مجموعه $A=\{۱,۲,۳,۴,۵,۶,۷\}$ مفروض است:

الف) چند زیر مجموعه دارد؟

☑حل: $۲^۷=۱۲۸$

ب) چند زیر مجموعه ی ۴ عضوی دارد؟

$$\binom{۷}{۴}=\frac{۷!}{۴!(۷-۴)!}=\frac{۷\times۶\times۵\times\cancel{۴!}}{\cancel{۴!}\times۶}=۳۵$$

پ) چند زیرمجموعه ۴ عضوی شامل رقم ۲ دارد؟

$$\binom{۷-۱}{۴-۱}=\binom{۶}{۳}=\frac{\cancel{۶}\times۵\times۴}{\cancel{۶}}=۲۰$$

ت) چند زیرمجموعه ۴ عضوی فاقد رقم ۲ دارد؟

$$\binom{۷-۱}{۴}=\frac{۶!}{۴!(۶-۴)!}=\frac{۶\times۵\times\cancel{۴!}}{\cancel{۴!}\times۲}=۱۵$$

ث) چند زیرمجموعه ۴ عضوی شامل عدد ۲ و فاقد عدد ۶ دارد؟

$$\binom{۷-۱}{۴-۱}=\binom{۶}{۳}$$

$$\binom{۶-۱}{۳}=\binom{۵}{۳}=۱۰$$

(کاردرکلاس ۳ص۱۰)

③مجموعه ی $A=\{۱,۲,۳,....,۸\}$ چند زیر مجموعه ی سه عضوی دارد؟

(تمرین ۶ص ۱۱)

⑥ مجموعه $A=\{۱,۲,۴,۶,۸,۹\}$ مفروض است:

الف) چند زیر مجموعه ی سه عضوی دارد؟

ب) چند زیر مجموعه ی سه عضوی شامل رقم ۸ دارد؟

✓ **نکته:**

حداقل عددی،یعنی آن عدد یا بیشتر از آن عدد

حداکثر عددی ،یعنی آن عددیا کمتر از آن عدد

(تمرین ۸ص ۱۱)

⑧می خواهیم از بین ۵ دانش آموز پایه یازدهم و ۶ دانش آموز پایه دوازدهم افرادی را انتخاب کنیم و یک تیم ۶ نفره والیبال تشکیل دهیم .مشخص کنید به چند طریق می توانیم این تیم را تشکیل بدهیم؛ هرگاه بخواهیم:

الف) به تعداد مساوی دانش آموز پایه یازدهم و دوازدهم در تیم حضور داشته باشند.

☑حل:

$$\binom{5}{3}\times\binom{6}{3}=200$$

ب) کاپیتان تیم فرد مشخصی از پایه دوازدهم باشد.

☑حل:یعنی کاپیتان از قبل انتخاب شده است پس یک نفر از ۶نفری که قراربودانتخاب کنید، کم می شود

$$5+5=10\to\binom{10}{5}=252$$

پ) حداقل ۴ نفر از اعضای تیم، دانش آموز پایه دوازدهم باشند.

☑حل:حداقل ۴نفر،یعنی ۴نفر یا بیشتر از ۴نفر

$$\left.\begin{array}{l}\binom{6}{4}\times\binom{5}{2}=15\times10=150\\ \binom{6}{5}\times\binom{5}{1}=6\times5=30\\ \binom{6}{6}=1\end{array}\right\}\xrightarrow{+}181$$

ت) فقط ۲ نفر از اعضای تیم از پایه یازدهم باشند.

☑حل:

$$\binom{5}{2}+\binom{6}{4}=150$$