به نام خداوند جان و خرد

دینامیک و حرکت دایره‌ای

Dr:B.Barati
09163014685

نقش نیروها در زندگی روزمره چگونه است؟

ماهواره ها نیروی لازم را چگونه فراهم می کنند؟

در این فصل می‌خواهیم

نقش اساسی نیروها را در حالتهای زیر مورد بحث قرار دهیم:

الف)تغییر حرکت جسم یا تغییر شکل آن

ب) قوانین حرکت و حرکت دورانی

پ) بررسی و تحلیل حرکت جسم

Dr:B.Barati

نیرو چیست و چگونه ایجاد می شود؟

نیرو عاملی است که بر یک جسم اثر کرده و می تواند درآن تغییر حالت (شروع به حرکت کردن، توقف، کم و زیاد شدن اندازه سرعت (تندی)، تغییر جهت سرعت و تغییر شکل آن جسم) ایجاد کند و اگر بتواند باعث تغییر مکان جسم گردد، روی جسم کار انجام داده است. به عبارت دیگر می توان نیرو راتاثیر متقابل اجسام بر یکدیگر دانست. بنابراین می توان نتیجه گرفت برای آنکه نیرو بوجود آید وجود دو جسم لازم است یعنی نیرو بر هم کنش دو جسم بر یکدیگر است.

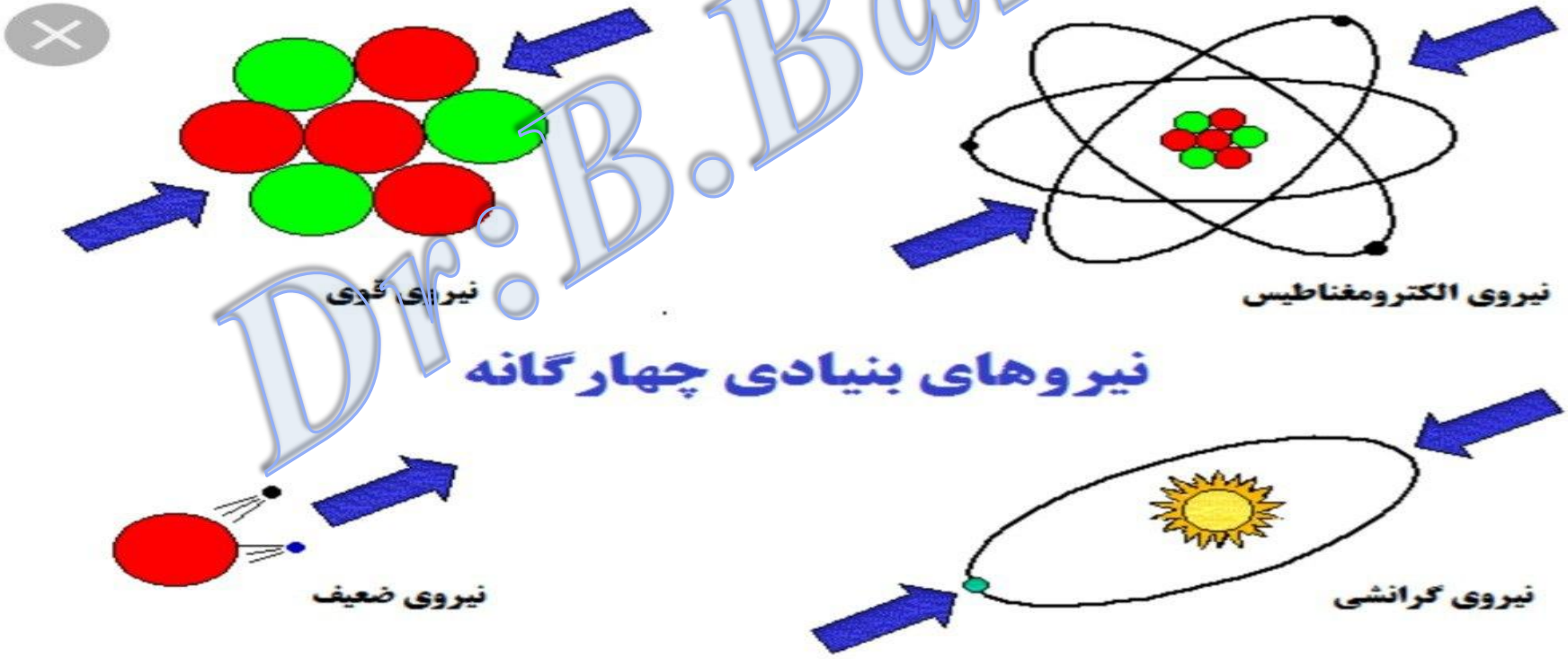
Dr.B.Barati

انواع نیروهای شناخته شده(بنیادی) :

الف) نیروهای گرانشی ب) نیروهای الکترومغناطیسی ج) نیروی هسته ای قوی

د) نیروی هسته ای ضعیف

نکته: نیروی کشش فنر، نیروی کشش طناب و نیروی اصطکاک از نوع الکترومغناطیسی هستند.

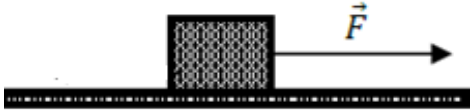


Dr.B.Barati

تذکراتی چند در مورد نیرو:

الف)نیرو کمیتی برداری است که علاوه بر اندازه دارای جهت نیز می باشد

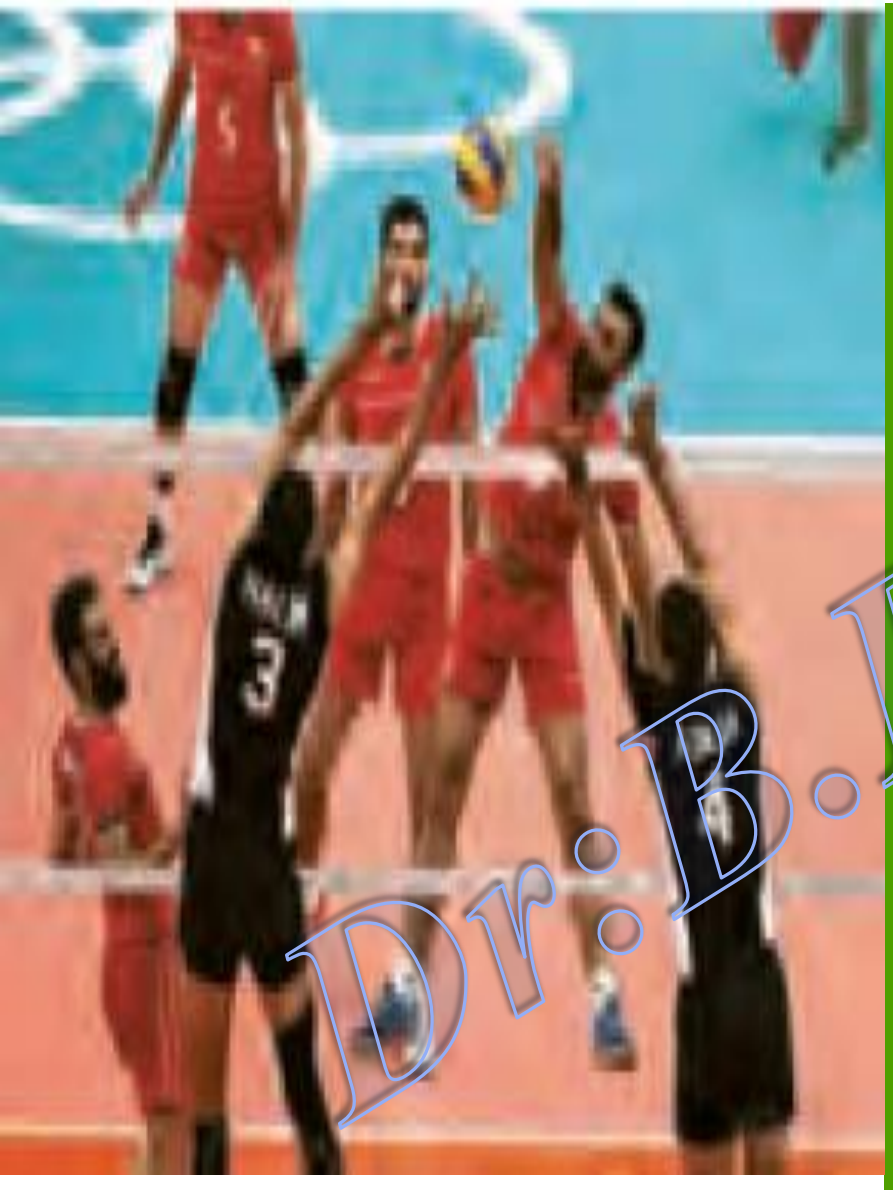
ب) نیرو را با $\vec{F}$ نشان می دهند و از پاره خط جهت دار با مقیاس مناسب برای رسم آن استفاده می شود



ج) بزرگی نیرو را به کمک نیروسنج اندازه گیری می کنیم و یکا آن نیوتن است

توجه مهم: برای نمایش ساده فرض می کنیم که همه جرم جسم در یک نقطه بنام مرکز جرم جسم متمرکز شده است و نیرو به این نقطه وارد می شود.

Dr.B.Barati



توجه مهم : هنگام زدن ضربه به توپ، باید

جهت ضربه و انرژی وارد بر توپ

به گونه‌ای تنظیم شود که توپ به دست

مناسب مورد نظر بازیکنان برخورد نماید.

Dr:B.Barati

بررسی قوانین حرکت

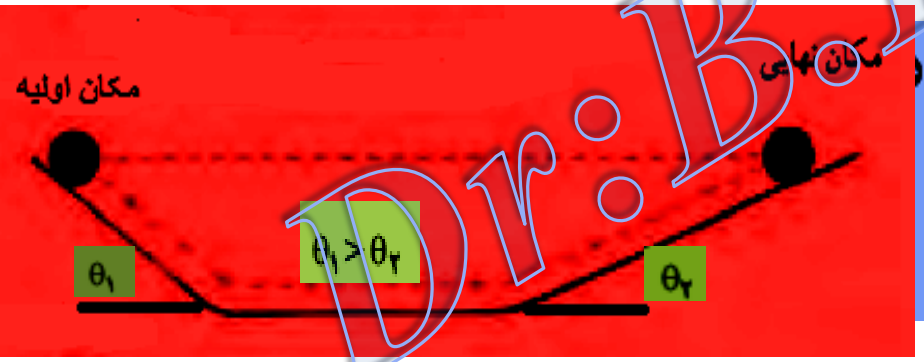
اگر به جسمی به‌طور هم‌زمان چند نیرو اثر کند و این نیروها اثر یکدیگر را خنثی کنند، یا به عبارت دیگر برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر شود، اصطلاحاً می‌گوییم نیروهای وارد بر جسم متوازن‌اند.

شکل های بررسی شده نشان می دهند: وقتی نیروهای وارد بر جسمی متوازن باشند، اگر جسم ساکن باشد، همچنان ساکن باقی می‌ماند و اگر در حال حرکت باشد، تغییری در نحوهٔ حرکت آن به‌وجود نمی‌آید، یعنی سرعت جسم تغییر نمی‌کند و ثابت می‌ماند.

Dr:B.Barati

رها سازی گوی ها توسط گالیله روی سطوح بدون اصطکاک

۱) با حرکت گوی روی این سطح تا ارتفاعی برابر ارتفاع اولی بالا رفت



۲) در این شکل با وجودیکه زاویه شیب سطح مقابل کمتر شد است ولی جسم مسافت بیشتری را طی کرده تا همان ارتفاع را پیدا کند

Dr:B.Barati

استدلال گالیله:اگر بتوان از اصطکاک صرف نظر کرد جسم تا همان ارتفاع اولیه بالا می رود

۳) در این شکل زاویه سطح شیبدار مقابل صفر است جسم باید برای همیشه روی آن با سرعت ثابت حرکت کند

Dr.B.Barati

گالیله از این ازمایش نتیجه گرفت که برای حرکت یکنواخت جسم روی خط راست نیازی به وارد کردن نیرو به جسم نیست

قوانین نیوتن:

قانون اول نیوتن (قانون ماند یا اینرسی):

قانون اول نیوتن:یک جسم حالت سکون یا حرکت با سرعت ثابت روی خط راست خود را حفظ می کند مگر آنکه نیروی خالص غیر صفری به آن وارد شود

$$\begin{matrix} V = \text{ثابت} \\ V = 0 \end{matrix} \Rightarrow \Delta V = 0 \Rightarrow a = 0 \Rightarrow \sum F = 0$$

یادداشتی در بارهٔ قانون اول نیوتن

هرگاه به جسمی که در حال حرکت است نیرویی وارد نشود مانند جسمی که در فضا و دور از ستاره‌ها و سیارات دیگر در حال حرکت است، جسم با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد. مانند حرکت سفینه‌ای که به اندازه کافی از زمین دور شده و به سیارات دیگر نیز نزدیک نمی‌باشد. در این حالت سفینه با موتور خاموش نیز می‌تواند به راه خودش ادامه دهد.

Dr.B.Barati

تعریف لختی(اینرسی): به خاصیت اجسام که میل دارند وضعیت حرکت خود را در غیاب نیرو حفظ کنند، لختی گویند

نکته: جرم یک جسم معیاری از مقدار لختی یک جسم در مقابل تغییر وضعیت جسم می باشد هر چه جرم جسم بیشتر باشد لختی بیشتر و اندازه مقاومت جسم در مقابل تغییر وضعیت بیشتر می شود

جرم جسم: مقدار ماده تشکیل دهنده جسم را جرم جسم گویند یکای آن در SI کیلوگرم(kg) ، کمیتی اسکالر(نرده ای) می باشد که از قواعد حساب معمولی پیروی می کند.

Dr.B.Barati 09163014685

(الف)

الف) چرا حرکت سریع مقوا در شکل الف، سبب افتادن سکه در لیوان می‌شود؟

پاسخ:الف) اگر کاغذ را به طور ناگهانی از زیر سکه بیرون بکشیم، مشاهده می کنید، سکه تمایل دارد حالت اولیه خود را حفظ کرده و همراه کاغذ حرکت نکند (در مثال فوق اگر نیرو را به تدریج زیاد کنیم، سیستم به صورت یکپارچه حرکت می کند.)

Dr.B.Barati

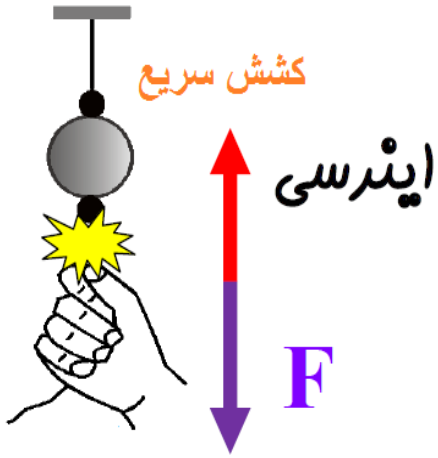
ب) چرا در شکل ب اگر به آرامی نیروی وارد بر گوی را زیاد کنیم نخ بالای گوی پاره می‌شود، اما اگر ناگهان نخ را بکشیم، نخ پایین آن پاره می‌شود؟

(ب)

بررسی شکل: در مرحله اول که نخ را به آرامی پایین می کشیم و نیرو را به تدریج زیاد می کنیم نیروی پایین وزنه فقط نیروی دست ما می باشد ولی نیروی بالای وزنه برابر وزن وزنه ونیروی ما می باشد پس نخ از بالا پاره می شود.

در مرحله دوم که نخ بصورت ضربه ای در یک لحظه پایین کشیده می شود نیروی زیادی در یک زمان کوتاه اعمال می گردد بنابراین نخ از پایین وزنه پاره می شود

Dr:B.Barati



پ) چرا با ضربه‌زدن به انتهای دسته به زمین در شکل پ چکش به طرف پایین سقط می‌شود؟

(پ)

وقتی دسته چکش را گرفته و با حرکت در راستای قائم ، آن را با ضربه محکمی به جسمی کوبیم، چکش نیز تمایل دارد به حرکت خود ادامه دهد، بنابراین بطرف پایین سقط می شود

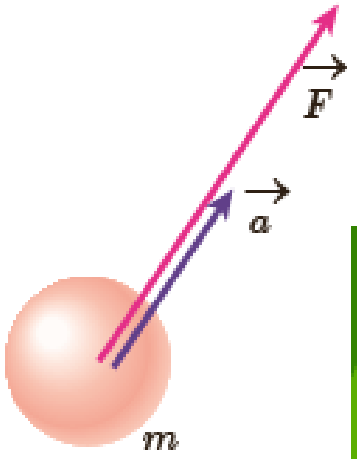
ت) چرا وقتی در اتوبوس در حال حرکت نشسته‌اید و راننده ناگهان اقدام به ترمز می‌کند، به جلو پرت می‌شوید؟

زیرا وقتی ترمز گرفته می شود شخص تمایل دارد حالت قبلی(سکون) خود را حفظ کند بنابراین با ترمز گرفتن شخص به سمت جلو پرت می شود

Dr.B.Barati

قانون دوم نیوتون :

هرگاه بر جسم نیروی خالصی وارد شود، جسم تحت‌تأثیر آن نیرو شتاب می‌گیرد که این شتاب نسبت مستقیم با نیروی خالص وارد بر جسم دارد و در همان جهت نیروی خالص است و با جرم جسم نسبت وارون دارد.



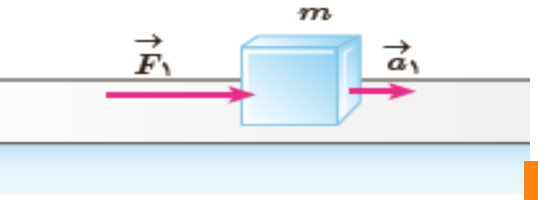
$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \Rightarrow \vec{F} = m\,\vec{a}$$

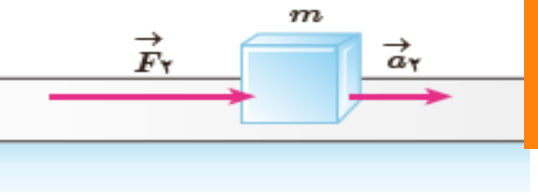
تعریف نیوتن یکای نیرو:

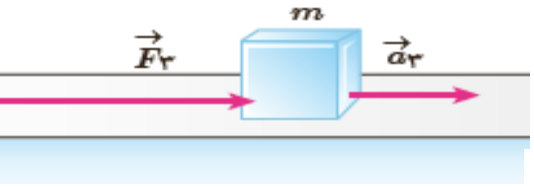
یک نیوتن نیرویی است که اگر به جرم $1kg$ وارد شود شتاب $1\,m/s^2$ پدید می کند.

$$1N = 1kg.1\,m/s^2$$

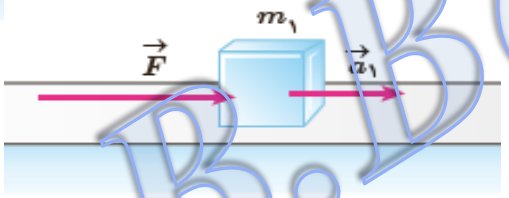
Dr.B.Barati

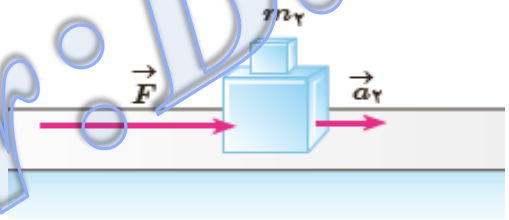


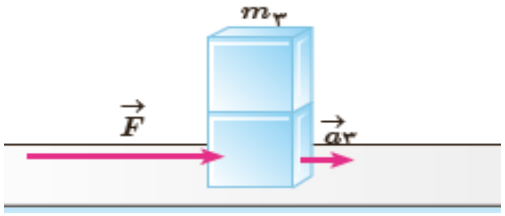




$$F_3 > F_2 > F_1 \xrightarrow[F=ma]{m_1=m_2=m_3} a_3 > a_2 > a_1$$







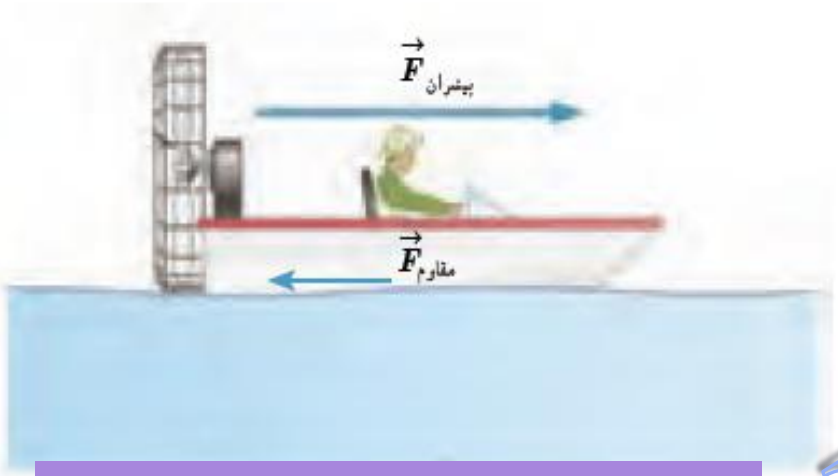
$$m_3 > m_2 > m_1 \xrightarrow[F=ma]{F_1=F_2=F_3} a_1 > a_2 > a_3$$

Dr.B.Barati

بر یک قایق موتوری که جرم آن با سرنشینش $400\,kg$ است، نیروی افقی خالص $800\,N$ به طرف جلو وارد می‌شود.

الف) شتاب این قایق چقدر و در چه جهتی است

ب) از حالت سکون چقدر طول می‌کشد تا سرعت قایق به $15/0\ m/s$ برسد؟



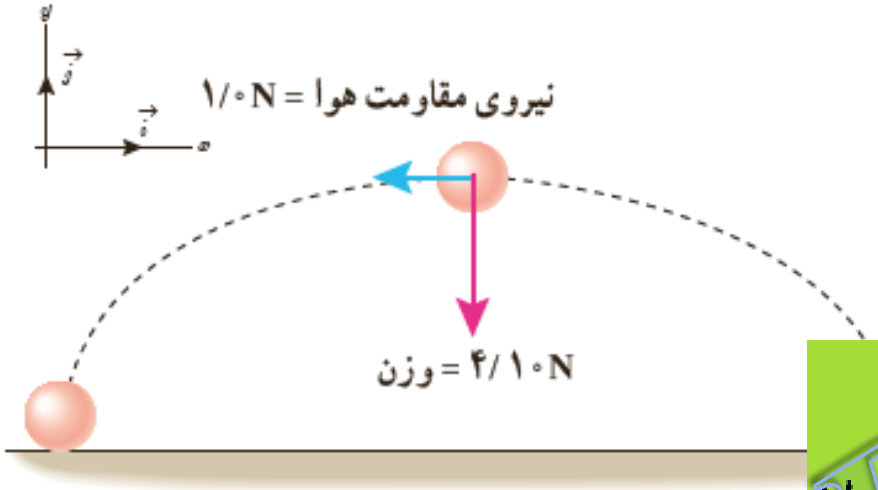
$$a=\frac{F}{m}=\frac{800\,N}{400\,kg}=2/00\,N/kg=2/00\,m/s^2$$

با توجه به اینکه جهت شتاب همواره در جهت نیروی خالص است، بنابراین شتاب قایق به طرف جلو خواهد بود.

$$v=at+v_0 \rightarrow 15/0\,m/s=(2/00\,\frac{m}{s^2})t+(0\,\frac{m}{s}) \rightarrow t=7/5\,s$$

Dr.B.Barati

exa شکل روبه‌رو نیروهای وارد بر توپ فوتبالی به جرم ۴۲۰g را در بالاترین نقطه مسیرش، نشان می دهد. جهت شتاب توپ در این نقطه را تعیین کنید.

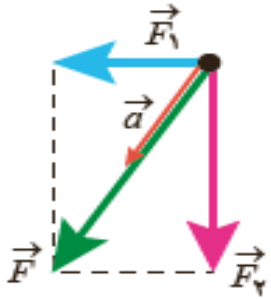


$\vec{F_1} = -1/0N\,\vec{i}$ نیروی مقاومت هوا و $\vec{F_2} = -4/10N\,\vec{j}$ وزن

$\vec{F} = \text{نیروی خالص} = \text{نیروی مقاومت هوا} + \text{وزن} = \vec{F_1} + \vec{F_2} = -1/0N\,\vec{j} + (-4/10\,\vec{j})$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{-1/0N\,\vec{i} - 4/1N\,\vec{j}}{420 \times 10^{-3} kg} = -2/4\frac{N}{kg}\vec{i} - 9/8\frac{N}{kg}\vec{j}$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(-2/4\frac{N}{kg})^2 + (-9/8\frac{N}{kg})^2} = 10/1N/kg$$



جهت شتاب توپ در جهت نیروی خالص (برایند) است.

Dr.B.Barati

مثال: دو نیروی هم اندازه F وقتی تحت زاویه‌ی ۹۰ درجه نسبت به هم به جسمی وارد می شوند شتاب جسم $4\ m/s^2$ می شود در صورتی که این دو نیرو تحت زاویه ۱۲۰ درجه نسبت به همان جسم وارد شوند شتاب حرکت جسم چند m/s^2 می شود؟

الف) ۲ ب) $\sqrt{2}$ ج) $2\sqrt{2}$ د) $4\sqrt{2}$

$$\sum F = ma \Rightarrow \left.\begin{matrix} 2f\cos\frac{120}{2} = ma \\ 2f\cos\frac{90}{2} = ma \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{\cos 60}{\cos 45} = \frac{a}{2} \Rightarrow a = 2\sqrt{2}$$

مثال:برای اینکه جسمی وضعیت خود را حفظ کند

الف)باید حداکثر یک نیرو به آن وارد شود

ب)باید برایند نیروهای وارد بر ان مخالف صفر باشد

ج)الزاما باید هیچ نیرویی به آن وارد نشود

د)باید برایند نیروهای وارد بر آن صفر باشد

پاسخ:جسم وضعیت خود را حفظ کند یعنی شتاب آن صفر باشدطبق قانون دوم نیوتن برآیند نیروهای وارد بر آن صفرباشد.

Dr:B.Barati

exa به یک جسم، همزمان سه نیروی $۶N$ ، $۸N$ و $۱۰N$ وارد می‌شوند و جسم به حالت تعادل است. اگر نیروی $۶N$ حذف شود، جسم با شتاب ثابت $a_۱$ و اگر نیروهای $۶N$ و $۸N$ حذف شوند؛ جسم با شتاب $a_۲$ حرکت می‌کند. نسبت $\frac{a_۱}{a_۲}$ کدام است؟

۱) $\frac{۶}{۱۰}$ ۲) $\frac{۸}{۱۰}$ ۳) ۸ ۴) با این داده‌ها پاسخ مشخص نمی‌شود.

$$\frac{F_1}{F_2}=\frac{a_1}{a_2}\Longrightarrow\frac{a_1}{a_2}=\frac{6}{10}$$

M=ثابت

exa بر جسمی به جرم $۲kg$ نیروی ثابت $\vec{F}=۲\vec{i}-۴\vec{j}$ وارد می‌شود. اگر سرعت جسم $۳s$ پس از اعمال نیروی F به $\vec{V}_۲=۴\vec{i}-۷\vec{j}$ برسد، سرعت آن در لحظه‌ی وارد شدن نیروی F کدام است؟

۱) $\vec{i}-\vec{j}$ ۲) $\vec{i}+\vec{j}$ ۳) $۷\vec{i}-۱۳\vec{j}$ ۴) $۷\vec{i}+۱۳\vec{j}$

$$\left|\begin{array}{l}\vec{F}=m\vec{a}\\ 2\hat{i}-4\hat{j}=2\dfrac{\vec{V_2}-\vec{V_1}}{\Delta t}\end{array}\right.\Longrightarrow 3\hat{i}-6\hat{j}=4\hat{i}-7\hat{j}-\vec{V_1}\Longrightarrow \vec{V_1}=\hat{i}-\hat{j}$$

Dr:B.Barati

exa جسمی به جرم $5kg$ تحت اثر سه نیروی $\vec{F_1}=-15\vec{i}+8\vec{j}$، $\vec{F_2}=-2\vec{i}+19\vec{j}$ و $\vec{F_3}$ قرار گرفته و شتاب $\vec{a}=-4\vec{i}+3\vec{j}$ را پیدا کرده است. اندازه‌ی نیروی $\vec{F_3}$ چند نیوتن است؟

۱) ۴ ۲) ۲۰ ۳) ۲۸ ۴) ۴۸

$$\vec{F_1}+\vec{F_2}+\vec{F_3}=m\vec{a}$$
$$-36\hat{i}+27\hat{j}+\vec{F_3}=-20\hat{i}+15\hat{j}$$
$$\vec{F_3}=16\hat{i}-12\hat{j}$$
$$|\vec{F_3}|=\sqrt{(16)^2+(-20)^2}=20(N)$$

exa جسمی با سرعت $5\frac{m}{s}$ در حرکت است. اگر نیروی ثابت $20N$ در جهت حرکت جسم به مدت ۴ ثانیه بر آن وارد شود، سرعتش به $15\frac{m}{s}$ می‌رسد. جرم این جسم چند کیلوگرم است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

$$a=\frac{V-V_0}{t}\Rightarrow a=\frac{15-5}{2}=5\left(m/s^2\right)$$
$$F=ma\Rightarrow 20=5m\Rightarrow m=4kg$$

Dr:B.Barati

سه نیرو، هم‌زمان بر وزنه‌ای به جرم ۵kg اثر می‌کنند. اگر بردار نیروها در SI به صورت $\vec{F}_1 = 20\hat{i} - 50\hat{j}$ ، $\vec{F}_2 = 10\hat{i} + 20\hat{j}$ و $\vec{F}_3 = -10\hat{j}$ باشند، بزرگی شتاب حاصل از این نیروها چند متر بر مربع ثانیه خواهد شد؟

۱) ۵ ۲) $5\sqrt{2}$ ۳) ۱۰ ۴) $10\sqrt{2}$

$$\vec{F} = 30\hat{i} - 40\hat{j} \Rightarrow |\vec{a}| = \frac{|\vec{F}|}{m} = \frac{\sqrt{30^2 + (-40)^2}}{5} = 10\ {}^{m}/_{s^2}$$

exam به یک جسم ۲ کیلوگرمی هم زمان چهار نیرو به اندازه‌های ۲۰، ۱۵، ۱۰، ۸ نیوتونی وارد می‌شود و جسم به حالت تعادل قرار دارد. اگر فقط نیروی ۱۵ نیوتنی حذف شود و دیگر نیروها با همان اندازه و جهت اثر گذار باشند، تغییر سرعت جسم بعد از ۲ ثانیه چند متر بر ثانیه خواهد شد؟

۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۲۰

اگر نیروی 15(N) حذف شود اندازه برآیند نیروهای باقیمانده همان 15(N) می باشد پس می توان نوشت:

$$F_R = ma \Rightarrow 15 = 2a \Rightarrow a = 7/5\ \frac{m}{s} \Rightarrow \Delta v = a\Delta t = 15\ \frac{m}{s}$$

Dr:B.Barati

دو نیروی $\bar{F}_1 = 2\bar{i} - 5\bar{j}$ و $\bar{F}_2$ به جسم ۱/۵ کیلوگرمی اثر می‌کنند و معادله‌ی شتاب حاصل در SI به‌صورت $\bar{a} = 2\bar{i} - 4\bar{j}$ می‌شود. $\bar{F}_2$ کدام است؟

۱) $\bar{i} + \bar{j}$ ۲) $\bar{i} - \bar{j}$ ۳) $5\bar{i} - \bar{j}$ ۴) $5\bar{i} + \bar{j}$

$$\begin{cases} \vec{F_1} + \vec{F_2} = m\vec{a} \\ 2\hat{i} - 5\hat{j} + \vec{F_2} = 3\hat{i} - 6\hat{j} \end{cases} \Rightarrow \vec{F_2} = \hat{i} - \hat{j}$$

به جسمی به جرم ۰/۵kg نیروی $\vec{F} = \hat{i} - \frac{1}{2}\hat{j}$ وارد می‌شود. اگر سرعت جسم در مبدأ زمان (در SI) $\vec{V} = 2\hat{i} + \hat{j}$ باشد، سرعت آن در لحظه‌ی $t = 2s$ چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) $\sqrt{17}$ ۴) $\sqrt{37}$

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t} = m\frac{\vec{V} - \vec{V_0}}{\Delta t}$$

$$\hat{i} - \frac{1}{2}\hat{j} = 0.5\frac{\vec{V} - 2\hat{i} - \hat{j}}{2}$$

$$\vec{V} = 6\hat{i} - 1\hat{j}$$

$$|\vec{V}| = \sqrt{(6)^2 + (-1)^2} = \sqrt{37}\ (m/s)$$

Dr:B.Barati

- به جسمی پنج نیروی $\vec{F}_1$، $\vec{F}_2$، $\vec{F}_3$، $F_4 = 5N$ و $F_5 = 9N$ وارد می‌شود و جسم ساکن است. اندازه‌ی برایند سه نیروی $\vec{F}_1$، $\vec{F}_2$ و $\vec{F}_3$ که آن‌را F' می‌نامیم، بر حسب نیوتون مطابق با کدام گزینه است؟

۱) $5 \leq F' \leq 9$ ۲) $4 \leq F' \leq 9$

۳) $4 \leq F' \leq 14$ ۴) $5 \leq F' \leq 14$

$$|\vec{F}_4 - \vec{F}_5| \leq |\vec{R}| \leq |\vec{F}_4 + \vec{F}_5| \quad \rightarrow \quad |\vec{R}| = |\vec{F}_4 + \vec{F}_5| \quad \rightarrow \quad 4 \leq |\vec{R}| \leq 14$$

- نیروهای $\vec{F}_1 = 2\hat{i} + 6\hat{j}$ و $\vec{F}_2 = \hat{i} - 2\hat{j}$ بر جسمی به جرم ۲ کیلوگرم اثر می کنند. شتاب حاصل از این دو نیرو چند متر برمجذور ثانیه است؟(سراسری ریاضی ۸۰)

۱) ۲ ۲) ۲/۵ ۳) ۳ ۴) ۳/۵

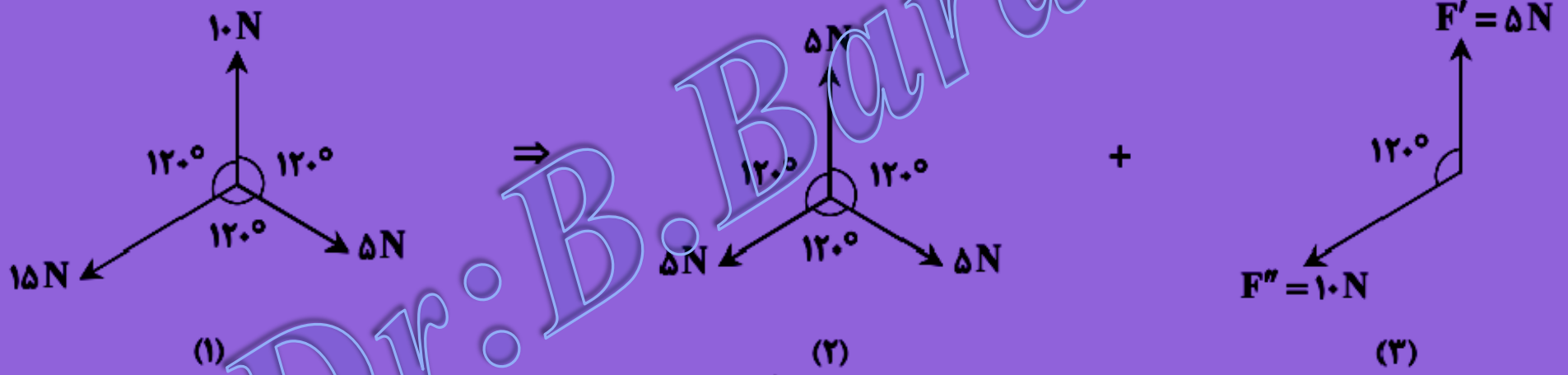
$$\begin{cases} \vec{F}_1 + \vec{f}_2 = m\vec{a} \\ 3\hat{i} + 4\hat{j} = 2\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = 1.5\hat{i} + 2\hat{j} \end{cases}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{(1.5)^2 + (2)^2} = 2.5 \left(m/s^2\right)$$

Dr.B.Barati 09163014685

exam سه نیروی $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ و $\vec{F}_3$ دو به دو با هم زاویه ی ۱۲۰° می سازند. اگر اندازه ی نیروها به ترتیب ۵ و ۱۰ و ۱۵ نیوتن باشد، برآیند آن ها چند نیوتن است؟

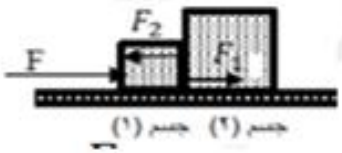
۱) صفر ۲) ۵ ۳) $۵\sqrt{۳}$ ۴) ۱۵

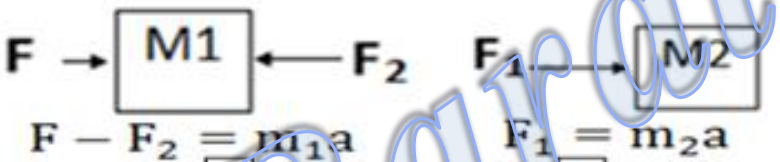


$$|R| = \sqrt{5^2 + 10^2 + 2 \times 10 \times (-\frac{1}{2})} = 5\sqrt{3}$$

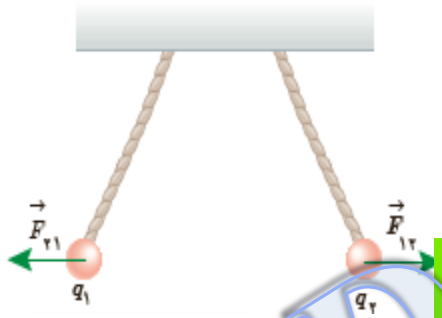
Dr:B.Barati

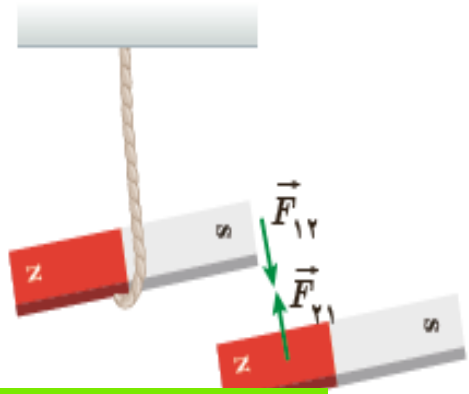
قانون سوم نیوتن: اگر جسمی به جسم دیگری نیرویی وارد کند جسم دوم نیرویی به همان اندازه و در خلاف جهت به جسم اول وارد می کند اگر نیروی اول را کنش بنامیم نیروی دوم را واکنش گویند.





$$\vec{F_1} = -\vec{F_2} \Rightarrow F_1 = F_2$$





Dr.B.Baraati

مشخصات نیروهای عمل و عکس العمل

۱- این دو نیرو، هم نوعند یعنی یا هر دو گرانشی ، یا هردو الکتریکی و یا هردو مغناطیسی هستند

۲- دو نیروی کنش و واکنش، هم اندازه، هم راستا و در دو سوی مخالف هم هستند.

۳- این دو نیرو هرگز به یک جسم وارد نمی شوند، پس برای آنها برآیند محاسبه نمی شود.

۴- واکنش هر نیرو به عامل ایجاد کننده آن وارد می شود.

۵- این دو نیرو همزمان ایجاد می شوند و همزمان از بین می روند.

یادداشتی ازنحوه کاربرد قانون سوم نیوتن

قانون سوم نیوتون مدام در فعالیت‌های زندگی روزمرهٔ ما تأثیر می‌گذارد. وقتی ما راه می‌رویم، نیروی اصطکاک به زمین وارد می‌کنیم. واکنش این نیرو که هم‌اندازه با نیروی ما است به پاهای ما وارد شده و ما را به جلو می‌راند. به همین ترتیب چرخ‌های دوچرخه نیروی اصطکاک به زمین وارد می‌کند و واکنش زمین دوچرخه را به جلو می‌راند.

مفهوم اساسی در قانون سوم نیوتن این است که نیروی تک در طبیعت وجود ندارد.

Dr.B.Barati

علت حرکت اسب و ارابه بر اساس قانون سوم نیوتن:

اسب به زمین نیرویی رو به عقب وارد می کند و سطح زمین نیرویی هم اندازه و رو به جلو به اسب وارد می کند و این عامل باعث حرکت رو به جلوی اسب و ارابه می شود (اسب و ارابه یک سیستم درنظرگرفته می شود)

exa دو شخص به جرم‌های ۷۵/۰kg و ۵۰/۰kg با کفش‌های چرخ‌دار در یک سالن مسطح و صاف روبه‌روی هم ایستاده‌اند. شخص اوّل با نیروی ۱۰۰/۰N شخص دوم را در جهت محور $\vec{i}$ هُل می‌دهد.

الف) شتابی که شخص دوم می‌گیرد چقدر است؟

ب) شتابی که شخص اوّل می‌گیرد چقدر است؟

$$\vec{F}_2 = -\vec{F}_1 \rightarrow F_2 = F_1 = ۱۰۰/۰\text{N}$$

$$\vec{a}_2 = \frac{\vec{F}_1}{m} = \frac{(۱۰۰/۰\text{N})\vec{i}}{۵۰/۰\text{kg}} = (۲/۰\frac{\text{N}}{\text{kg}})\vec{i}$$

$$\vec{a}_1 = \frac{\vec{F}_2}{m} = \frac{-(۱۰۰/۰\text{N})\vec{i}}{۷۵/۰\text{kg}} = -(۱/۳۳\frac{\text{N}}{\text{kg}})\vec{i}$$

Dr.B.Barati

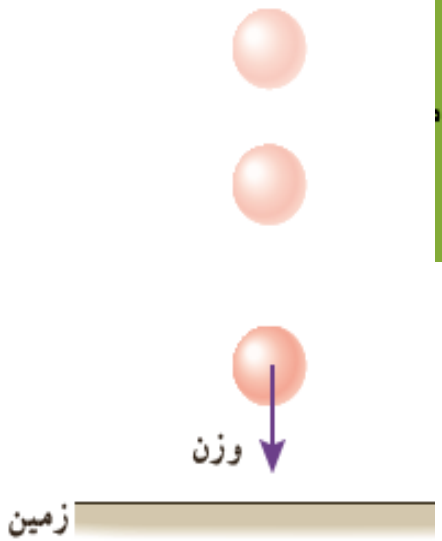
توجه کنید نیروهای وارد بر هر دو نفر هم‌اندازه بوده است، اما به علت متفاوت بودن جرم‌ها، شتاب‌ها متفاوت شده است.

معرفی برخی از نیروهای خاص

نیروی وزن(W):

نیروی جاذبه ای است که از طرف زمین بر جسم وارد می شود. وزن کمیتی برداری و یکای آن نیوتن

باشد و با نیروسنج اندازه گیری می شود



شتاب جاذبه ← $W = mg$ → وزن

جرم

رابطه وزن دو جسم در یک مکان:

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{m_2}{m_1}$$

رابطه وزن یک جسم در دو مکان :

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{g_2}{g_1}$$

Dr:B.Barati

نیروی مقاومت هوا (f) وقتی جسمی مانند یک توپ یا کیسه را از بالای ساختمانی رها می‌کنیم، علاوه بر وزن جسم، نیروی دیگری نیز در اثر برخورد جسم با مولکول‌های هوا به جسم در خلاف جهت حرکت وارد می‌شود که به آن نیروی مقاومت هوا می‌گویند.

نیروی مقاومت هوا تابع: (۱) مساحت سطح جلوی جسم (۲) اندازه سرعت جسم می باشد

نکته: هرچه سرعت جسم بیشتر باشد جسم در هر ثانیه با تعداد مولکولهای هوای بیشتری برخورد می کند و نیروی مقاومت هوا بیشتر می شود.

Dr:B.Barati

exaچتربازی به جرم ۶۰/۰kg مدتی پس از یک پرش آزاد، چترش را باز می‌کند. ناگهان نیروی مقاومت هوا به ۱۱۴۰N افزایش می‌یابد. شتاب چترباز را در این لحظه به‌دست آورده و حرکت آن را تحلیل کنید.

برای سادگی g را $10\ N/kg$ فرض کنید.

$$\vec{W}+\vec{f}=m\vec{a}\rightarrow f-W=ma\rightarrow 1140N-60/0kg\times 10\frac{N}{kg}=60/0kg\times a$$

$$\Rightarrow a=\frac{540N}{60/0kg}=9\ m/s2$$

شتاب چترباز در این حالت $9/0\ m/s^2$ و رو به بالا یعنی در خلاف جهت حرکت آن

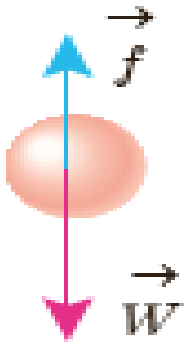
Dr.B.Barati

یادداشتی در باره نیروی مقاومت هوا

وقتی یک چترباز سقوط می‌کند و بلافاصله چترش را باز می‌کند. ابتدا تندی‌اش افزایش می‌یابد در نتیجه نیروی مقاومت هوا نیز افزایش پیدا می‌کند تا اینکه با وزن چترباز هم‌اندازه می‌شود. در این هنگام نیروی خالص صفر شده و در نتیجه شتاب چترباز نیز صفر می‌شود و وقتی جسم دیگر شتاب نگیرد با تندی ثابت به زمین می‌رسد. به این تندی، تندی حدی می‌گویم. تندی حدی برای یک چترباز نوعی حدود $5/0 m/s$ است .

Dr:B.Barati

exaدو گوی هم‌اندازه که جرم یکی دو برابر دیگری است را از بالای یک ساختمان به‌طور هم‌زمان رها می‌کنیم. تندی برخورد کدام گوی با زمین بیشتر است؟ نیروی مقاومت هوا ثابت فرض کنید. ($m_2 = 2m_1$)



$$W - f = ma \rightarrow a = \frac{W - f}{m} = \frac{mg - f}{m} = g - \frac{f}{m}$$

یعنی هرچه m بیشتر باشد، شتاب حرکت بیشتر است. در نتیجه $a_2 > a_1$ است.

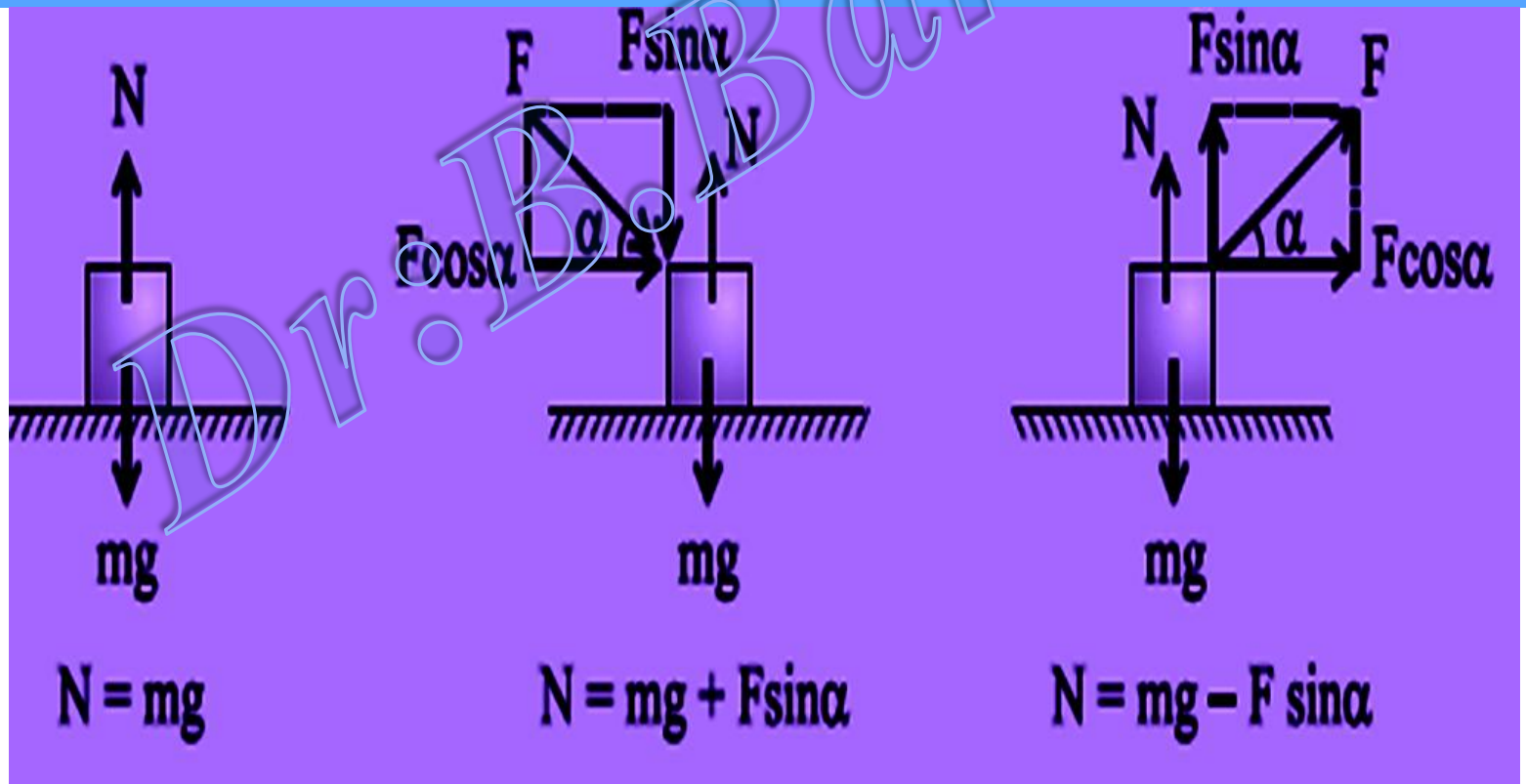
$$v^2 - v_0^2 = 2gh \rightarrow v^2 - 0 = 2gh \rightarrow v = \sqrt{2gh} \rightarrow v_2 > v_1$$

یعنی سرعت برخورد جسم سنگین‌تر بیشتر از جسم سبک‌تر است.

Dr:B.Barati
09163014685

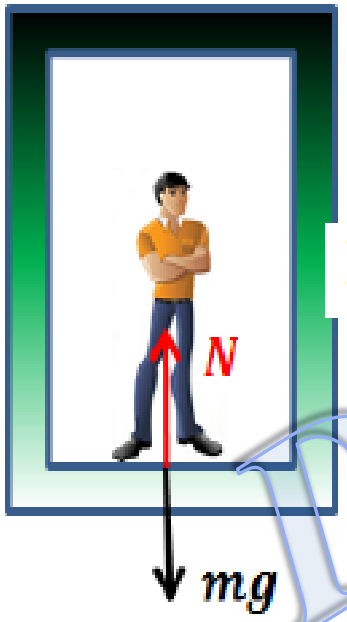
نیروی عمودی سطح (N) : هر گاه جسمی مانند شکل های زیر تکیه گاهی داشته باشد، از طرف تکیه گاه نیرویی عمودی به جسم وارد می شود که نیروی عمودی سطح نام دارد.

نکته: نیروی عمودی سطح ناشی از تغییر شکل سطح تماس دو جسم می باشد و به نوع تکیه گاه ودیگر نیروهای وارد بر جسم بستگی دارد.



Dr.B.Barati

نیروی عمودی وارد بر شخص درون آسانسور(N):هرگاه شخصی درون آسانسور قرار گیرد از طرف کف آسانسور نیرویی در راستای قائم به شخص وارد می شود که نیروی عمودی نام دارد



$$N = m(g \pm a)$$

$N > mg$ علامت + حرکت تند شونده رو به بالا یا کند شونده رو به پایین

$mg > N$ علامت - حرکت کند شونده رو به بالا یا تند شونده رو به پایین

$N = mg$ برای حرکت یکنواخت رو به بالا یا رو به پایین

Dr.B.Barati

وزنه‌ای توسط یک نیروسنج از سقف یک آسانسور آویزان است. در حالت اول آسانسور با شتاب $۲\frac{m}{s^۲}$ تند شونده بالا می‌رود و نیروسنج $F_۱$ را نشان می‌دهد. در حالت دوم آسانسور با شتاب $۲\frac{m}{s^۲}$ تند شونده پایین می‌رود و نیروسنج نیروی $F_۲$ را نشان می‌دهد. نسبت $\frac{F_۲}{F_۱}$ چقدر است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$

۱) $\frac{۵}{۴}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) ۲ ۴) ۴

$$F_1 = m(g+a) = 12m$$

$$F_2 = m(g-a) = 8m$$

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{8m}{12m} = \frac{2}{3}$$

Dr.B.Barati

test جسمی به جرم ۸kg در کف یک آسانسورِ در حال حرکت، روی یک ترازو قرار گرفته است. آسانسور ابتدا با شتاب $4\frac{m}{s^2}$ تندشونده بالا می‌رود و سپس با شتاب $5\frac{m}{s^2}$ کندشونده متوقف می‌شود. اختلاف وزنی که ترازو در این دو حالت نشان می‌دهد چند نیوتن است؟

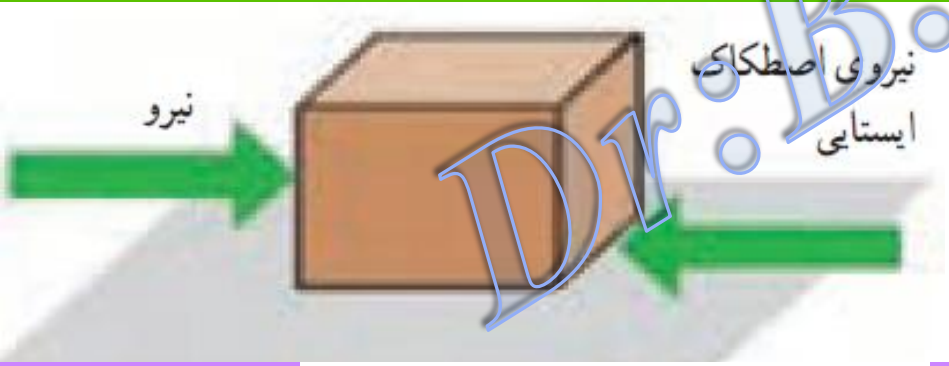
۱) ۸ ۲) ۱۴ ۳) ۴۰ ۴) ۷۲

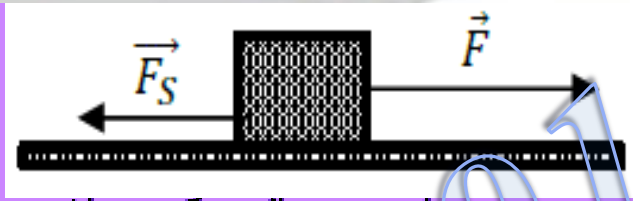
$$N_1 = mg + ma_1$$
$$N_2 = mg - ma_2$$
$$\Rightarrow N_1 - N_2 = m(a_1 + a_2)$$

$$N_1 - N_2 = 8(4 + 5) = 72(N)$$

Dr.B.Barati

وقتی جسمی را روی جسم دیگری حرکت می دهیم به هر یک از آنها از طرف دیگری نیرویی وارد می شود که با حرکت دو جسم نسبت به هم مخالفت می کند این نیرو که موازی سطح تماس بر هم جسم وارد می شود را نیروی اصطکاک گویند و به دو شکل اصطکاک ایستایی (ساکن) و اصطکاک جنبشی (لغزشی) مورد بررسی قرار می گیرد.





الف) اصطکاک در حال سکون:

هر گاه مطابق شکل نیروی F به جسم وارد شودولی جسم همچنان در حال سکون باشد به نیروی مخالف حرکت، نیروی اصطکاک در حال سکون گویند.

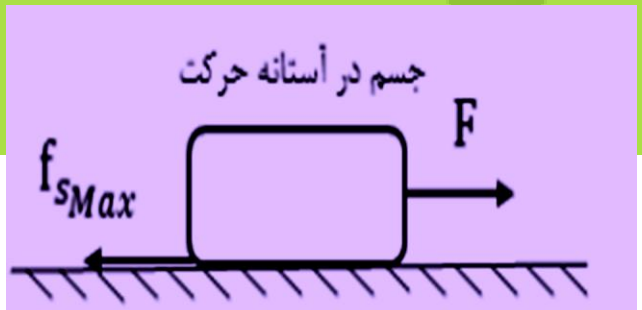
$$F - f_s = ma = 0 \rightarrow f_s = F$$

Dr.B.Barati
09163014685

ب) اصطکاک در آستانه حرکت ($f_{s_{max}}$):

هر گاه مقدار F به اندازه ای برسد که جسم در آستانه حرکت قرار گیرد نیروی اصطکاک به بیشترین مقدار خودمی رسد که $f_{s_{max}}$ نام دارد.

$$f_{s_{max}} = \mu_s N$$



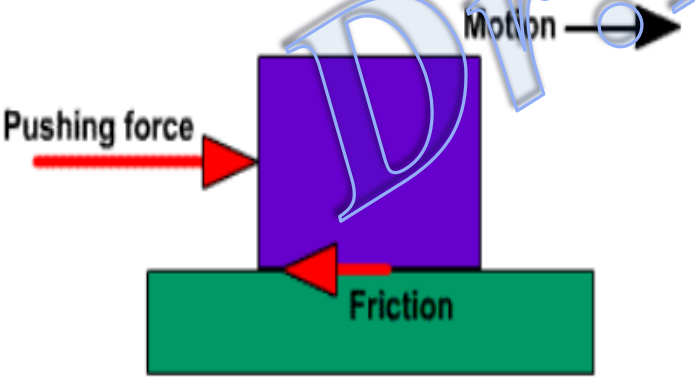
نکته: همواره نیروی اصطکاک ایستایی کوچکتر از نیروی اصطکاک در آستانهٔ حرکت است:

$$f_s \leq \mu_s N$$

ج) نیروی اصطکاک جنبشی (f_k):

اگر مقدار F به اندازه برسد که جسم شروع به حرکت کند به نیروی مخالف حرکت f_k گویند.

$$f_k = \mu_k N$$



Dr.B.Barati

نکات لازم :

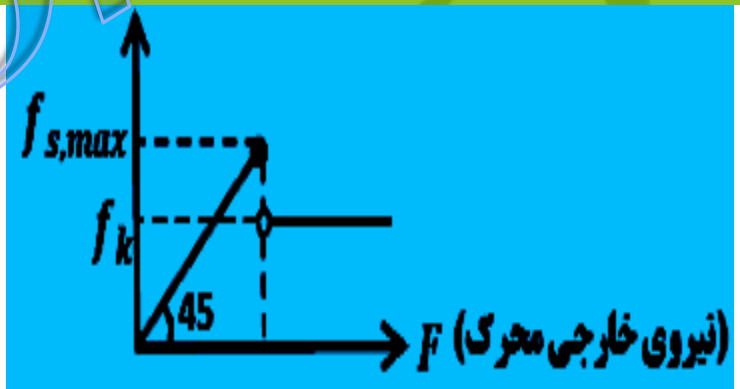
۱- نیروی اصطکاک جنبشی در طول حرکت ثابت است مگر آن که جنس سطوح تماس یا نیروی عمودی سطح تغییر کند.

۲- برای دو سطح در تماس ضریب اصطکاک جنبشی همواره کمتر از ضریب اصطکاک ایستایی است $(\mu_k < \mu_s)$

۳- مقدار عددی ضریب های اصطکاک ایستایی و جنبشی برای تمام سطح ها کمتر از یک است.$(0 < \mu_k < \mu_s < 1)$

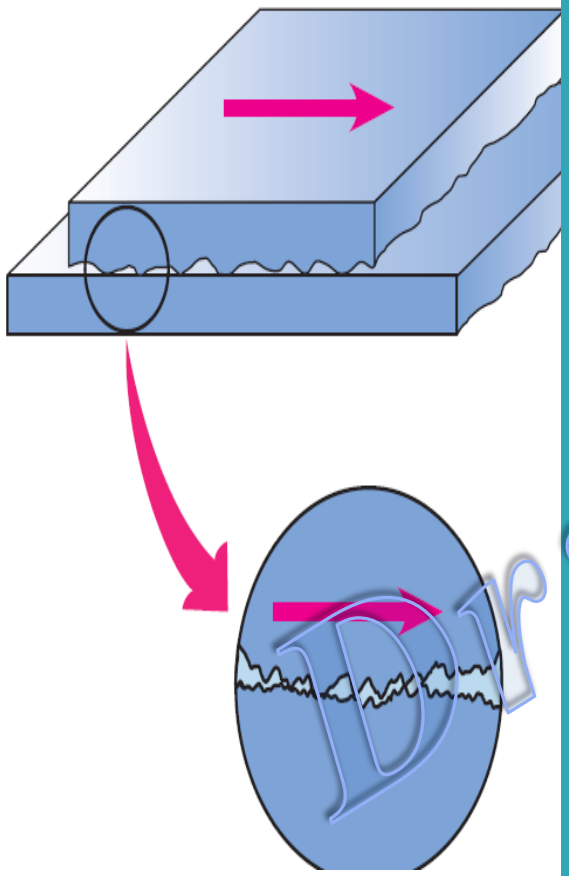
۴- تجربه و آزمایش های گوناگون نشان می دهد که ضریب اصطکاک جنبشی مانند ضریب اصطکاک ایستایی به عامل هایی مانند جنس سطح تماس دو جسم، میزان صافی و زبری آنها و .... بستگی دارد

۵- نمودار تغییرات نیروی های اصطکاک بر حسب نیروی موازی سطح F به صورت شکل زیر است:



Dr:B.Barati

مدل میکروسکوپی توجیه اصطکاک

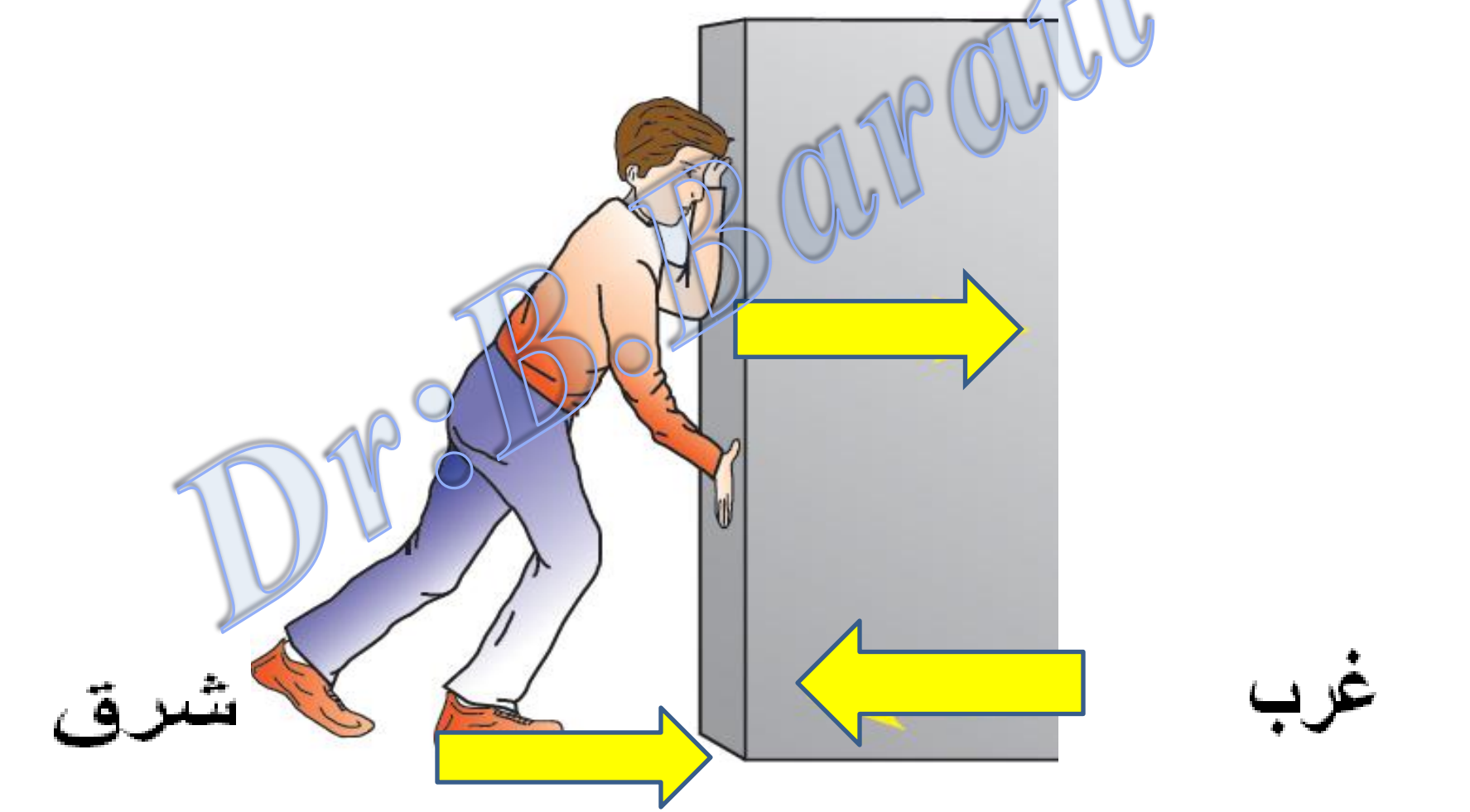


در اصل،نیروی اصطکاک جمع برداری نیروهای بی شماری است که بین اتم های سطح تماس یک جسم و اتم های سطح جسم دیگری عمل می کند. در مدل سازی میکروسکوپی غالبا بحث بر سر این است که سطح واقعی تماس(میکروسکوپی) از سطح ظاهری تماس (ماکروسکوپی) خیلی کوچتر است (حدود 10^{-4} کوچک‌تر) با این وجود بسیاری از نقاط تماس با یکدیگر جوش می خورند. مساحت سطح واقعی متناسب با نیروی عمودی اعمال شده، تغییر می کند مقدار تماس به ماهیت ناخالصی های موجود در سطح و به مدت زمان تماس بستگی شدیدی دارد

Dr.B.Barati

شخصی روی سطح افقی، یک صندوق را به سمت غرب هل می‌دهد. در این عمل، نیروهای اصطکاک وارد به شخص و صندوق، به‌ترتیب، هر یک به کدام جهت است؟

۱) غرب و شرق ۲) هر دو غرب ۳) شرق و غرب ۴) هر دو شرق

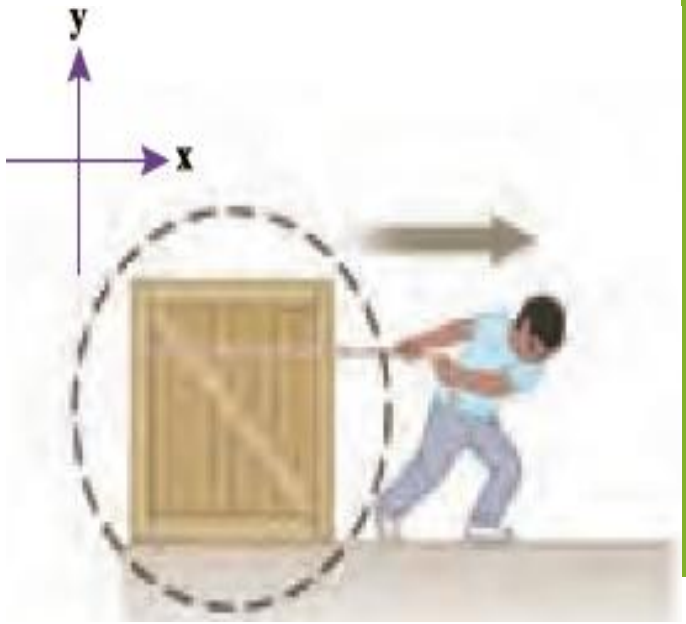


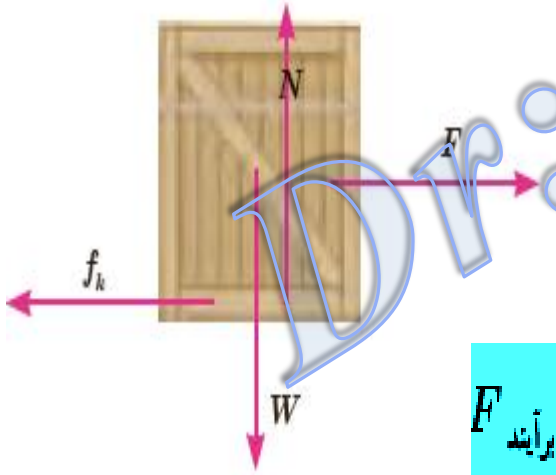
Dr.B.Barati

ex شکل مقابل شخصی را در حال هُل دادن یک جعبه ۷۵/۰ کیلوگرمی با نیروی ۳۰۹N نشان می‌دهد. نیرویی که شخص به جعبه وارد می‌کند افقی و جعبه در حال حرکت است. اگر ضریب اصطکاک جنبشی بین سطح و کمد ۰/۴۰ باشد،

الف) نیروی اصطکاک جنبشی وارد بر جعبه چقدر است؟

ب) شتاب جعبه در این حالت چقدر است؟ $(g = ۹/۸۰ \frac{N}{kg})$





$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow N - W = ۰ \Rightarrow N = W = mg = ۷۵/۰kg \times ۹/۸۰ \frac{N}{kg} = ۷۳۵N$$

$$f_k = \mu_k N \Rightarrow f_k = ۰/۴ \times ۷۳۵N \Rightarrow f_k = ۲۹۴N$$

$$F_{\text{برآیند}} = ۳۰۹N - ۲۹۴N = ۱۵N$$

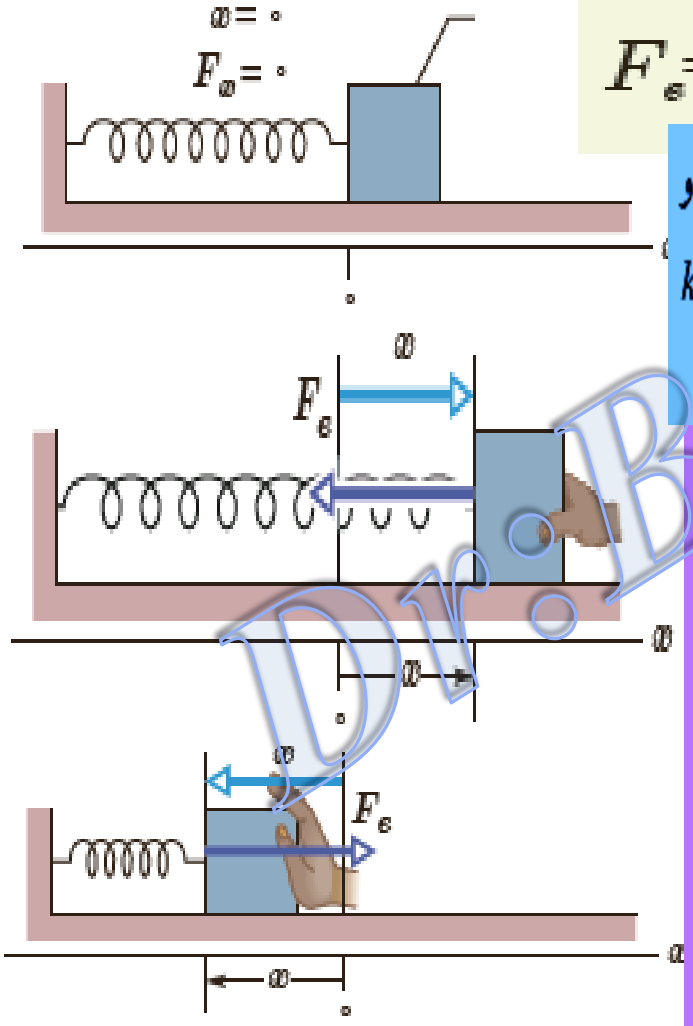
$$\sum F_x = ma_x \Rightarrow F_{\text{برآیند}} = ma \Rightarrow ۱۵N = ۷۵a$$

$$a = \frac{۱۵N}{۷۵kg} = ۰/۲۰ m/s^۲$$

Dr:B.Barati

نیروی کشسانی فنر :

نیرویی که فنر کشیده شده یا متراکم شده به اجسام متصل به آن وارد می کند نیروی کشسانی فنر نام دارد



$$F_e = -kx$$

علامت منفی در رابطه نشان میدهد نیروی F_e همواره نیرویی در خلاف جهت جابه‌جایی فنر وارد می کند و می‌خواهد هرچیزی که به فنر وصل شده را به مکان اوّلیه‌اش برگرداند. برای یک فنر انعطاف‌پذیر، k عددی کوچک (حدود ۱۰۰ N/m) و برای یک فنر سفت k عددی بزرگ (۱۰۰۰۰ N/m) است.

نکات لازم :

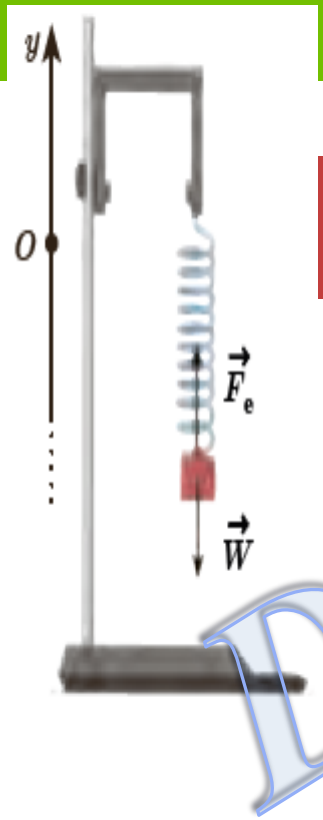
1) ثابت فنر (K) از مشخصات فنر می باشد و به چگونگی تشکیل آن، ترکیب مواد و به تعداد حلقه ها و ضخامت حلقه های فنر بستگی دارد

2) اتصال فنرها به شکل موازی یا متوالی می باشد.

3) فنرها در فناوری جدید در ماشین هایی مانند ساعت ها، خودروها، قطارها، و آسانسورها ... یافت می شوند.

Dr.B.Barati

exaطول یک فنر ۱۰/۰cm است. فنر را از یک نقطه می‌آویزیم و به انتهای آن وزنه ۲۰۰ گرمی وصل می کنیم. طول فنر ۱۲/۰cm سانتی‌متر می‌شود. الف) ثابت فنر چقدر است؟ ب) اگر وزنه ۳۰۰ گرمی را به انتهای فنر وصل کنیم، طول فنر چند سانتی‌متر می‌شود؟



$F_e - W = 0 \rightarrow F_e = kx$ $\Rightarrow$ $kx = mg$

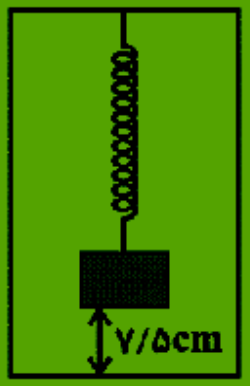
$K(0.12-0.1) = 0.2 \times 9.8 \Rightarrow k = 98\text{N/m}$

$98x = 0.3 \times 9.8 \Rightarrow x = 0.03\text{m} = 3\text{cm}$

$x = L - L_0 \Rightarrow L = 10 + 3 = 13\text{cm}$

Dr.B.Barati

test در شکل زیر وزنه‌ای توسط فنری از سقف آسانسوری که ساکن است، آویزان می‌باشد و در حال تعادل است. طول اولیهٔ فنر ۱۵۰cm بوده که در اثر آویزان بودن وزنه، طولش به ۱۸۰cm رسیده است. اگر فاصلهٔ وزنه از کف آسانسور ۷/۵cm باشد، آسانسور حداقل با چه شتابی برحسب متر بر مجذور ثانیه بالا رود تا وزنه به کف آسانسور برسد؟ ($g = ۱۰ \frac{m}{s^۲}$ و $k_{فنر} = ۲۰۰ \frac{N}{m}$)



۱) ۲

۲) ۲/۵

۳) ۱/۵

۴) ۱

$$K\Delta L_1 = mg \Rightarrow 200 \times 0.3 = m \times 10 \Rightarrow m = 6kg$$

$$\Delta L_2 = \Delta L_1 + 7.5 = 30 + 7.5 = 37.5(cm)$$

$$F - mg = ma$$

$$K\Delta L_2 - mg = ma$$

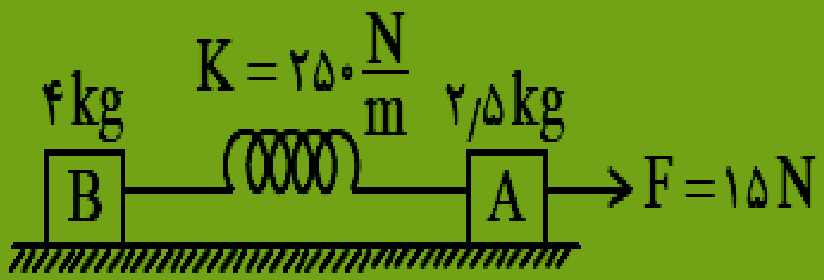
$$0.375 \times 200 - 6 \times 10 = 6a$$

$$\Rightarrow a = 2.5 \left(^{m}/_{s^2}\right)$$

Dr:B.Barati

در شکل روبه‌رو اصطکاک جعبهٔ A با سطح افقی ناچیز و شتاب حرکت مجموعه $1\frac{m}{s^2}$ است. افزایش طول فنر چند سانتی‌متر است؟

$(g = 10\frac{m}{s^2}, m_B = 4kg, m_A = 2/5kg, k = 250\frac{N}{m})$



۱) ۵

۲) ۷/۵

۳) ۱۲/۵

۴) ۱/۶

$$F - T = M_a a$$

$$T = K\Delta L \Rightarrow 12.5 = 250\Delta L$$

$$15 - T = 2.5 \times 1 \Rightarrow T = 12.5(N)$$

$$\Delta L = \frac{12.5}{250} = 0.05(m) = 5(cm)$$

Dr:B.Barati

- در شکل زیر، نیروی F به دستگاه وارد می‌شود و از حال سکون با شتاب $0/5\frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت می‌کند. اگر طول فنر k_1، 2cm افزایش یابد، طول فنر k_2 چند سانتی‌متر افزایش می‌یابد؟ (ضریب اصطکاک جنبشی هر دو جسم با سطح 0/15 است. از جرم قرقره‌ها صرف‌نظر کنید.)

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

μ_k یکسان ⟶

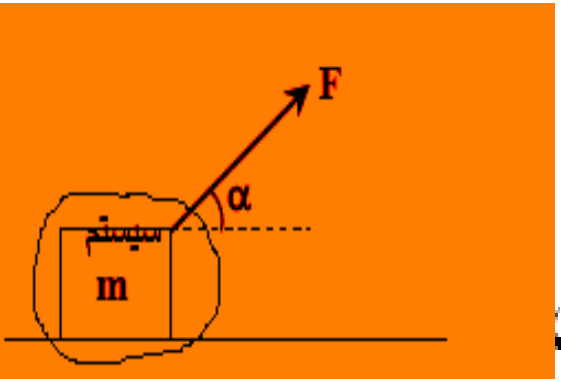
$$\frac{K_2 \Delta L_2}{2m} \quad \frac{K_1 \Delta L_1}{m}$$

$$m \times 200 \times \Delta L_2 = 2m \times 100 \times 2$$

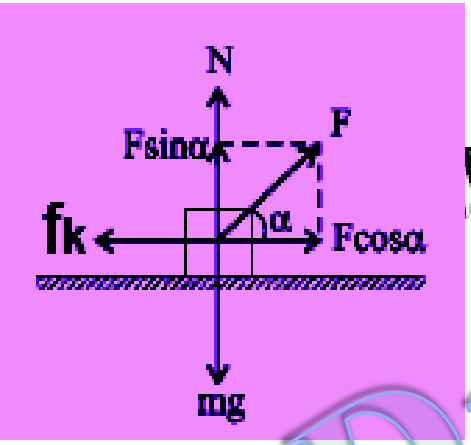
$$\Delta L_2 = 2cm$$

Dr.B.Barati
09163014685

نکات لازم برای حل مسائل قوانین نیوتن:



۱)ابتدا یک سیستم دینامیکی در نظر می گیریم وآن را در مبدا مختصات قرار داده، سپس نیروهای لازم را مشخص و رسم می کنیم



۲)اگر نیرویی زاویه داشته باشد آن را روی محورهای x و y تجزیه می کنیم

۳) قانون دوم نیوتن را به شکل زیر مورد استفاده قرار می دهیم

$$N + F\sin\alpha - mg = 0$$

$$F\cos\alpha - f_k = ma$$

شتاب سیستم × مجموع جرمها = مجموع نیروهای مخالف حرکت - مجموع نیروهای موافق حرکت

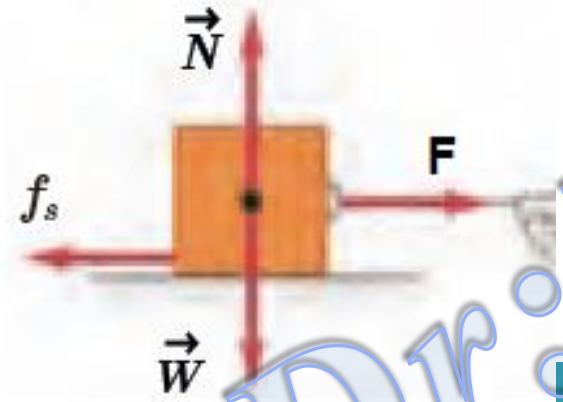
Dr:B.Barati

exaدر شکل روبه‌رو، کارگری سورتمهٔ حاوی بار را با نیروی افقی ۳۰۰N می‌کشد. اگر جرم سورتمه و بار آن ۱۰۰kg و ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی بین سورتمه و سطح به ترتیب ۰/۳۰ و ۰/۲۵ باشد؟

الف) آیا سورتمه شروع به حرکت می‌کند؟

ب) اگر حرکت می‌کند، شتاب حرکت آن را حساب کنید.

پ) سرعت جسم را ۶/۰s پس از حرکت به‌دست آورید. $(g = 9/8\,N/kg)$



$$N = mg = 100 \times 9.8 = 980\ (N)$$

$$f_{s,max} = \mu_s N = 0/30 \times 980\,N = 294N$$

با توجه به اینکه $F = 300N > 294N$ است، پس سورتمه شروع به حرکت می‌کند

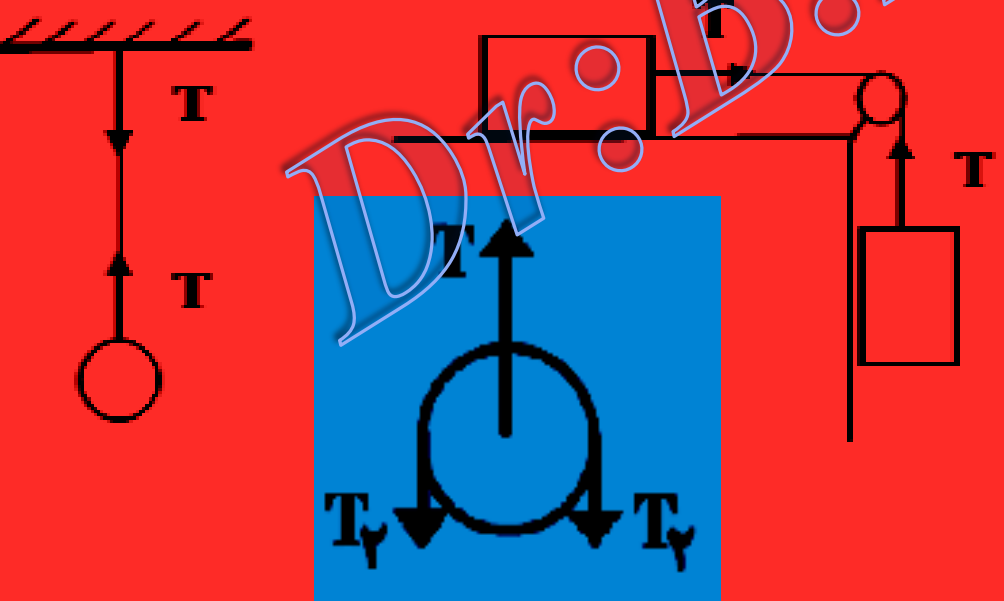
$$\sum F_x = ma_x \rightarrow F - f_k = ma_x \rightarrow 300N - 245N = (100kg)a_x \Rightarrow a_x = 0/55\,m/s^2$$

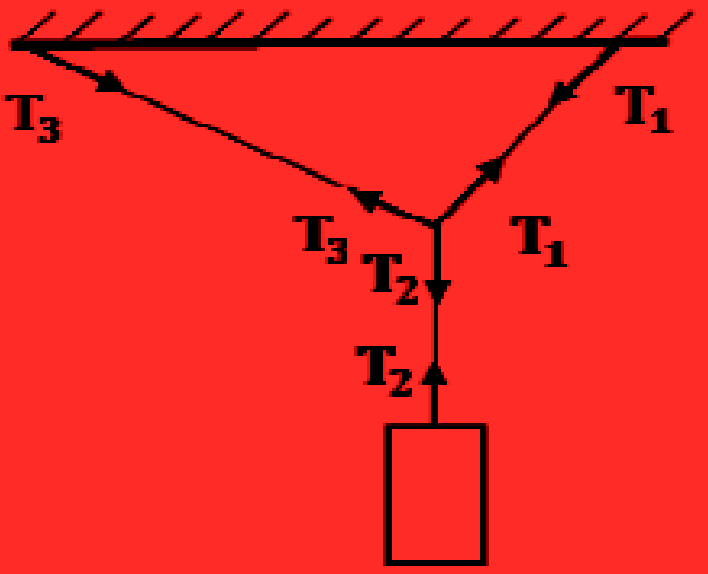
$$v = at + v_0 \rightarrow v = 0/55\,m/s^2 \times 6/0s + 0/0s \Rightarrow v = 3/3\,m/s$$

Dr.B.Barati

نیروی کشش نخ(T): نیرویی است که به نخ پاره شده در آن نقطه وارد می شود به شرطی که سیستم حالت قبلی خود را حفظ کند. نخ ها فقط نیروی کششی ایجاد نموده و نمی توانند نیروی فشاری ایجاد نمایند. اگر نخ بدون جرم فرض شود نیروی کشش نخ در تمام نقاطش یکسان می باشد و شکل تاثیری در تغییر نیروی کشش نخ ندارد

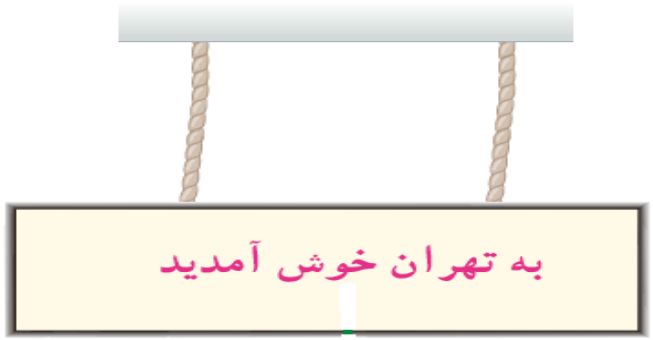
Dr.B.Barati



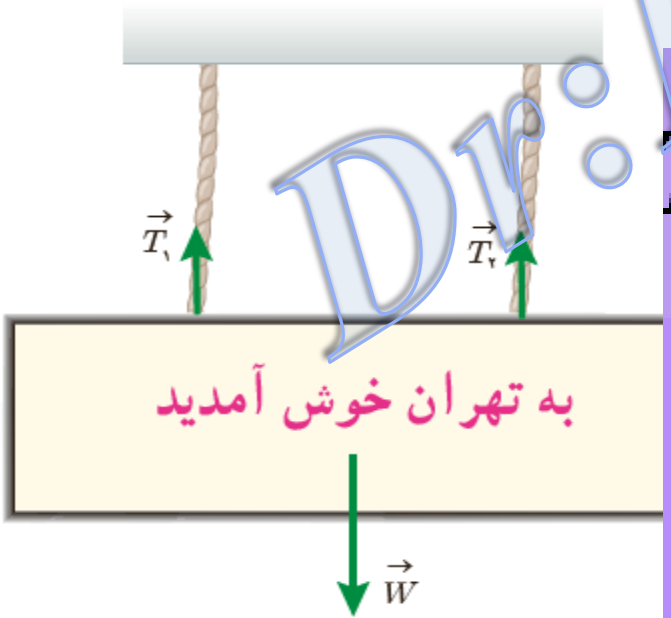


شرط تعادل این است که برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر باشد.

$$\sum F = 0 \Rightarrow \begin{matrix} \sum f_x = 0 \\ \sum f_y = 0 \end{matrix}$$



ex در شکل روبه‌رو، تابلویی به جرم ۱۲۰kg توسط دو طناب نسبتاً سبک به سقف آویزان شده است (عمود بر سطح افقی). نیروهای وارد بر جسم را تعیین کرده و مقدار آنها را به‌دست آورید.

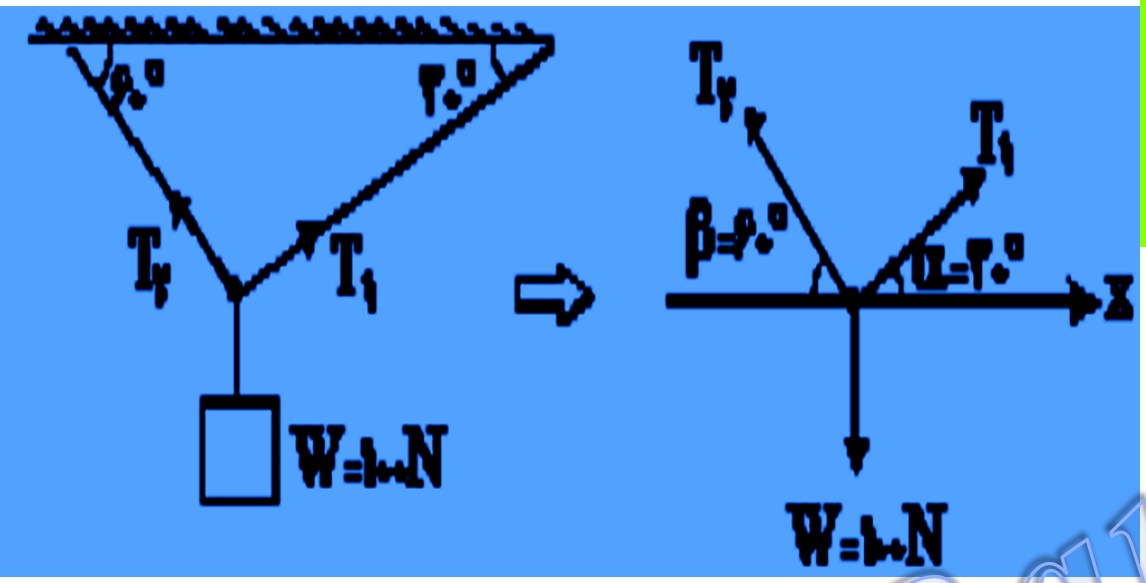


$$T_1 + T_2 - W = ma = 0 \Rightarrow T_1 + T_2 = W = mg$$

$$T_1 = T_2 \rightarrow 2T_1 = mg \rightarrow T_1 = \frac{mg}{2} = \frac{120\,kg \times 9/80\,N/kg}{2} = 588\,N$$

Dr:B.Barati

مثال: در شکل زیر نیروهای کشش نخ T_1 و T_2 را حساب کنید.

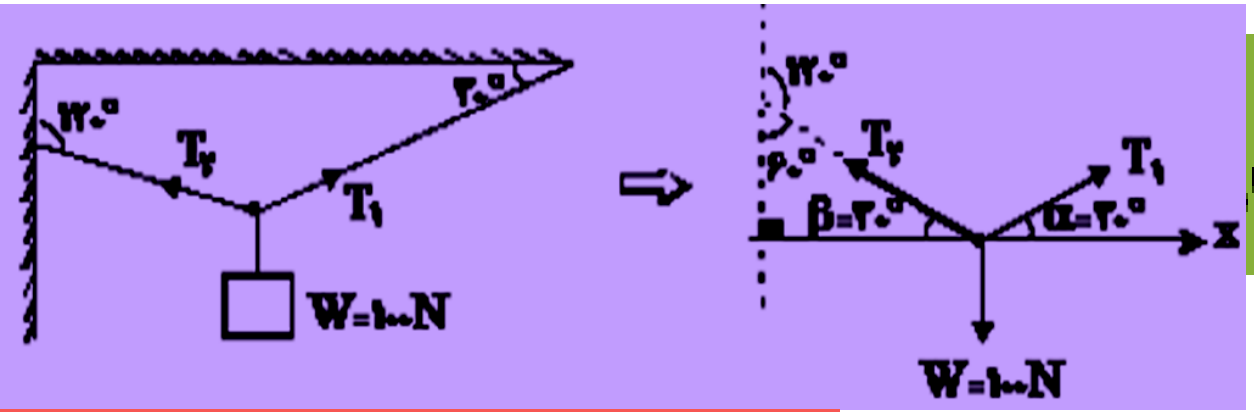


$$T_1 = \frac{W\cos\beta}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{100\times\cos 60}{\sin(30+60)} = \frac{100\times\frac{1}{2}}{1} = 50(N)$$

$$T_2 = \frac{W\cos\alpha}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{100\times\cos 30}{\sin(30+60)} = \frac{100\times\frac{\sqrt{3}}{2}}{1} = 50\sqrt{3}(N)$$

Dr.B.Barati

مثال : نیروهای T_1 و T_2 را حساب کنید

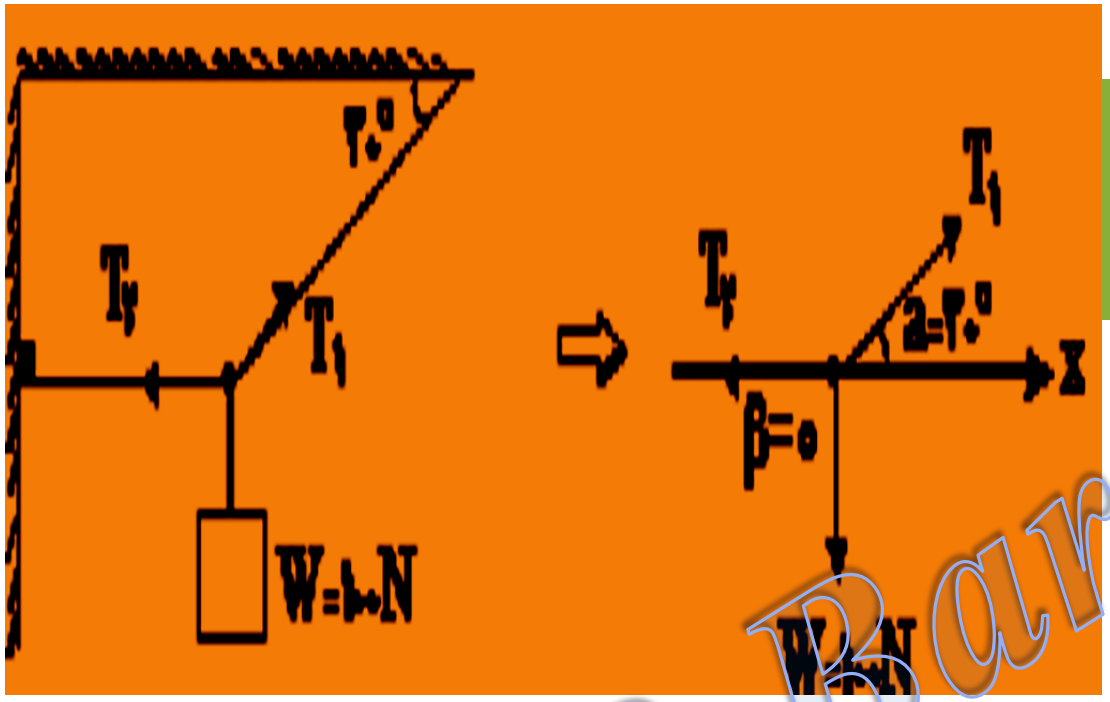


$$\alpha = \beta \Rightarrow T_1 = T_2 = \frac{W}{2sin30} = 100N$$

مثال: در شکل مقابل مقدار نیروی F چند نیوتن باشد تا وزنهٔ ۱۰۰ نیوتنی در حال تعادل باشد؟

$$F = T_1 = \frac{W\cos\beta}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{100cos30}{sin30} = 100\sqrt{3}(N)$$

Dr:B.Barati

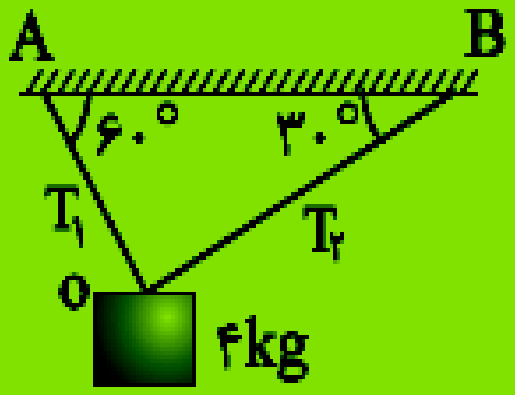


مثال : نیروهای T_1 و T_2 را حساب کنید.

$$T_1 = \frac{W\cos\beta}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{100\cos 0}{\sin 30} = \frac{100\times 1}{\frac{1}{2}} = 200(N)$$

$$T_2 = \frac{W\cos\alpha}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{100\cos 30}{\sin 30} = \frac{100\times\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = 100\sqrt{3}(N)$$

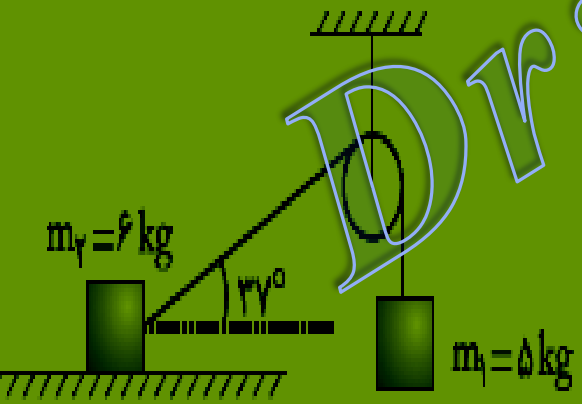
Dr.B.Barati



در شکل مقابل اگر نخ OA بریده شود، درست در لحظه‌ی قطع نخ وزنه با چه شتابی حرکت می‌کند؟

۱) $۵\sqrt{۳}$ ۲) ۵ ۳) $۲\sqrt{۳}$ ۴) ۲

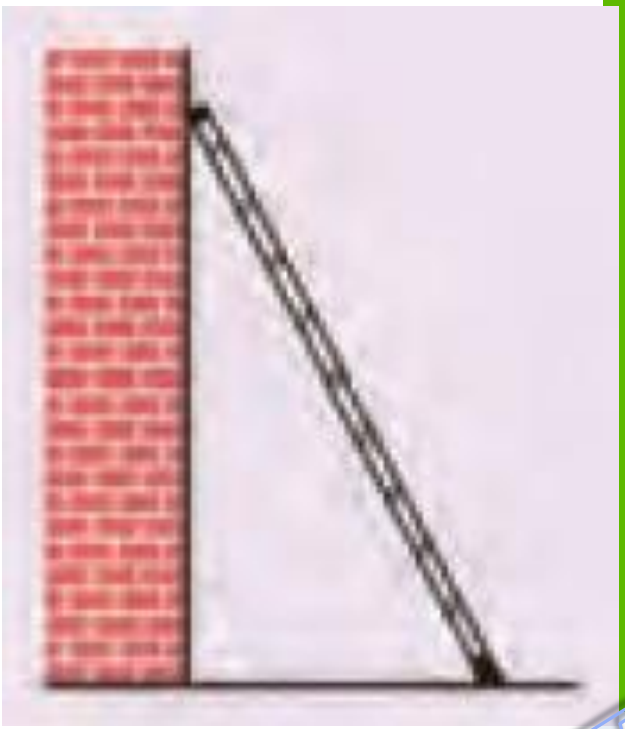
Dr:B.Barati



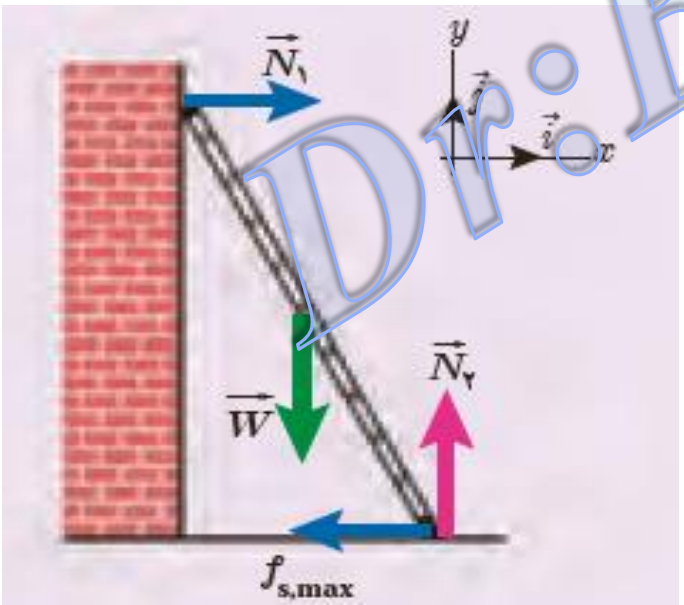
اگر از جرم نخ و قرقره و اصطکاک بین آن‌ها صرف‌نظر کنیم نیروی واکنش سطح چند نیوتن است؟ (جسم ساکن است)

۱) ۳۰ ۲) ۴۰

۳) ۵۰ ۴) ۶۰



exaدر شکل روبه‌رو یک نردبان یکنواخت به جرم ۲۰/۰ kg به دیوار قائم بدون اصطکاکی تکیه داده شده است. در آستانهٔ سرخوردن نردبان، چه نیرویی از دیوار به نردبان وارد می‌شود؟ ضریب اصطکاک ایستایی بین زمین و پای نردبان ۰/۴۶ است.



$$N_2 = W = mg = 20/0\,\text{kg} \times 9/80\,\frac{\text{N}}{\text{kg}} = 196\,\text{N}$$

$$N_1 = f_{s,max} = \mu_s N_2 = 0.46 \times 196 = 90.16\,(\text{N})$$

Dr.B.Barati

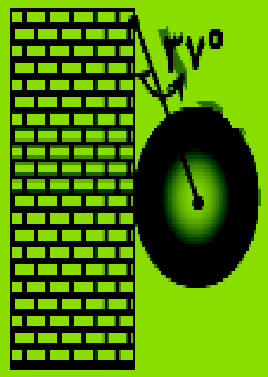
- در شکل مقابل نیرویی که دیوار قائم در نقطه‌ی تکیه‌گاه بر کره وارد می‌کند ۳۰ نیوتون است. جرم کره چند کیلوگرم است؟ (اصطکاک ناچیز، $g = 10 m/s^2$ و $\sin 37^\circ = 0/6$ است.)

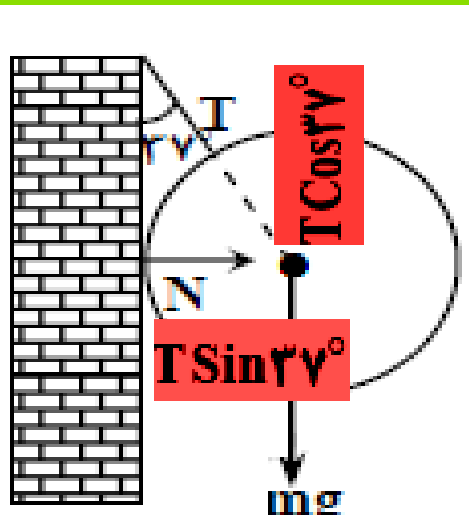
۱) ۲

۲) ۳

۳) ۴

۴) ۵





$$\begin{cases} T\sin 37^\circ = N \\ T\cos 37^\circ = mg \end{cases} \Rightarrow \tan 37^\circ = \frac{N}{mg} \Rightarrow m = 4kg$$

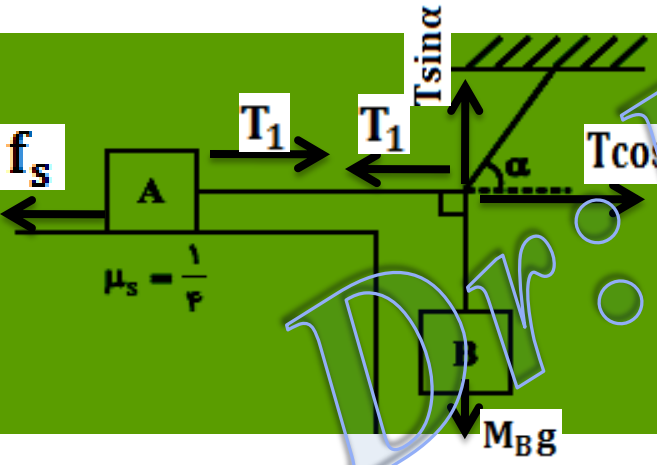
- در شکل مقابل، اگر $\frac{m_A}{m_B} = 4$ باشد، زاویه‌ی α چند درجه باشد تا وزنه‌ی A آستانه‌ی حرکت روی سطح افقی قرار گیرد؟ (از جرم طناب صرف‌نظر شود.)

۱) ۳۰°

۲) ۴۵°

۳) ۶۰°

۴) ۵۳°



$$\frac{T\sin\alpha}{T\cos\alpha} = \frac{M_B g}{\mu_s M_A g} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{M_B g}{\mu_s M_A g} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{M_B}{\frac{1}{4}4M_B} \Rightarrow \alpha = 45$$

Dr:B.Barati

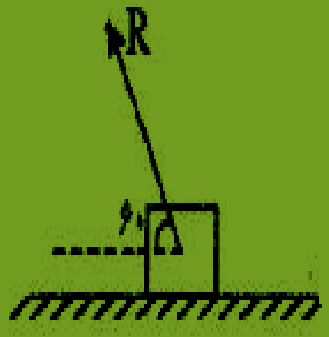
مطابق شکل زیر، نیروی واکنش سطح با افق زاویه ی 60° می‌سازد. اگر جسم در حال حرکت باشد، ضریب اصطکاک جنبشی سطح کدام است؟ (بر جسم به جز نیروی وزن و واکنش سطح نیروی دیگری اثر نمی‌کند.)

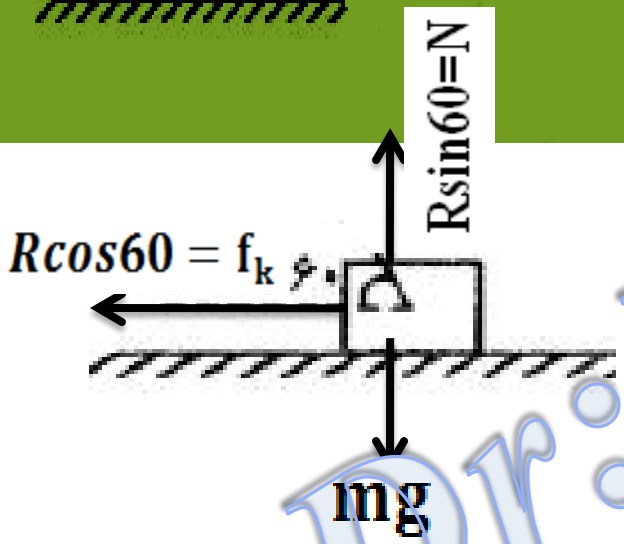
۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

۳) $\sqrt{3}$

۴) $\frac{1}{2}$



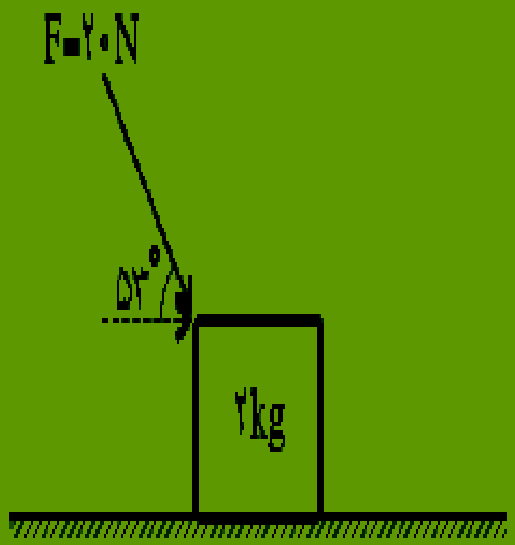


$$\begin{cases} R\cos 60 = f_k = \mu_k N \\ N = R\sin 60 \end{cases}$$

$$R\cos 60 = \mu_k R\sin 60$$

$$\frac{1}{2} = \mu_k \times \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \mu_k = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Dr.B.Barati



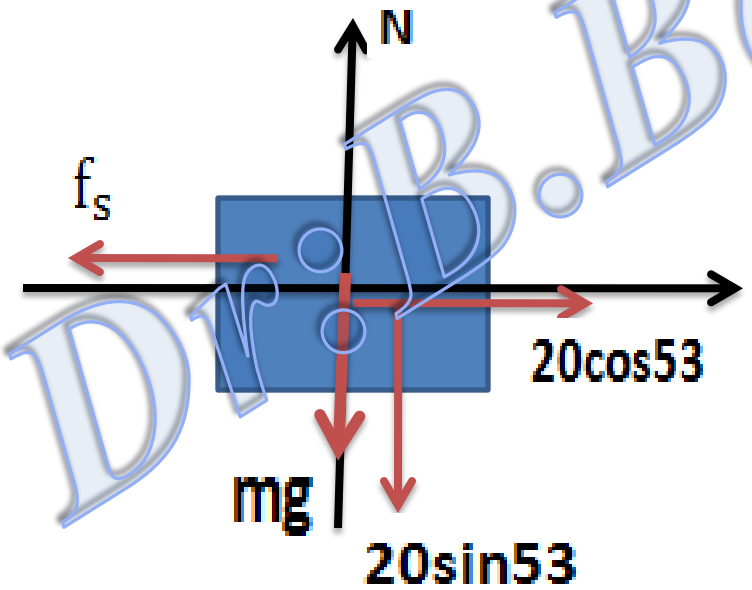
۱ ـ مطابق شکل روبه‌رو جسمی را با نیروی F کُل می‌دهیم. اما جسم ساکن است. نیروی اصطکاک ایستایی و نیروی عمودی تکیه‌گاه به‌ترتیب چند نیوتن است؟ $(g=10N/kg)$

۱) صفر ـ ۲۰

۲) صفر ـ ۳۶

۳) ۱۲ ـ ۲۰

۴) ۱۲ ـ ۳۶



$$f_s = 20\cos 53 = 12(N)$$

$$N=mg+20\sin 53=20+16=36(N)$$

Dr.B.Barati

طنابی بین دو دیوار موازی در یک تراز بسته شده است و یک بند باز، درست در وسط طناب قرار دارد و بزرگی نیروی کشش طناب در جلو و پشت شخص به ترتیب F_2 و F_1 است.

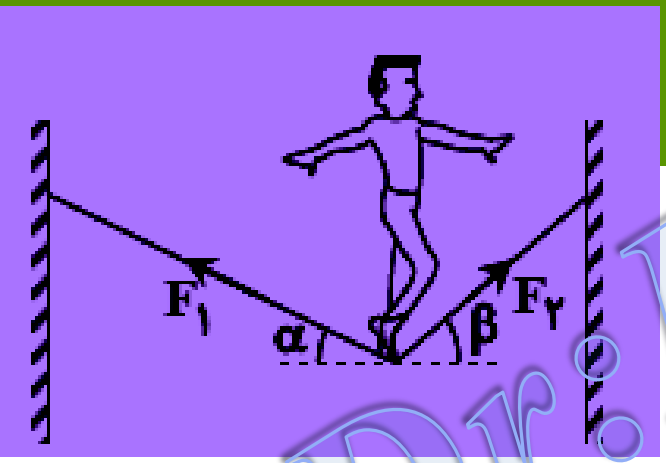
اگر شخص، به تدریج به سمت دیوار مقابل خود حرکت کند، .....

۱) F_2 از F_1 کوچک‌تر می‌شود.

۲) F_2 از F_1 بزرگ‌تر می‌شود.

۳) F_2 و F_1 برابر خواهند ماند ولی هر دو افزایش می‌یابند.

۴) F_2 و F_1 برابر خواهند ماند ولی هر دو کاهش می‌یابند.



$$F_1\cos\alpha = F_2\cos\beta \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{\cos\beta}{\cos\alpha}$$

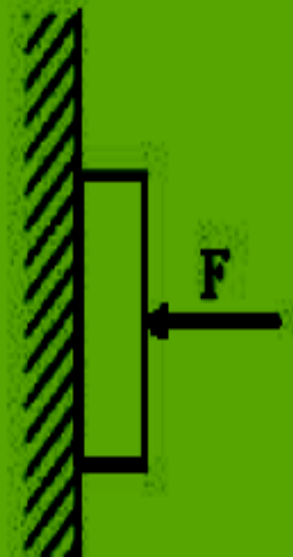
$$\beta > \alpha \Rightarrow \frac{\cos\beta}{\cos\alpha} < 1 \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} < 1 \Rightarrow F_1 < F_2$$

روش دوم

$$L_2 \downarrow, L_1 \uparrow \Rightarrow F_2 \uparrow, F_1 \downarrow$$

Dr.B.Barati

در شکل زیر، جسم با نیروی افقی F_1 در آستانهٔ حرکت قرار می‌گیرد و با نیروی افقی F_2 با سرعت ثابت به طرف پایین می‌لغزد. اگر نیروی اصطکاک در این دو حالت به‌ترتیب f_1 و f_2 باشد، کدام مورد درست است؟ $(\mu_s > \mu_k)$



۱) $f_1 > f_2$ ، $F_1 > F_2$

۲) $f_1 > f_2$ ، $F_1 = F_2$

۳) $f_1 = f_2$ ، $F_1 < F_2$

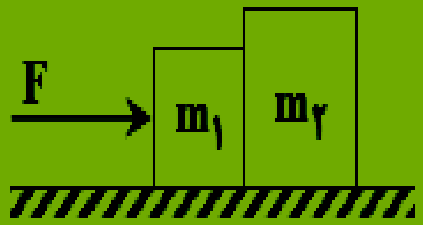
۴) $f_1 = f_2$ ، $F_1 = F_2$

Dr.B.Barati

$$\left.\begin{matrix} f_1 = mg \quad (1) \\ f_2 = mg \quad (2) \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left|\begin{matrix} \mu_s F_1 = mg \quad (1) \\ \mu_k F_2 = mg \quad (2) \end{matrix}\right.$$

$$\mu_s > \mu_k \longrightarrow F_1 < F_2$$

مطابق شکل زیر، نیروی F به جسم m_1 وارد می‌شود و مجموعه با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند. ضریب اصطکاک جنبشی هر یک از دو جسم با سطح افقی برابر μ_k است. اگر در همین حالت که نیروی F وارد می‌شود، ضریب اصطکاک جنبشی هر یک از دو جسم با سطح افقی نصف شود، نیرویی که دو جسم به هم وارد می‌کنند، چند برابر می‌شود؟



۱) ۱

۲) $\frac{1}{4}$

۳) $\frac{1}{2}$

۴) ۲

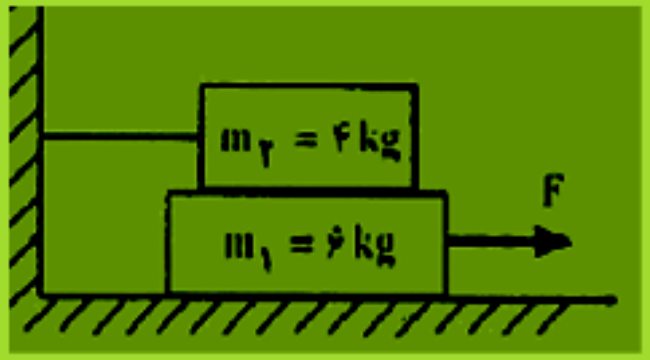
$$F \Rightarrow m_1 + m_2 \left.\begin{array}{l} \\ F' \Rightarrow m_2 \end{array}\right\} \xrightarrow[\mu_k \text{ یکسان}]{a \text{ یکسان}} F' = \frac{m_2}{m_1 + m_2} F$$

$$F \Rightarrow m_1 + m_2 \left.\begin{array}{l} \\ F'' \Rightarrow m_2 \end{array}\right\} \xrightarrow[\mu_k \text{ یکسان}]{a \text{ یکسان}} F'' = \frac{m_2}{m_1 + m_2} F$$

$$F' = F''$$

Dr. B. Barati

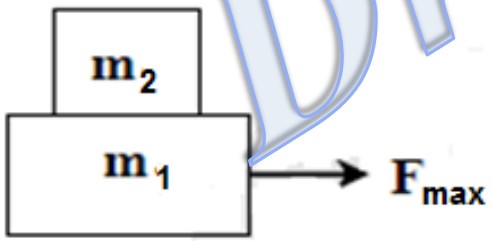
مثال: در شکل روبرو،اصطکاک سطح افقی با وزنه m_1 ناچیز است و نیروی F حداقل باید ۱۲ نیوتن باشد تا وزنه ی m_1 به حرکت در آید حال اگر نخ بسته شده به دیوار را باز کنیم نیروی افقی F حداکثر چند نیوتن می تواند باشد تا وزنه ها نسبت به هم نلغزند.



۱) ۱۲ ب) ۱۸ ج) ۳۰ د) ۴۰

حل: به جسم m_1 دو نیروی F و f_s از طرف جسم m_2 وارد می شود. چون جسم m_1 با حداقل نیروی ۱۲ نیوتن به حرکت در می آید حداکثر نیروی اصطکاک $f_{s_{max}}$ بین دو جسم برابر ۱۲ N است

$$F_{min} = f_{s\,max}$$



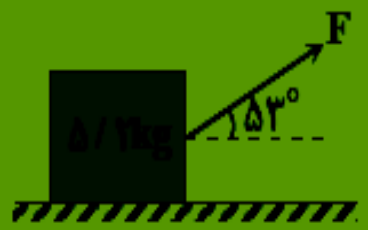
$$F_{max} = (m_1 + m_2)\mu_s g = \left(\frac{m_1 + m_2}{m_2}\right)\underbrace{\mu_s m_2 g}_{f_{smax}} = \frac{10}{4} \times 12 = 30N$$

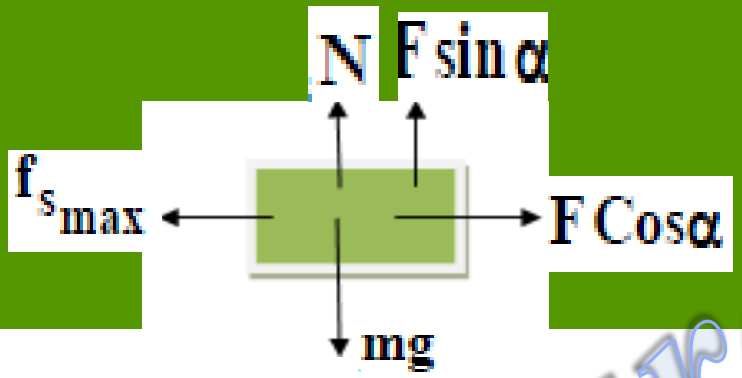
$$\frac{F_{max}}{m_1 + m_2} = \frac{f_{s_{max}}}{m_2} \Rightarrow \frac{F_{max}}{4+6} = \frac{12}{4} \Rightarrow F_{max} = 30$$

روش دوم

Dr.B.Barati

- در شکل مقابل، F را به تدریج زیاد می‌کنیم، وقتی به ۲۰ نیوتون رسید وزنه روی سطح افقی شروع به حرکت می‌کند. ضریب اصطکاک ایستایی چه‌قدر است؟ ($Cos53^\circ = 0/6$ و $g = 10 \frac{m}{s^2}$)





۱) $\frac{1}{2}$

۲) $\frac{1}{3}$

۳) $\frac{1}{4}$

۴) $\frac{1}{5}$

$$\mu_s = \frac{f_{s_{max}}}{N} \Rightarrow \mu_s = \frac{F\cos 53}{mg - F\sin 53} \Rightarrow \mu_s = \frac{20 \times 0.6}{52 - 20 \times 0.8} = \frac{1}{3} \Rightarrow \mu_s = \frac{1}{3}$$

مثال: جسمی به جرم m را با سرعت $72 km/h$ روی سطح افقی پرتاب می کنیم پس از آنکه جسم به اندازه ۷۵ روی سطح جابجا شد سرعتش به $10 m/s$ می رسد ضریب اصطکاک سطح چیست؟

الف) 0.1 ب) 0.2 ج) 0.3 د) 0.4

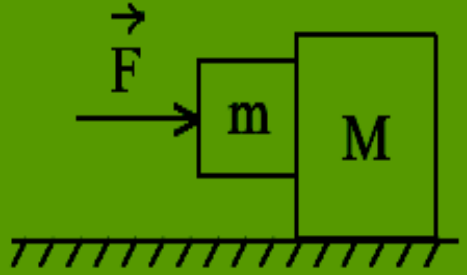
داریم $a = -\mu_k g$

$$V^2 - V_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 10^2 - 20^2 = 2a\,(75)$$

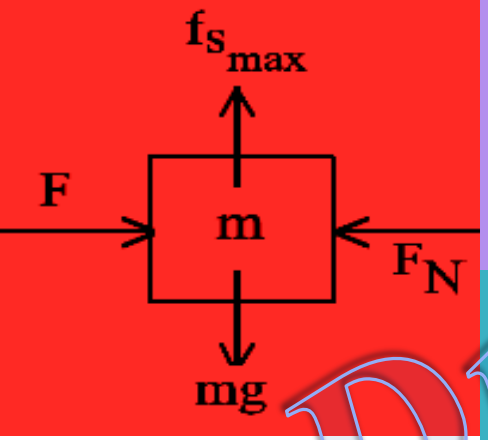
$$a = -2 m/s^2 \Rightarrow -2 = -\mu_k \times 10 \Rightarrow \mu_k = 0/2$$

Dr.B.Barati

در شکل مقابل دو جرم به یک‌دیگر تکیه دارند. ضریب اصطکاک ایستایی بین قطعه‌ها $\mu_s = ۰/۵$ است، ولی سطح افقی بدون اصطکاک است. کمترین مقدار نیروی افقی F چند نیوتون باشد تا از لغزیدن جرم m بر روی جرم M جلوگیری کند؟ $\left(M = ۴۰\ kg\ ,\ m = ۱۰\ kg\ ,\ g = ۱۰\ \frac{m}{s^۲}\right)$



۱) ۱۲۵
۲) ۱۵۰
۳) ۲۰۰
۴) ۲۵۰



$$\left.\begin{aligned} f_{s_{max}} &= mg \\ f_{s_{max}} &= \mu_s F_N \end{aligned}\right\} \Rightarrow F_N = \frac{mg}{\mu_s} \Rightarrow F_N = \frac{100}{0.5} = 200(N)$$

$$\left.\begin{aligned} F &= 50a \\ F - F_N &= 10a \end{aligned}\right\} \xrightarrow{a \text{ یکسان}} F = \frac{4}{5}F_N$$

$$F = \frac{5}{4} \times 200 = 250(N)$$

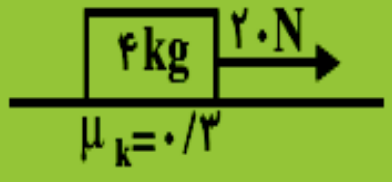
روش دوم

$$\frac{F}{50} = \frac{F_N = \frac{mg}{\mu_s} = \frac{100}{0.5} = 200}{40} \Rightarrow F = 250(N)$$

Dr.B.Barati

exa در شکل مقابل، جسم از حال سکون، در مسیر افقی و در لحظه‌ی $t = 0$ تحت نیروی ثابت به حرکت درمی‌آید و بعد از ۳ ثانیه نخ بسته شده به جسم پاره می‌شود. کل مسافتی که جسم از شروع حرکت تا لحظه‌ی ایستادن طی می‌کند، چند متر است؟ $(g = 10 m/s^2)$

۱) ۹ ۲) ۱۲ ۳) ۱۵ ۴) ۱۸



$$F - \mu_k mg = ma \Rightarrow a = 2(m/s^2)$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}a(t)^2 \Rightarrow \Delta x = 9m$$

$$0 - \mu_k mg = ma' \Rightarrow a' = -3(m/s^2)$$

$$\Delta x' = \frac{v_0^2}{2|a'|} = \frac{36}{6} = 6(m)$$

$$\Delta X_T = 15(m)$$

Dr.B.Barati

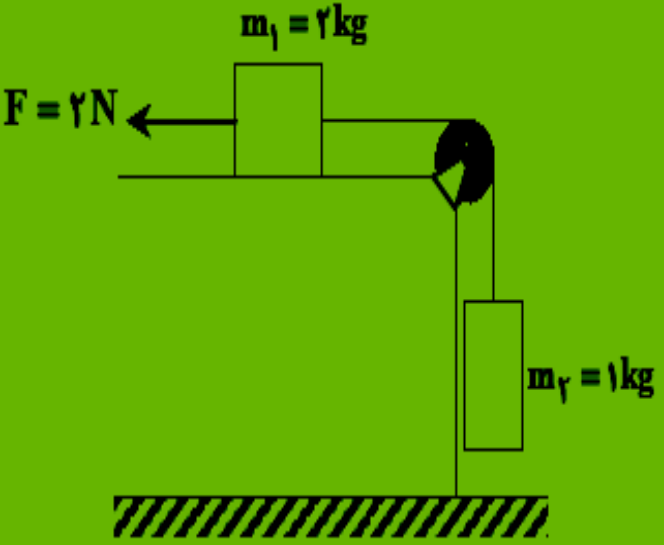
exam· در شکل روبه‌رو، جسم m_2 در آستانه‌ی حرکت رو به پایین است. نیروی افقی F را چند نیوتون افزایش دهیم تا وزنه‌ی m_2 در آستانه‌ی حرکت رو به بالا قرار گیرد؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$، از جرم و اصطکاک نخ و قرقره صرف‌نظر کنید.)

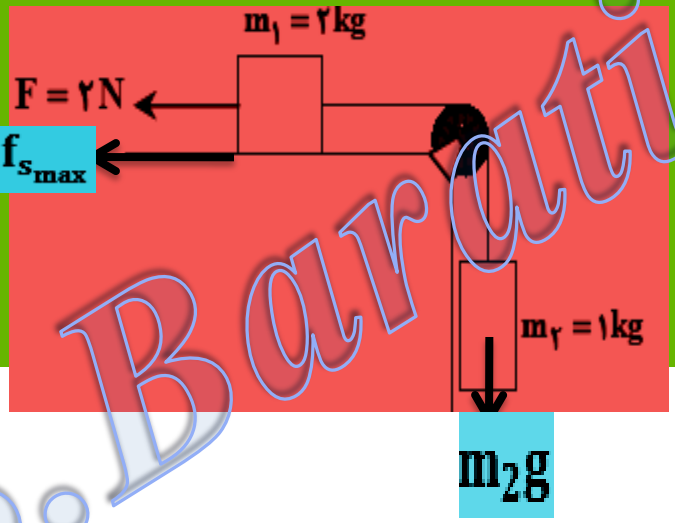
۱) ۲۰

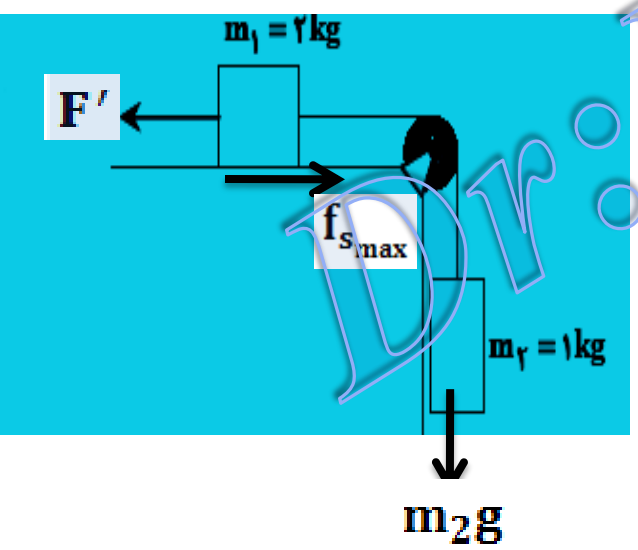
۲) ۱۸

۳) ۱۶

۴) ۸







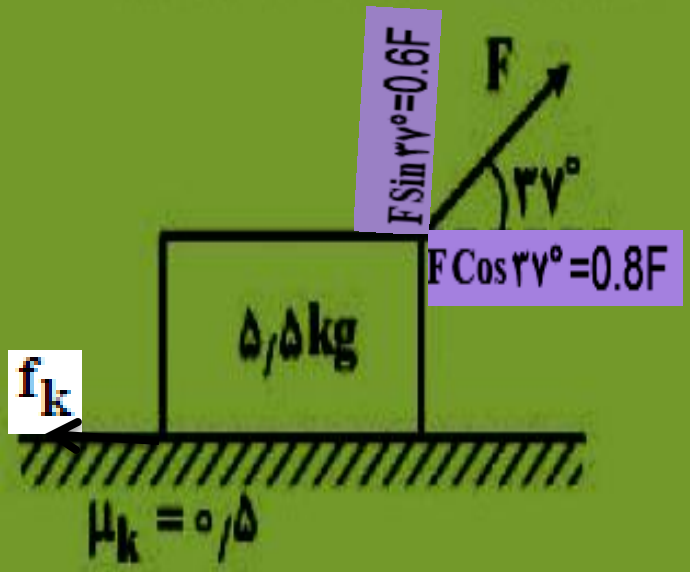
$$m_2g - F_s - 2 = 0 \Rightarrow F_s = 8(N)$$

$$F' - f_s - m_2g = 0 \Rightarrow F' = 18(N)$$

$$\Delta F = 18 - 2 = 16(N)$$

Dr.B.Barati

در شکل زیر، جسم با سرعت ثابت در سطح افقی در حال حرکت است. اگر نیروی F ، ۲ برابر شود، نیروی اصطکاک جنبشی چند برابر می‌شود؟ $(\sin 37^\circ = 0/6 \ ، \ g = 10 \frac{m}{s^2})$



۱) $\frac{۳}{۸}$

۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) ۱

۴) ۲

$$0.8F = 0.5(55 - 0.6F) \Rightarrow F = 25(N) \Rightarrow F' = 50(N)$$

$$\frac{f_{k_2}}{f_{k_1}} = \frac{N_2}{N_1} \xrightarrow{\text{یکسان } \mu_s} \frac{55 - 0.6 \times 50}{55 - 0.6 \times 25} = \frac{5}{8}$$

Dr.B.Barati

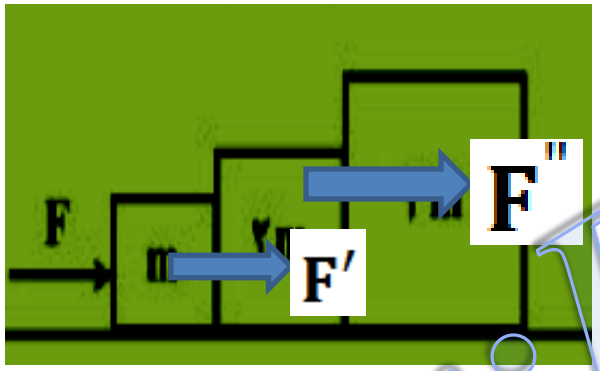
در شکل زیر، نیروی افقی F، سیستم را از حال سکون به حرکت در می‌آورد. نیرویی که در این حالت وزنه‌های m و ۲m به هم وارد می‌کنند، F′ و نیرویی که وزنه‌های ۲m و ۳m به هم وارد می‌کنند، F″ است. کدام رابطه درست است؟

۱) $F > F' > F''$

۲) $F < F' < F''$

۳) $F > F' = F''$

۴) $F = F' = F''$



$F \Longrightarrow 6m$

$F' \Longrightarrow 5m$

$F'' \Longrightarrow 3m$

$\xrightarrow{a \text{ یکسان}} F > F' > F''$

Dr.B.Barati

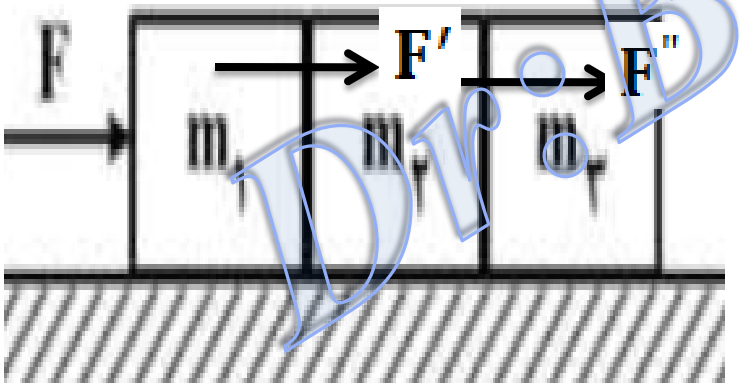
مطابق شکل زیر، بر روی سطح افقی بدون اصطکاک، سه جعبه با جرم یکسان با نیروی افقی F به سمت راست هل داده می‌شوند. اگر نیرویی که m_1 به m_2 وارد می‌کند F' و نیرویی که m_2 به m_3 وارد می‌کند، F'' باشد، کدام رابطه درست است؟

۱) $F=\frac{۳}{۲}F'=۳F''$

۲) $F=\frac{۲}{۳}F'=۳F''$

۳) $F=۳F'=\frac{۳}{۲}F''$

۴) $F=F'=F''$

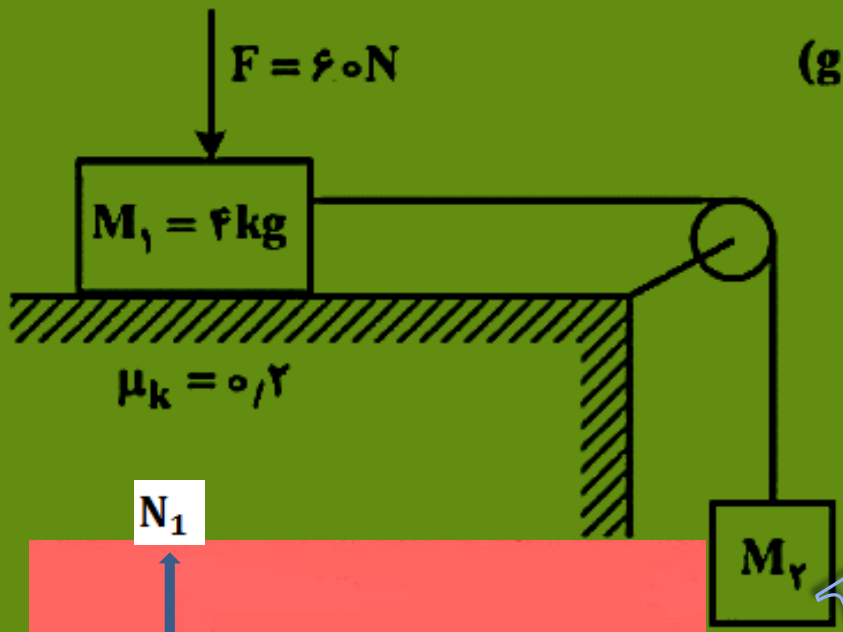


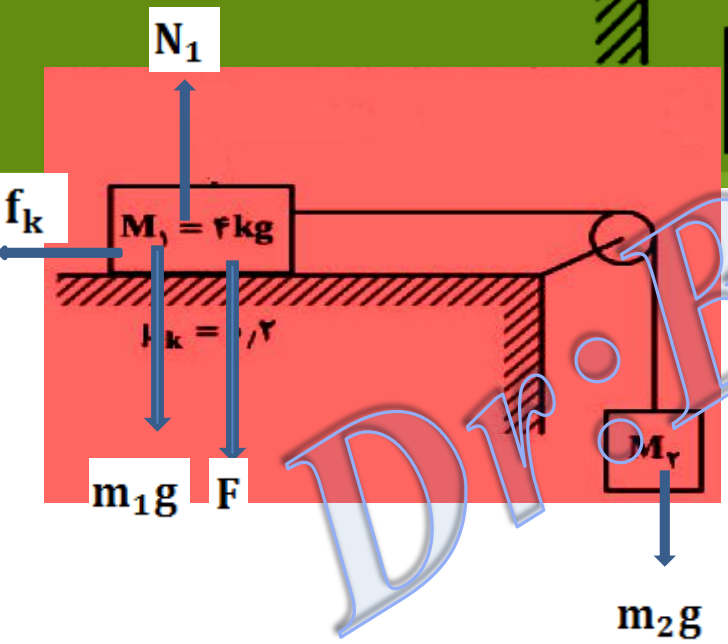
$$\left.\begin{array}{l} F \Longrightarrow 3\,m \\ F' \Longrightarrow 2m \\ F'' \Longrightarrow m \end{array}\right\} \xrightarrow[a\ \text{یکسان}]{} F=\frac{3}{2}F'=3F''$$

Dr.B.Barati

- در شکل زیر، وزنهٔ M_1 تحت تأثیر نیروهای وارده با سرعت ثابت حرکت می‌کند. اگر نیروی قائم F را حذف کنیم، شتاب حرکت وزنه‌ها چند متربرمجذورثانیه می‌شود؟ $(g = 10\frac{m}{s^2})$

۱) ۲
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۸



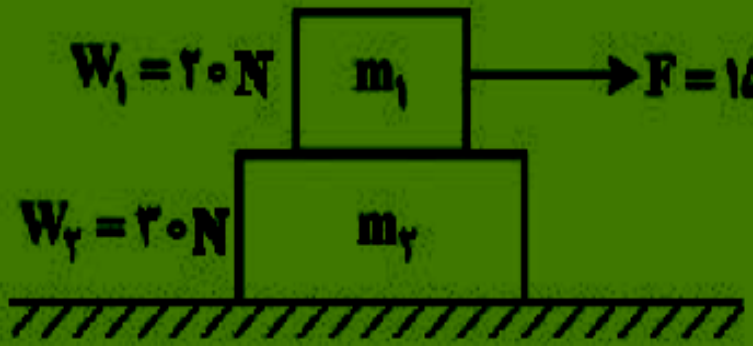


$$M_2 g - f_k = 0 \Rightarrow M_2 = \frac{\mu_k (M_1 g + F)}{g} \Rightarrow M_2 = 2kg$$

$$a = \frac{M_2 g - f_k}{M_1 + M_2} \Rightarrow a = \frac{20 - 8}{6} = 2(^m/_{s^2})$$

Dr.B.Barati

در شکل زیر، دو جسم به وزن‌های W_1 و W_2 روی سطح افقی قرار دارند. نیروی افقی F به جسم m_1 وارد می‌شود. اگر ضریب اصطکاک ایستایی در کلیهٔ سطوح برابر $\frac{1}{2}$ باشد، کدام نتیجه حاصل می‌شود؟ $(g = 10\frac{m}{s^2})$

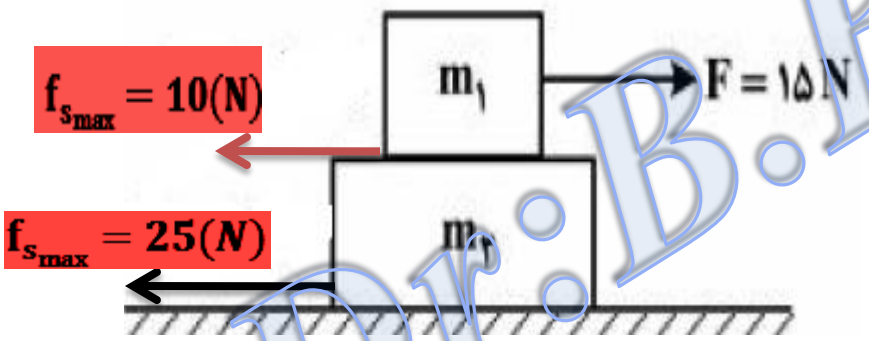


۱) هر دو جسم ساکن می‌مانند.

۲) هر دو جسم با یک شتاب به حرکت در می‌آیند.

۳) دو جسم با شتاب‌های مختلف به حرکت در می‌آیند.

۴) جسم m_2 ساکن می‌ماند ولی m_1 روی m_2 می‌لغزد.

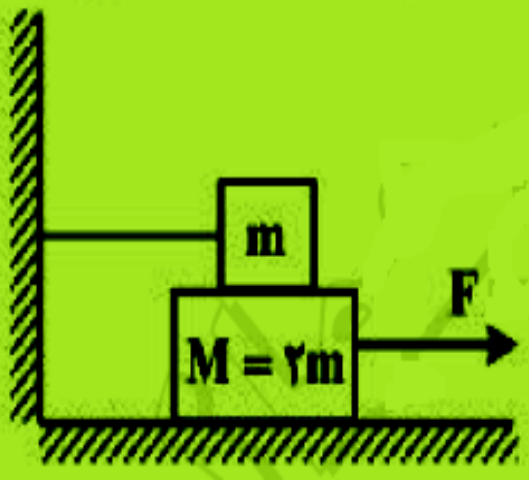


$15 > 10 \Rightarrow m_1$ متحرک

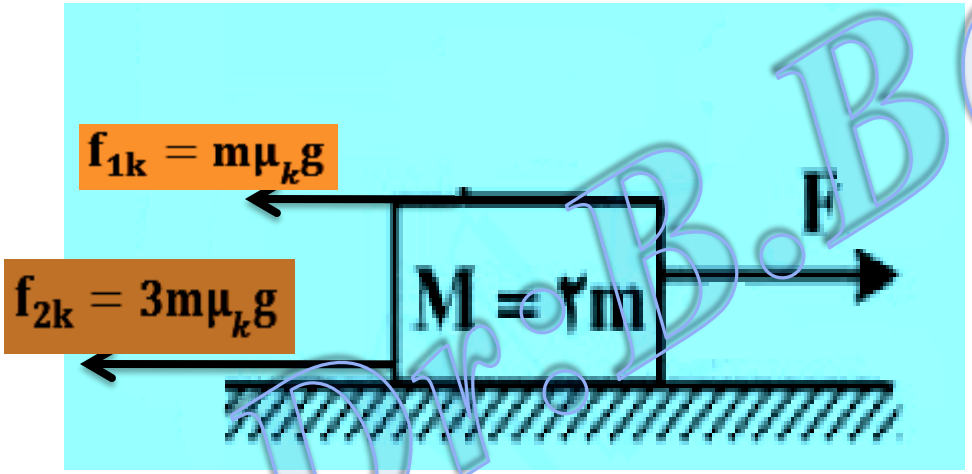
$15 < 25 \Rightarrow m_2$ ساکن

Dr.B.Barati

در شکل زیر، ضریب اصطکاک جنبشی بین کلیه سطوح μ_k است. نیروی افقی F به جرم M شتاب a را می‌دهد. F کدام است؟



۱) $M(a+\frac{۱}{۲}\mu_k g)$
۲) $M(a+\frac{۳}{۲}\mu_k g)$
۳) $M(a+۲\mu_k g)$
۴) $M(a+۴\mu_k g)$



$$F - F_{2k} - F_{1k} = Ma$$

$$F - 3m\mu_k g - m\mu_k g = Ma$$

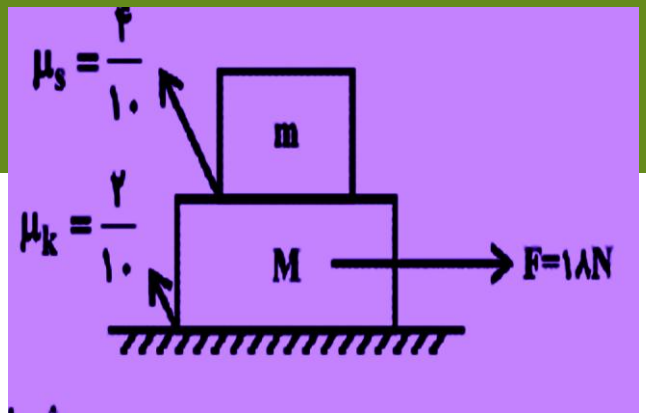
$$F = Ma + 4m\mu_k g$$

$$F = M(a+2\mu_k g)$$

Dr.B.Barati

مثال: با توجه به شکل، اگر مجموعه در حال حرکت باشد و m نسبت به M ساکن باشد اندازه نیروی اصطکاک بین دو جسم چند نیوتن است. $M=۴\ Kg$ و $m=۲kg$

الف) 6 ب) 1 ج) 2 د) 8



$$F - f_k = (m+M)a \Rightarrow$$

$$F - \mu_k(m_1+m_2)g = (m+M)a$$

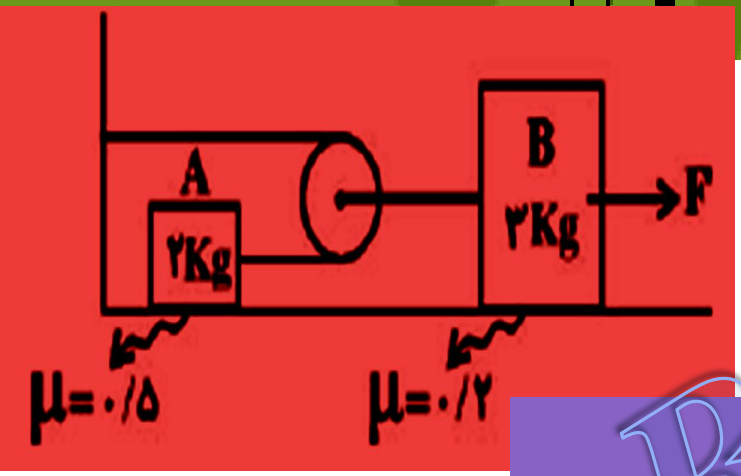
$$18 - 0/2(2+4)\times 10 = (2+4)a \Rightarrow a = 1\ {}^{m}/_{s^2}$$

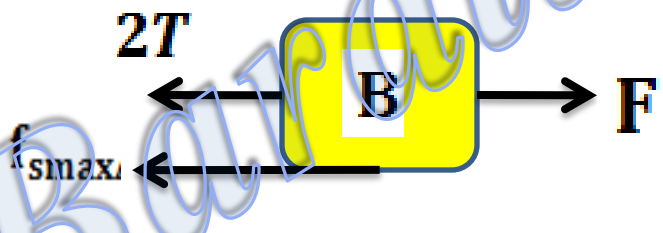
$$f_s = ma = 2\times 1 = 2(N)$$

Dr:B.Barati

مثال: در شکل مقابل نیروی F چند نیوتن باشد تا جسم A در آستانه‌ی لغزش قرار گیرد.

الف: ۱۶ ب: ۲۰ ج: ۲۶ د: ۳۶۰





برای جسم B $\Rightarrow f_{smaxB} = 0.2 \times 30 = 6(N)$

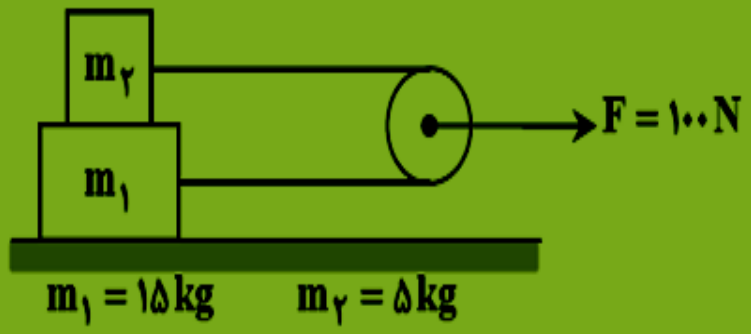
برای جسم A $\Rightarrow f_{smaxA} = 0.5 \times 20 = 10(N)$

برای حرکت مجموعه $\Rightarrow T \geq f_{smaxA} = \mu \times N \Rightarrow T \geq 0.5 \times 20 \Rightarrow T \geq 10(N)$

$F \geq 2T + f_{smaB} \Rightarrow F \geq 2 \times 10 + 0.2 \times 3 \Rightarrow F \geq 26(N)$

Dr:B.Barati

test در شکل مقابل، جرم طناب و قرقره و اصطکاک آن ناچیز و ضریب اصطکاک در کلیهٔ سطوح $\mu_s = 0/6$ و $\mu_k = 0/3$ است. اگر وزنه‌ها از حال سکون به‌صورت نشان داده شده کشیده شوند، در ابتدای شروع حرکت در مورد شتاب وزنه ها کدام درست است؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

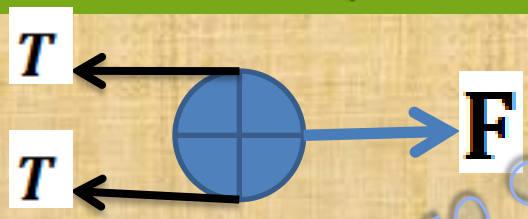


۱) $a_1 = 1\frac{m}{s^2}$ و $a_2 = 7\frac{m}{s^2}$

۲) $a_1 = 3\frac{m}{s^2}$ و $a_2 = 5\frac{m}{s^2}$

۳) m_1 ساکن می‌ماند و m_2 با شتاب $7\frac{m}{s^2}$ به حرکت درمی‌آید.

۴) m_1 ساکن می‌ماند و m_2 با شتاب $5\frac{m}{s^2}$ به حرکت درمی‌آید.



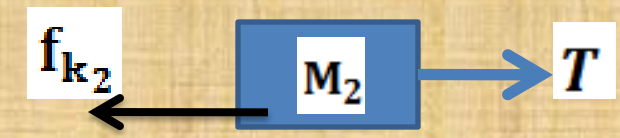
$$F = 2T \Rightarrow T = 50(N)$$

$$f_{s_{max}} = \mu_s(m_1 + m_2)g = 120(N) > 100(N)$$

m_1 ساکن می ماند

$$f_{s_{2max}} = \mu_s m_2 g = 30(N) < T = 50(N)$$

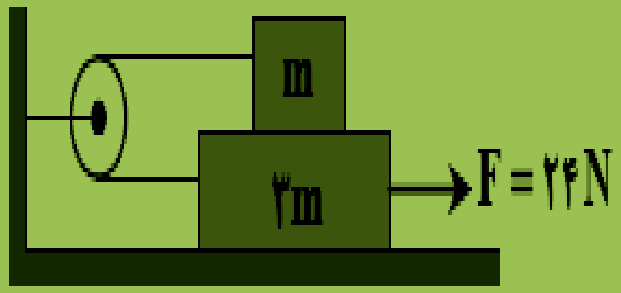
m_2 حرکت می کند



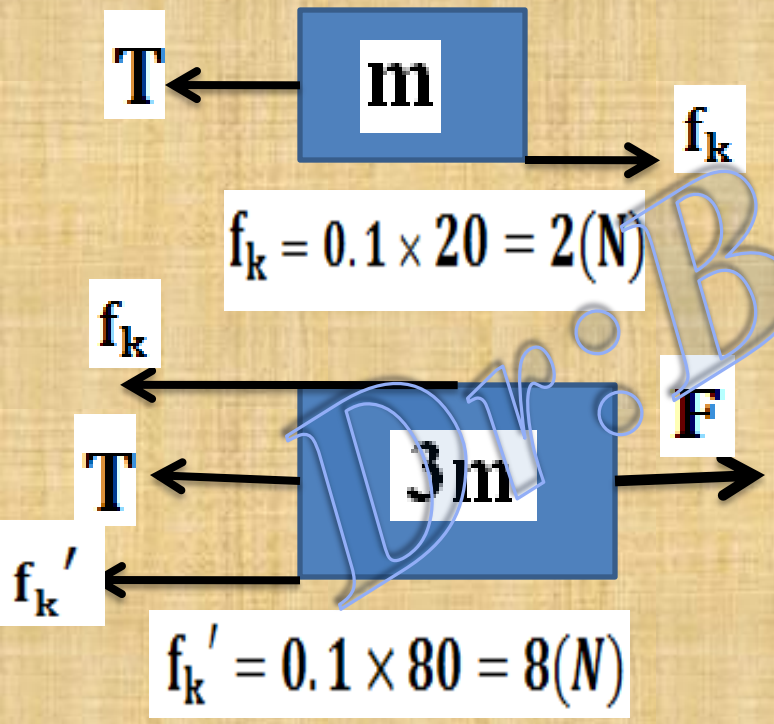
$$T - f_{2_k} = M_2 a \Rightarrow T - 0.3 \times 5 \times 10 = 5a \Rightarrow a = 7(m/s)$$

Dr.B.Barati

test در شکل زیر، $m = 2kg$ است. اگر ضریب اصطکاک بین تمام سطوح $\mu_k = 0/1$ باشد، شتاب حرکت دستگاه چند متر بر مجذور ثانیه است؟



۱) ۱/۵
۲) ۲
۳) ۲/۵
۴) ۳



$$T - f_k = ma \Rightarrow T = 2 + 2a$$

$$F - T - f_k - f_k' = 3ma$$

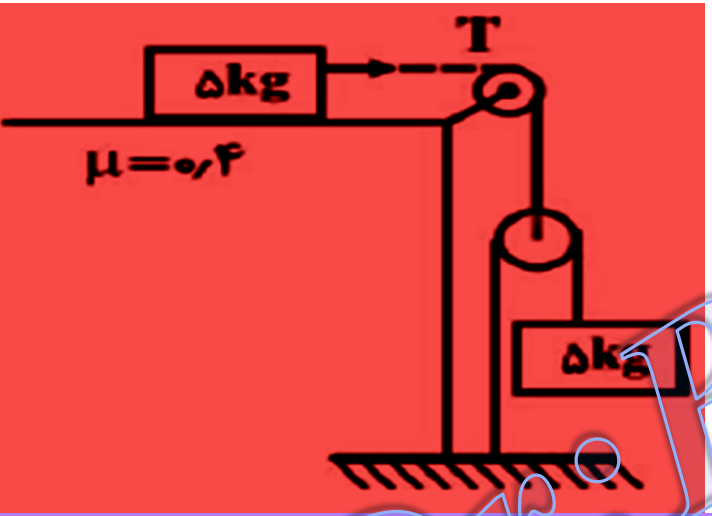
$$\Rightarrow 24 - 2 - 2a - 2 - 8 = 6a$$

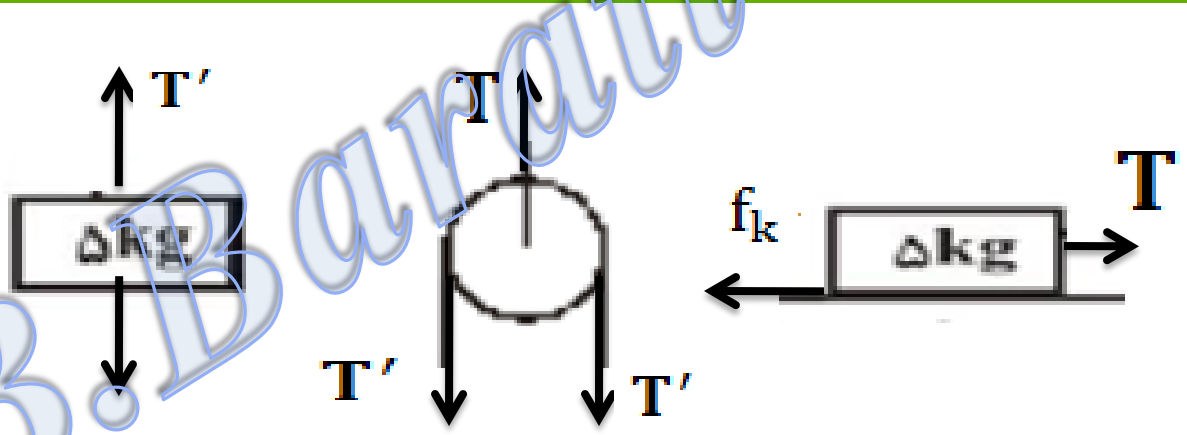
$$a = 1.5\left(m/s^2\right)$$

Dr.B.Barati

مثال: در شکل مقابل جرم قرقره، نخ و اصطکاک در محل قرقره ناچیز است نیروی کشش ریسمان T چند نیوتن است.

الف: ۱۰ ب: ۲۰ ج: ۳۶ د: ۵۰



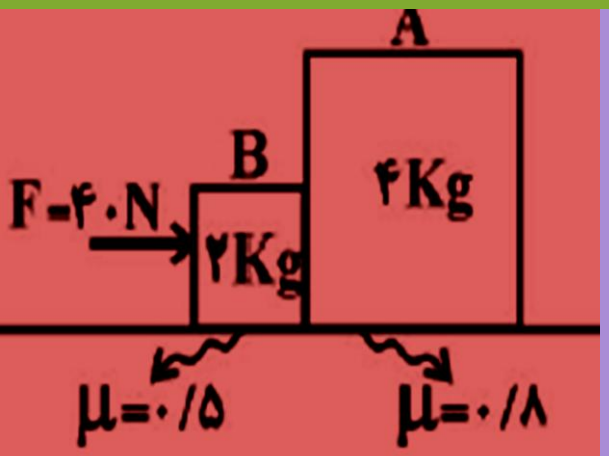


$$\left.\begin{array}{l} \text{برای وزنه پایینی} \quad 50 - T' = 5a \\ \text{برای وزنه بالایی} \quad T - 50 \times 0/4 = 5\,a/2 \\ \text{از طرفی} \quad T = 2T' \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} a = 6/4(N) \Rightarrow T' = 18(N) \\ T = 2T' = 2 \times 18 = 36(N) \end{array}$$

Dr.B.Barati

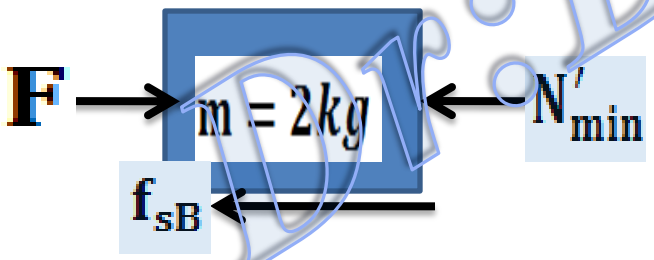
مثال: در شکل مقابل حداقل نیرویی که از طرف جسم B به جسم A وارد می شود چند نیوتن است.

الف) 30 ب) 32 ج) 0 د) 10



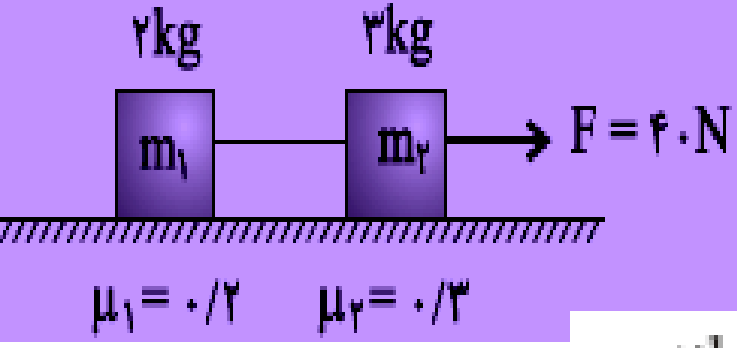
$f_{smax} = 0.5 \times 20 + 0.8 \times 40 = 42N > F = 40 \Rightarrow a = 0 \Rightarrow$ مجموعه ساکن

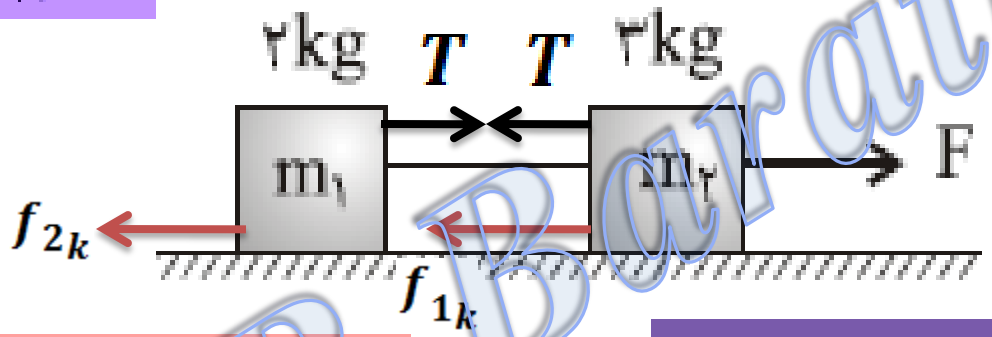
$F = f_{sB} + N'_{min} \Rightarrow 40 = 0.5 \times 20 + N'_{min} \Rightarrow N'_{min} = 30$ نیوتن



Dr.B.Barati

در شکل مقابل، کشش نخ را به دست آورید؟





$$F - f_{1k} - f_{2k} = (M_1 + M_2)a$$

$$F - (\mu_{1k} M_1 + \mu_{2k} M_2)g = (M_1 + M_2)a$$

$$40 - 0.3 \times 3 \times 10 - 0.2 \times 2 \times 10 = (3 + 2)a$$

$$a = 5.4\,(^{m}/_{s^2})$$

$$F - T - f_{1k} = M_1 a$$

$$40 - T - 9 = 3 \times 5.4$$

$$\Rightarrow T = 14.8(N)$$

Dr.B.Barati

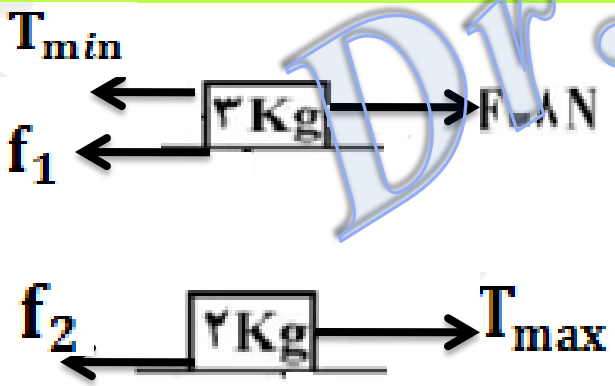
مثال: در شکل مقابل نیروی کشش ریسمان سبک اتصال دو جسم چند نیوتنی است؟

الف: ۱/۶ ب: ۲ ج: صفر د: $2 \le T \le 4$

$$\begin{cases} f_{1k} = \mu_1 m_1 g = 0/2 \times 30 = 6\,N \\ f_{2k} = \mu_2 m_2 g = 0/2 \times 20 = 4\,N \end{cases}$$

$8 < 10 \Rightarrow$ ساکن مجموعه

اما این نیرو فقط به جسم 3kg هست و نخ کشیده شده می شود

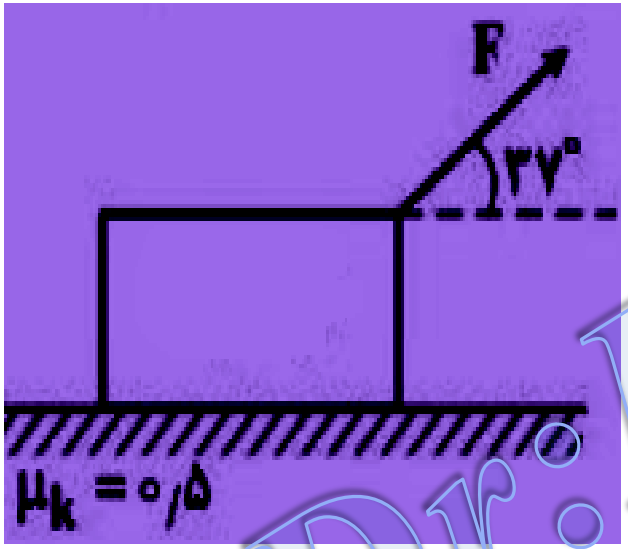


$$T_{min} \le T \le T_{max} \quad , \quad T_{max} = f_2 = 4N$$

$$T_{min} = F - f_1 = 8 - 6 = 2N \quad \Rightarrow \quad 2 \le T \le 4$$

Dr.B.Barati

مثال: به جسم ساکنی به جرم ۱۰kg مطابق شکل نیروی F=100N اثر می کند. اگر ضریب اصطکاک با سطح ۰/۵ باشد سرعت جسم ۳ ثانیه پس از شروع حرکت به چند m/s می رسد.

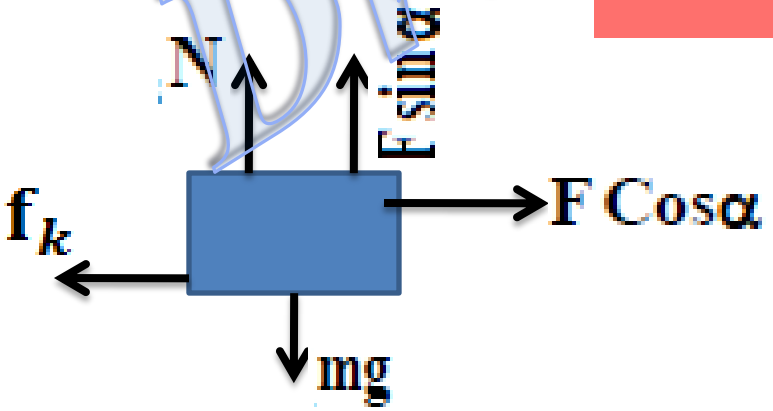


$$F\cos ۳۷ - f_k = Ma$$

$$F\cos ۳۷ - \mu_k (mg - F\sin ۳۷) = Ma$$

$$۱۰۰ \times ۰/۸ - ۰/۵(۱۰۰ - ۱۰۰ \times ۰/۶) = ۱۰a \Rightarrow a = ۶ m/s^۲$$

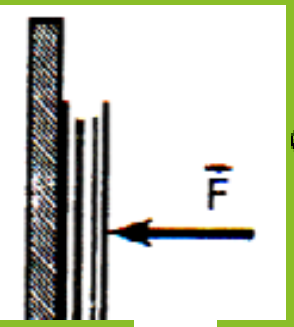
$$V = at + V_0 \Rightarrow V = ۶ \times ۳ + ۰ = ۱۸ m/s$$



Dr.B.Barati

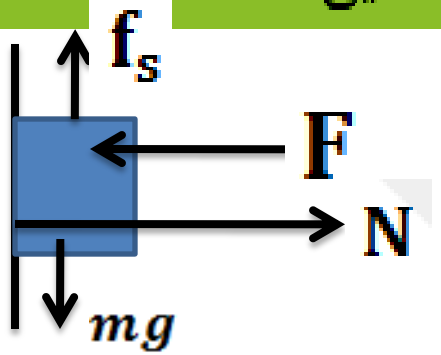
مثال: مطابق شکل کتابی را توسط نیروی افقی F به دیوار قائمی می‌فشاریم تا حرکت نکند اگر

اندازه نیروی F را افزایش دهیم کدام کمیت افزایش نمی یابد؟



الف) نیروی عمودی تکیه گاه ب)نیروی اصطکاک وارد بر کتاب

ج) نیروی واکنش سطح د) بیشینه اصطکاک ایستایی



بررسی حل: $f_s = mg$ و $F = N \Rightarrow F\uparrow = N\uparrow$

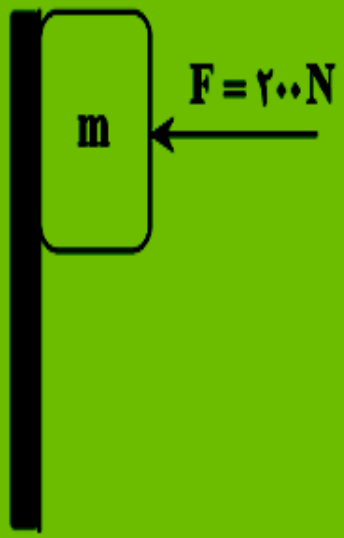
افزایش F تأثیری در mg و f_s ندارد.

* نیرویی که سطح به کتاب وارد می کند از رابطه $R = \sqrt{f^2 + N^2}$ بدست می آید بنابراین با افزایش N و ثابت بودن f ، نیروی سطح R هم زیاد می شود.

* بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی از رابطه $f_{smax} = \mu_s N$ بدست می آید پس با افزایش F نیروی N زیادی می شود و f_{smax} هم زیاد می شود.

Dr:B.Barati

test در شکل مقابل، اگر اندازهٔ نیروی F را ۵۰ نیوتن کم کنیم، اندازهٔ اصطکاک وارد بر وزنه چند نیوتن تغییر می‌کند؟ ($m=5kg$ ، $\mu_s=0/4$ و $\mu_k=0/25$ و $g=10\frac{m}{s^2}$)



۱) ۲۵

۲) ۲۰

۳) ۱۲/۵

۴) صفر

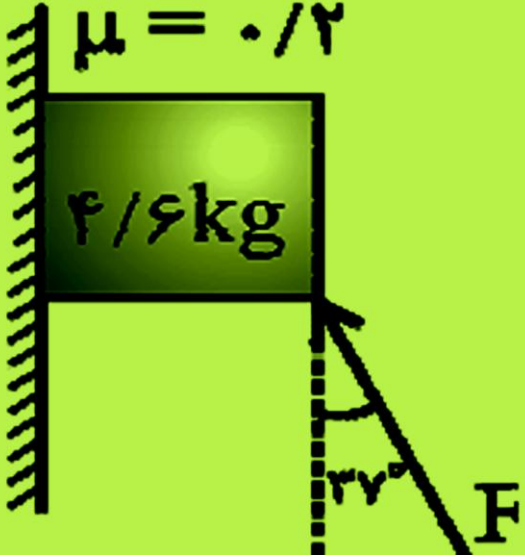
$f_{s_{1max}} = \mu_s F_N = 0.4 \times 200 = 80(N)$ ⟹ $f_{s_{1max}} > Mg$ ⟹ جسم ساکن ⟹ $f_s = mg = 50(N)$

$f_{s_{2max}} = \mu_s F_N = 0.4 \times 150 = 60(N)$ ⟹ $60 > mg$ ⟹ جسم ساکن ⟹ $f_s = mg = 50(N)$

در اسلاید قبل این مطلب بررسی شد

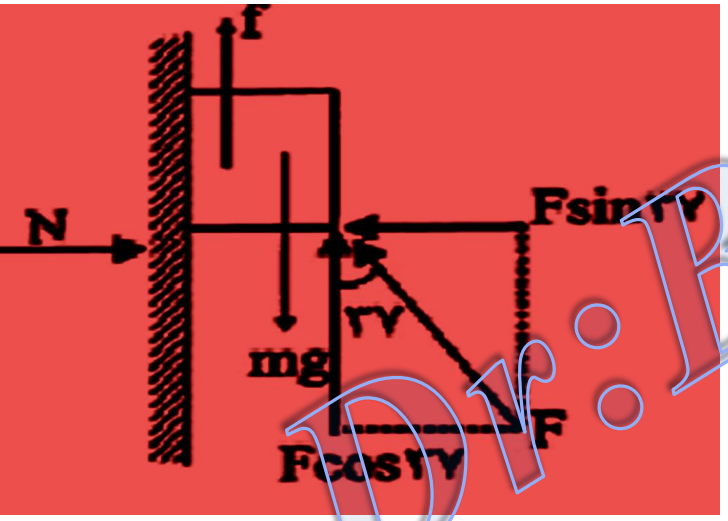
در هر صورت f_s تغییر نمی کند

Dr.B.Barati



مثال: در شکل مقابل حداقل F چند نیوتن باشد تا جسم سر نخورد؟

الف) ۴۰ ب) ۴۶ ج) ۵۰ د) ۶۰

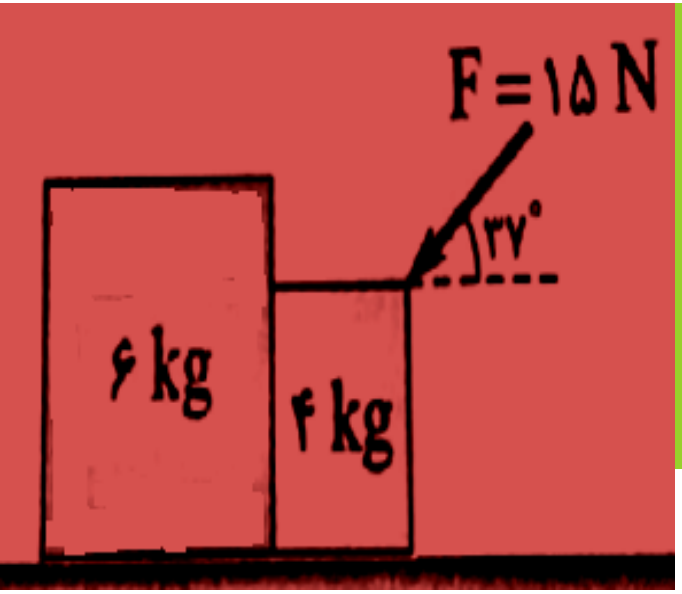


$$mg - F_{min}\cos 37 - f = 0 \Rightarrow 46 - 0.8f_{min} - \mu_s N = 0$$

$$N = F_{min}\sin 37 \Rightarrow N = 0/6F$$

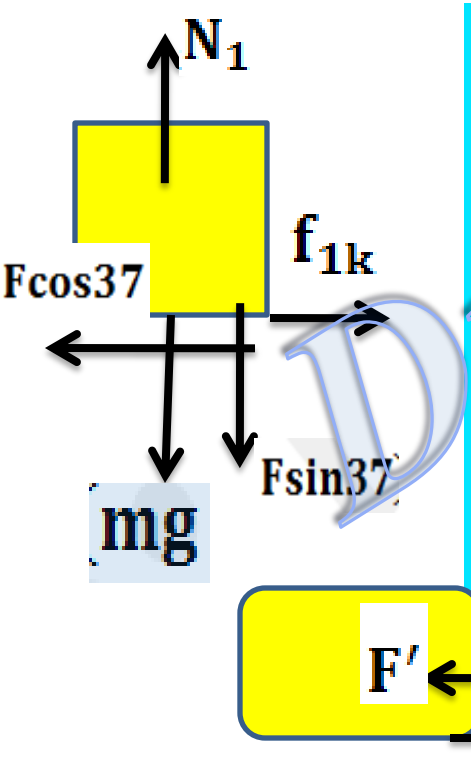
$$46 - 0/8F_{min} - 0.2(0/6F_{min}) = 0 \Rightarrow F_{min} = 50N$$

Dr:B.Barati



مثال : نیروی بین دو وزنه چند نیوتن است ضریب اصطکاک جنبشی ۰/۱ است.

الف) ۵۵/۵ ب) ۶/۵۵ ج) ۵/۶۶ د) ۶/۶۶



$$F\cos 37 - f_{1k} - f_{2k} = (m_1 + m_2)a \Rightarrow 15 \times 0/8 - \mu_k N_1 - \mu_k N_2 = 10a$$

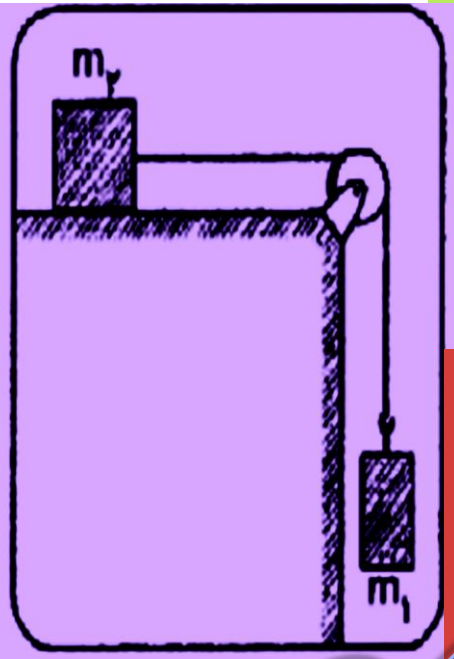
$$12 - \mu_k(mg + F\sin 37) - \mu_k m_2 g = 10a \Rightarrow a = 0.11 m/s2$$

$$F' - \mu_k m_2 g = m_2 a \Rightarrow F' - 0/1 \times 6 \times 10 = 6 \times 0/11 \Rightarrow F' = 6/66(N)$$

Dr:B:Barati

مثال : مطابق شکل روبرو آسانسور با شتاب ثابت $2\ m/s^2$ رو به پایین حرکت می کند و جرم هر یک از وزنه ها 5kg می باشد با صرف نظر از کلیه اصطکاک ها اندازه نیروی کشش نخ چند نیوتن است.

الف)۱۵ ب) ۳۰ ج) ۲۰ د) ۲۵



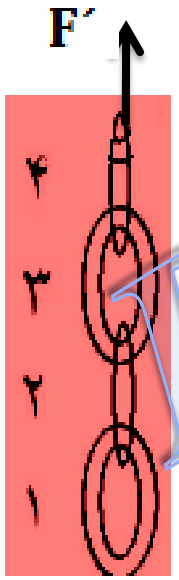
$$m_1 g' - (m_1 + m_2)a \Rightarrow m_1(10-2) = 10a \Rightarrow a = 4m/s2$$

$$T = m_2 a \Rightarrow T = 5 \times 4 = 20(N)$$

Dr:B.Barati

- مطابق شکل، یک زنجیر که از ۵ حلقه‌ی مشابه تشکیل شده و جرم هر حلقه ۲۰۰ گرم است، توسط نیروی F با شتاب $۲\frac{m}{s^۲}$ و حرکت تندشونده، رو به بالا کشیده می‌شود. اندازه‌ی نیروی F و اندازه نیرویی که دو حلقه‌ی ۴ و ۵ بر یکدیگر وارد می‌کنند، به ترتیب هر کدام چند نیوتون است؟ $\left(g = ۱۰\frac{N}{kg}\right)$

۱) ۱۰ و ۲ ۲) ۱۲ و ۲ ۳) ۱۰ و ۸ ۴) ۱۲ و ۹/۶



$$F - Mg = Ma \Rightarrow F - 5 \times 0.2 \times 10 = 5 \times 0.2 \times 2 \Rightarrow F = 12(N)$$

$$\begin{matrix} 12 & 1 \\ F' & 0.8 \end{matrix} \Rightarrow F' = 9.6(N)$$

Dr.B.Barati

در شکل روبه‌رو، ضریب اصطکاک جنبشی بین هریک از سطوح تماس $\mu_k = ۰/۲$ است. اگر شتاب حرکت وزنه $M_۲$ برابر $۵\frac{m}{s^۲}$ باشد، نیروی کشش T' چند نیوتن است؟

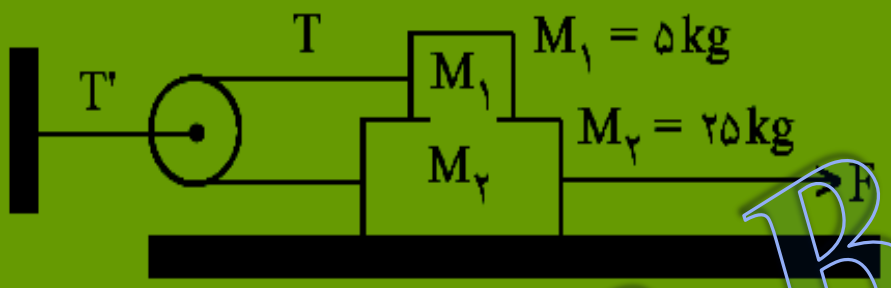
($g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$ و جرم و اصطکاک نخ و قرقره ناچیز است.)

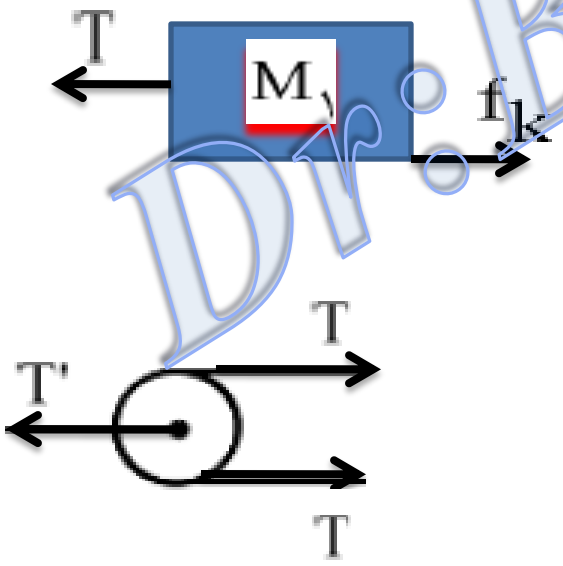
۱) ۵۰

۲) ۴۰

۳) ۶۰

۴) ۷۰





$$T - \mu_k M_1 g = M_1 a$$

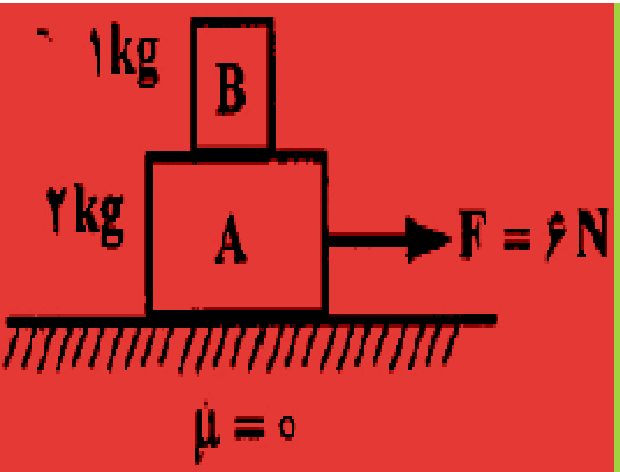
$$T - 0.2 \times 5 \times 10 = 5 \times 5 \Rightarrow T = 35(N)$$

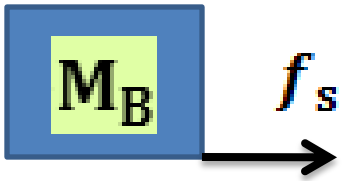
$$T' = 2T = 70(N)$$

Dr. B. Barati

در شکل روبه‌رو اگر در ضمن حرکت روی سطح افقی، وزنه‌ی B روی وزنه‌ی A نلغزد، نیروی اصطکاک بین دو وزنه چند نیوتون است؟

۱) صفر
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۶





$$F = (M_A + M_B)a$$

$$a = \frac{6}{3} = 2\,(m/s^2)$$

$$f_s = M_B a \Rightarrow f_s = 1 \times 2 = 2(N)$$

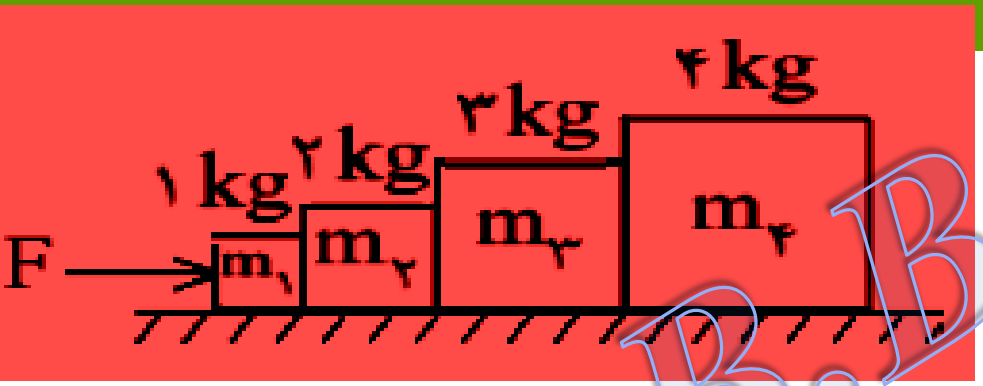
روش دوم

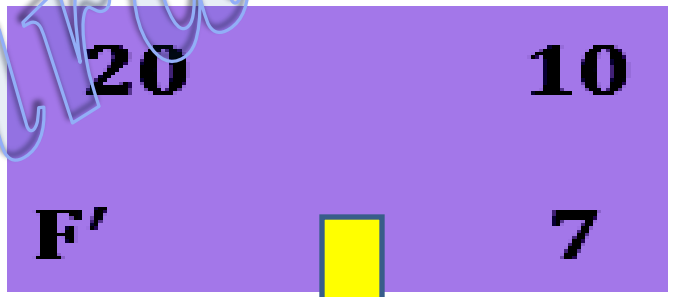
$$\frac{F}{m_A + m_B} = \frac{f_{s_{max}}}{m_B} \Rightarrow \frac{6}{2+1} = \frac{f_{s_{max}}}{1} \Rightarrow f_{s_{max}} = 2(N)$$

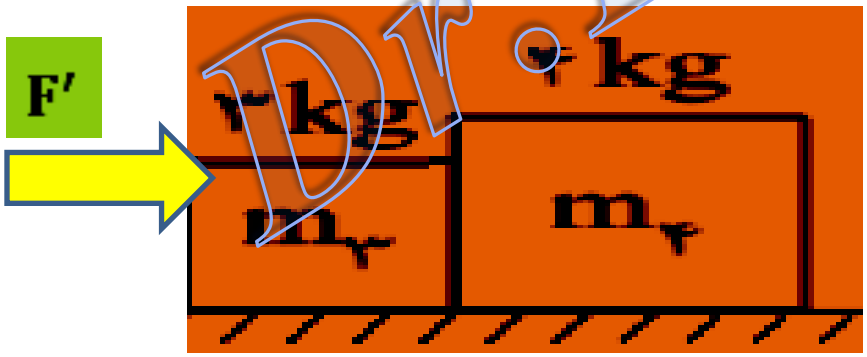
Dr:B.Barati

exam چهار وزنه ۱ و ۲ و ۳ و ۴ کیلوگرمی مطابق شکل مقابل روی یک سطح افقی صیقلی قرار دارند. نیروی افقی $F=۲۰N$ بر m_1 اثر می کند، نیرویی که وزنه m_2 بر m_3 وارد می کند، چند نیوتن است؟

۱) ۸ ۲) ۱۶ ۳) ۱۸ ۴) ۲۰





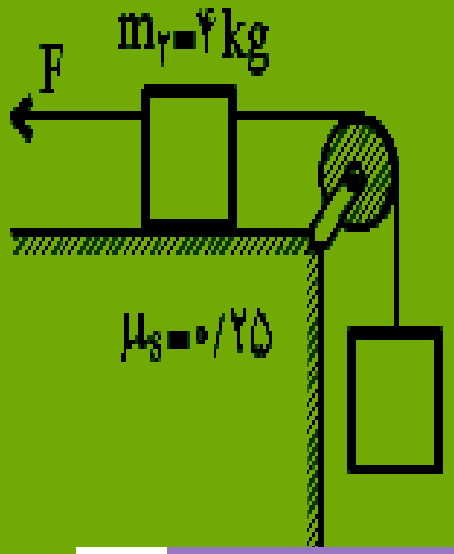


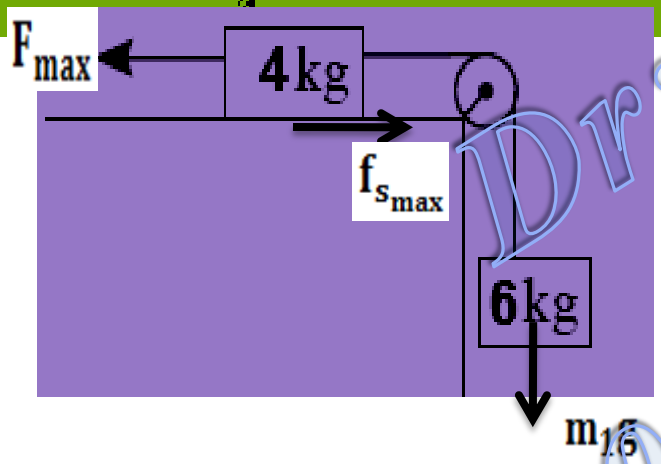
$$F' = 14(N)$$

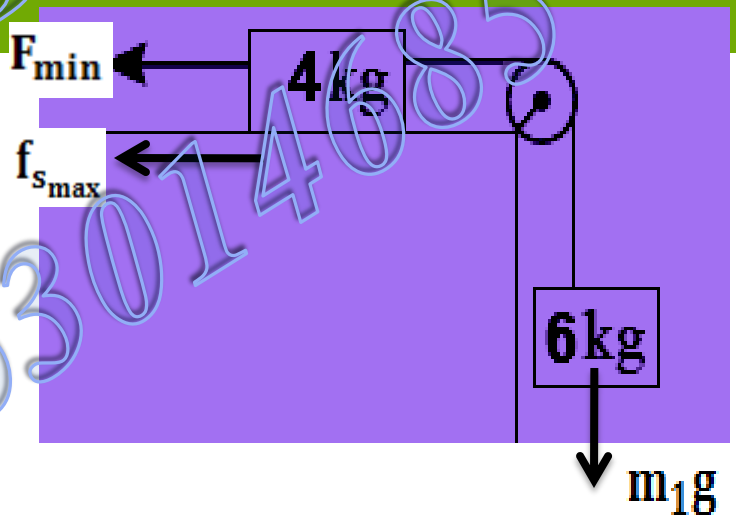
Dr.B.Barati

مثال: در شکل مقابل نیروی F چند نیوتن باشد تا دسنگاه ساکن بماند؟

۱) $50 \le F \le 70$ ۲) $50 \le F \le 60$ ۳) ۵۰ یا ۷۰ ۴) ۱۰







$$F_{max} = f_{s_{max}} + m_1 g = 0.25 \times 40 + 60 = 70(N)$$

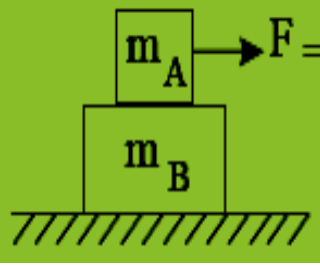
$$F_{min} = m_1 g - f_{s_{max}} = 60 - 10 = 50(N)$$

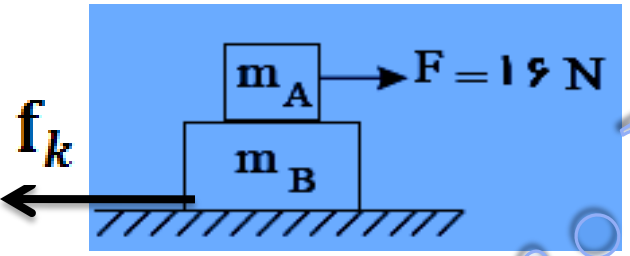
$$50 \le |F| \le 70$$

Dr:B.Barati
09163014685

ex در شکل زیر اگر دو جسم $m_A = 2kg$ و $m_B = 3kg$ با یک شتاب حرکت کنند، بزرگی نیروی اصطکاک بین دو جسم چند نیوتون است؟ ($g = 10\frac{N}{kg}$ و ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم m_B و سطح افقی برابر با $\mu_k = 0/12$ است.)

۱) ۲/۴ ۲) ۳/۶ ۳) ۶ ۴) ۱۲

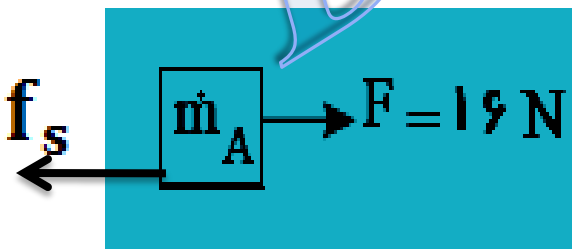




$$F - \mu_k(M_A + M_B)g = (M_A + M_B)a$$

$$16 - 0.12 \times (5) \times 10 = 5a$$

$$a = 2(m/s^2)$$



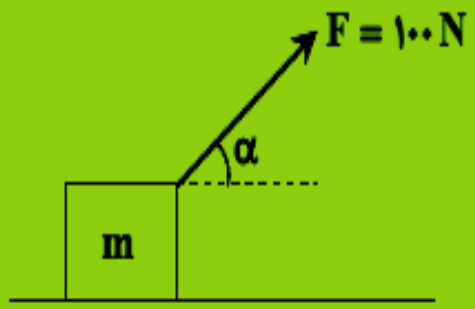
$$F - f_s = M_A a$$

$$16 - f_s = 2 \times 2$$

$$f_s = 12(N)$$

Dr.B.Borati

exa در شکل مقابل، وزنه‌ی ۱۰ کیلوگرمی با شتاب $۴\frac{m}{s^۲}$ روی سطح افقی به طرف راست کشیده می‌شود. اندازه‌ی نیرویی که سطح تکیه‌گاه بر وزنه وارد می‌کند، چند نیوتن است؟ $(m = ۱۰kg \text{ و } \cos\alpha = ۰/۸)$



۱) $۳۰\sqrt{۱۵}$

۲) $۲۰\sqrt{۲۹}$

۳) $۳۰\sqrt{۲}$

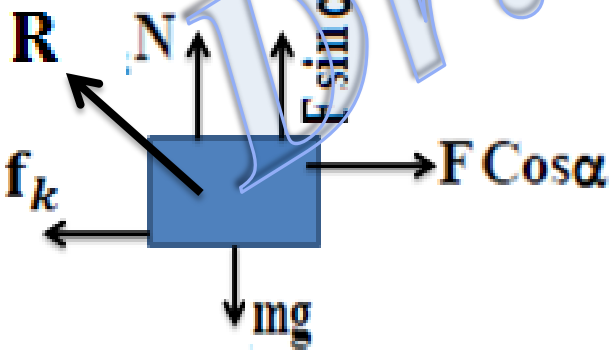
۴) $۴۰\sqrt{۲}$

$$F\cos\alpha - f_k = Ma$$

$$100 \times 0.8 - f_k = 10 \times 4$$

$$N = Mg - F\sin\alpha$$

$$N = 100 - 100 \times 0.6$$



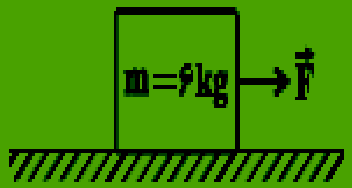
$$f_k = 40(N)$$

$$N=40(N)$$

$$|R| = \sqrt{40^2 + (40)^2} = 40\sqrt{2}(N)$$

Dr.B.Barati

در شکل زیر، نیروی افقی $F=۹۰N$ به جسم m به جرم $۶kg$ وارد می‌شود. اگر اندازه‌ی نیرویی که از طرف جسم به سطح افقی وارد می‌شود برابر با $۷۵N$ باشد، بزرگی شتاب حرکت جسم چند متر بر مجذور ثانیه است؟ $(g=۱۰\frac{N}{kg})$

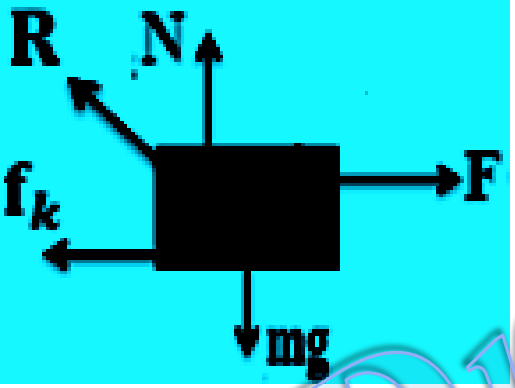


۱) صفر

۲) ۷/۵

۳) ۲/۵

۴) ۱۵



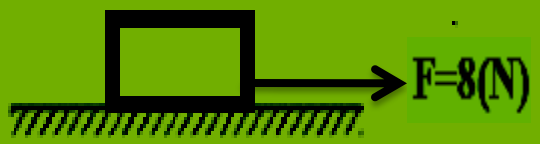
$$|R|=\sqrt{Mg^2+f_k^2}\Rightarrow f_k^2=75^2-60^2=45(N)$$

$$F-f_k=Ma$$

$$90-75=6a\Rightarrow a=7.5\,{}^{m}/_{s^2}$$

Dr.B.Barati

در شکل زیر، جسم با سرعت ثابت $۱\frac{m}{s}$ به‌صورت مستقیم و افقی درجهت نیروی افقی $\vec{F}$ حرکت می‌کند. چند نیوتون اندازهٔ نیروی $\vec{F}$ را کاهش دهیم تا پس از ۵ ثانیه این جسم متوقف گردد؟



۱) ۱ ۲) ۲
۳) ۳ ۴) ۷

$$F - f_k = ۰ \Rightarrow ۸ - f_k = ۰ \Rightarrow f_k = ۸N$$

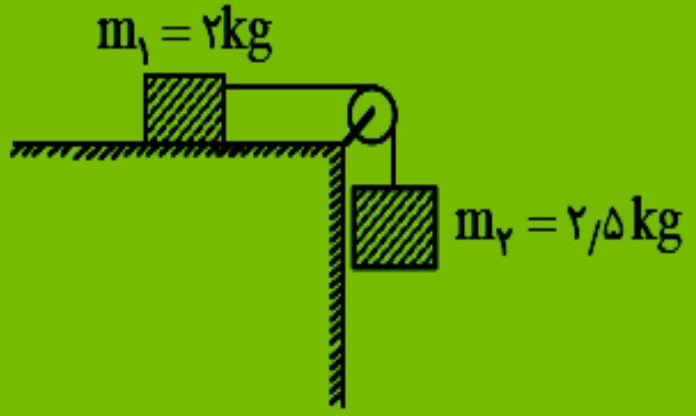
$$v = at + v_۰ \Rightarrow ۰ = a(۵) + ۱ \Rightarrow a = -\frac{۱}{۵}\frac{m}{s^۲}$$

$$F_۲ - f_k = ma \Longrightarrow F_۲ - ۸ = ۵ \times (-\frac{۱}{۵}) \Rightarrow F_۲ = ۷N$$

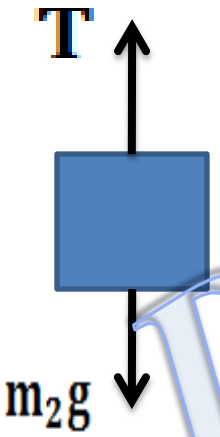
$$|\Delta F| = ۱N$$

Dr.B.Barati

اگر در شکل روبه‌رو نیروی کشش نخ برابر ۱۵N باشد، ضریب اصطکاک جنبشی سطح افقی با وزنهٔ m_1 چقدر است؟ از اصطکاک نـخ و قرقره و جرم قرقره چشم‌پوشی کنید. $(g = ۱۰ \frac{N}{kg})$



۱) ۰/۲۵
۲) ۰/۳۵
۳) ۰/۴
۴) ۰/۵



$$M_2 g - T = (M_2)a$$

$$25 - 15 = 2.5a$$

$$a = \frac{10}{2.5} = 4(^m/_{s^2})$$

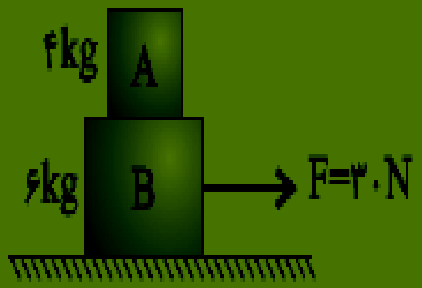
$$T - \mu_k (M_1) g = (M_1)a$$

$$15 - 2 \times 10 \times \mu_k = 2 \times 4$$

$$\mu_k = 0.35$$

Dr.B.Barati

در شکل روبه رو دو جسم با شتاب یکسان بر روی سطح افقی که ضریب اصطکاکش با $\mu_k = 0/2$ B می‌باشد در حرکت هستند. برآیند نیروهای وارد از طرف جسم B به A چند نیوتن است؟



۱) ۲
۲) ۳
۳) ۱۴
۴) ۴

$$F - f_k = (M_A + M_B)a$$

$$F - \mu_k(M_A + M_B)g = (M_A + M_B)a$$

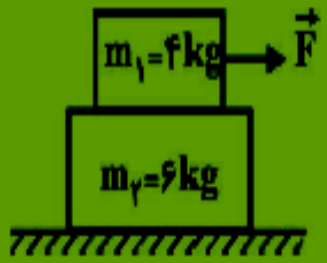
$$30 - 0.2(4+6) \times 10 = (4+6)a$$

$$a = 1\left(^{m}/_{s^2}\right)$$

$$F = M_A a = 4 \times 1 = 4(N)$$

Dr.B.Barati

test در شکل زیر، وزنهٔ m_1 بر سطح وزنهٔ m_2 با سرعت ثابت کشیده می‌شود. اگر وزنهٔ m_2 در آستانهٔ لغزش روی سطح افقی باشد، ضریب اصطکاک ایستایی بین وزنهٔ m_2 و سطح افقی کدام است؟ ($g=10\frac{N}{kg}$ و ضریب اصطکاک جنبشی بین m_1 و m_2 برابر با ۰/۶ است.)



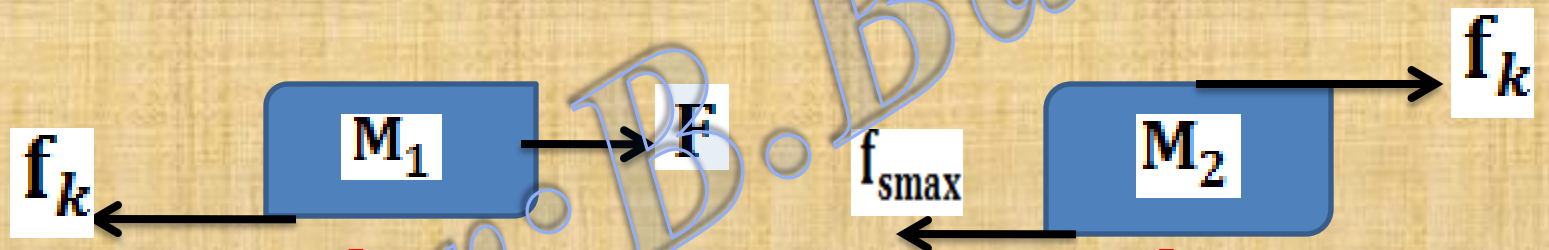
۱) ۰/۴

۲) ۰/۵

۳) ۰/۲۴

۴) ۰/۱۶

Dr.B.Barati



$$F = f_k = \mu_k M_1 g$$

$$f_k = f_{smax} = \mu_s (M_1 + M_2) g$$

$$\mu_k M_1 g = \mu_s (M_1 + M_2) g$$

$$\mu_s = \frac{\mu_k M_1}{M_1 + M_2} \Rightarrow \mu_s = \frac{0.6 \times 4}{4 + 6} = 0.24$$

مقدمه ای بر تکانه

این قبیل سوالات در زندگی روزمره وجود دارد

هنگام برخورد دو خودرو چه اتفاقی می افتد؟

تصادف چه تاثیری بر حرکت هر وسیلهٔ نقلیه دارد؟

کدام اصل فیزیکی اهمیت جدی به خودروها را تعیین می کند؟

چرا یک تیرانداز هنگام شلیک گلوله باید خود را مهار کند؟

برای پاسخ دادن به پرسشهای بالا کمیتی به نام تکانهٔ معرفی می شود که تابع جرم و سرعت جسم می باشد

Dr.B.Barati

تکانه (اندازه حرکت خطی) (p) : حاصلضرب جرم جسم در سرعت جسم را تکانه گویند. کمیتی برداری

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

است و یکای آن $kg\,m/s$ می باشد

رابطه بین تکانه و انرژی جنبشی جسم

$$\begin{cases} P = mV \\ K = \dfrac{V^2}{2m} \end{cases} \Rightarrow K = \frac{p^2}{2m}$$

exaفرض کنید گلوله‌ای به جرم $10/0\,g$ با سرعت ثابت $\vec{v} = (3/0\,m/s)\hat{i} + (4/0\,m/s)\hat{j}$ در حال حرکت است.

الف) تکانه گلوله چقدر است؟ ب) انرژی جنبشی گلوله را به‌دست آورید.

$$\vec{P} = m\vec{V} = (0.03\hat{i} + 0.04\hat{j})\,kg\,m/s$$

$$P = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}$$

$$P = \sqrt{0.03^2 + 0.04^2} = 0.05\,kg\,m/s$$

$$K = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow K = \frac{(0.05)^2}{2\times 0.01} = 0.25j$$

Dr.B.Barati

رابطه بین نیرو با تغییرات تکانه:

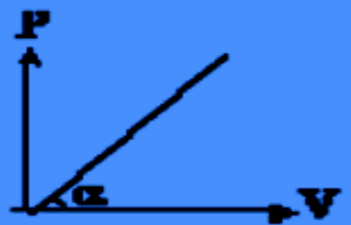
$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\Delta(m\vec{v})}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t}$$

بیان تکانه بر اساس قانون دوم نیوتن: تغییرات تکانه یک جسم بر تغییرات زمان برابر و هم جهت است با نیروی خالص وارد بر جسم

نکته مهم هرگاه نیروی خالص وارد بر جسم صفر باشد تکانه مقداری ثابت است.(بیان قانون اول نیوتن)

$$F_{net} = 0 \Rightarrow P = \text{ثابت} \Rightarrow p_1 = p_2 \Rightarrow m_1V_1 = m_2V_2$$

نکته : رسم نمودار تکانه برحسب سرعت جسم



$$\tan\alpha = \frac{P}{V} = \frac{mV}{V} \Rightarrow \tan\alpha = m$$

Dr.B.Barati

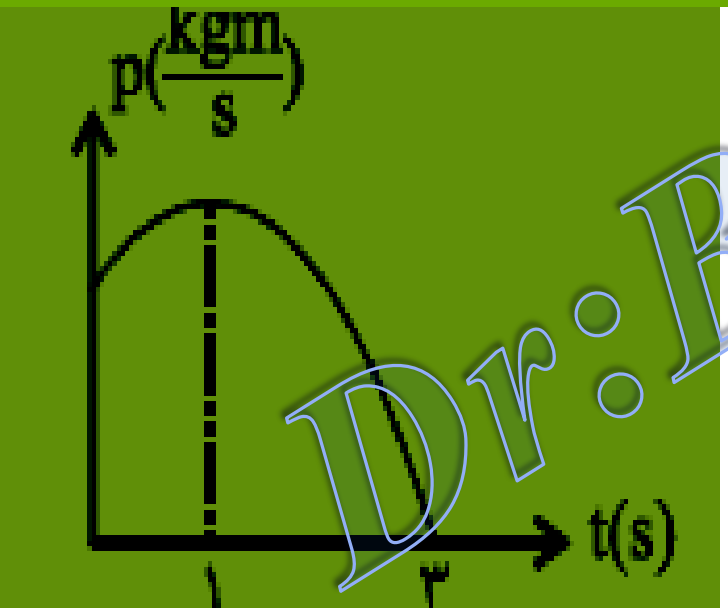
نمودار تکانه – زمان یک متحرک به شکل مقابل است. نوع حرکت متحرک در سه ثانیه‌ی اول حرکت چیست؟

۱) همواره تندشونده

۲) همواره کندشونده

۳) ابتدا تند شونده و سپس کندشونده

۴) ابتدا کندشونده و سپس تندشونده



$$P \alpha t^2 \Rightarrow V \alpha t^2$$

$(0 \rightarrow 1)$ ⟹ تند شونده

$(1 \rightarrow 3)$ ⟹ کند شونده

Dr:B.Barati

exa سرعت گلوله‌ای به‌جرم ۰/۲kg تحت اثر نیروی ثابتی از $\vec{V}_1 = 10\hat{i} - 8\hat{j}$ به $\vec{V}_2 = 6\hat{i} - 5\hat{j}$ می‌رسد (در SI). اگر زمان تأثیر نیرو برابر با ۰/۱ ثانیه باشد، بزرگی نیرو چند نیوتن است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) ۱۵ ۴) ۲۰

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} = m\frac{\vec{V_2} - \vec{V_1}}{\Delta t}$$

$$\vec{F} = 0.2\frac{6\hat{i} - 5\hat{j} - 10\hat{i} + 8\hat{j}}{0.1}$$

$$\vec{F} = -8\hat{i} + 6\hat{j}$$

$$|\vec{F}| = \sqrt{(-8)^2 + (6)^2} = 10(N)$$

جسمی به جرم ۵۰ گرم از ارتفاع ۶۰ متری رها می‌شود و در لحظه‌ای، سرعت آن به $14\ \frac{m}{s}$ می‌رسد و یک ثانیه پس از آن، سرعت جسم به $23\ \frac{m}{s}$ می‌رسد. تغییر تکانهٔ جسم در این یک ثانیه، چند کیلوگرم متر بر ثانیه است؟

۱) $\frac{9}{20}$ ۲) $\frac{9}{10}$ ۳) $\frac{23}{20}$ ۴) $\frac{23}{10}$

$$\Delta P = m\Delta V = 0.05(23 - 14) = 0.45 kg\frac{m}{s}$$

Dr.B.Barati

مثال: توپی به جرم ۰/۵kg با سرعت ۱۰m/s به دیوار قائمی برخودار و با همان سرعت در خلاف جهت اولیه برمی‌گردد اگر زمان تماس توپ با دیوار ۰/۰۰۱ ثانیه باشد تغییرات اندازه حرکت و نیروی متوسطی که توپ بر دیوار یا دیوار بر توپ وارد می سازد را حساب کنید؟

$$\Delta P = m\Delta V = 0/5(-10-10) = -10 kgm/s$$

$$\bar{F} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{-10}{0/001} = -10000(N)$$

Dr:B.Barati
09163014685

معادله‌ی بردار تکانه‌ی یک جسم ۴۰۰ گرمی به صورت $\vec{P} = 6t\hat{i} + 4t^2\hat{j}$ است (در SI).در لحظه‌ی $t = 2s$ اندازه‌ی سرعت جسم چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۴۰ ۲) ۵۰ ۳) ۶۰ ۴) ۷۰

$$\vec{V} = \frac{\vec{p}}{m} \Rightarrow \vec{V} = \frac{6t\hat{i} + 4t^2\hat{j}}{0.4} \Rightarrow \vec{V} = 15t\hat{i} + 10t^2\hat{j}$$

$$\vec{V} = 30\hat{i} + 40\hat{j}$$

$$|\vec{V}| = \sqrt{30^2 + (40)^2} = 50\ m/s$$

نیروهای $\vec{F_1} = 6\hat{i} + 14\hat{j}$ و $\vec{F_2} = -2\hat{i} - 10\hat{j}$ به جسمی که جرم $2kg$ و سرعت اولیه $\vec{V_0} = 8\hat{i} - 9\hat{j}$ دارد اثر می کند پس از گذشت $2s$ اندازه تکانه جسم چند واحد SI می شود؟

الف) ۳۴ ب) ۲۶ ج) $8\sqrt{2}$ د) $16\sqrt{2}$

$$\begin{cases} \vec{F_1} + \vec{F_2} = m\vec{a} \\ 4\hat{i} + 4\hat{j} = 2\vec{a} \end{cases} \Rightarrow \vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j}$$

$$\vec{V} = \vec{a}t + \vec{V_0} \Rightarrow \vec{V} = (2\hat{i} + 2\hat{j}) \times 2 + (8\hat{i} - 9\hat{j}) \Rightarrow \vec{V} = 12\hat{i} - 5\hat{j}$$

$$|V| = \sqrt{(12)^2 + (-5)^2} = 13 \ (m/s)$$

$$P = mV \Rightarrow P = 2 \times 13 = 26 kgm/s$$

Dr. B Barati

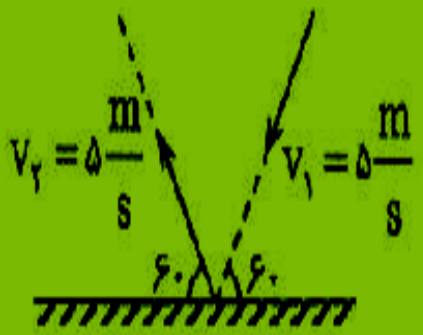
example مطابق شکل، گلوله‌ای به جرم ۲۰۰ گرم با سرعتی به بزرگی $5\frac{m}{s}$ به سطح افقی (کف اتاقی)

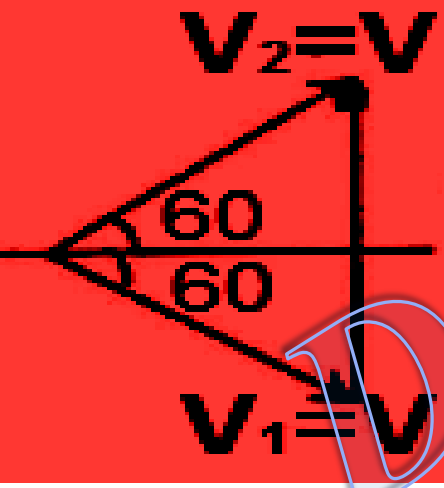
برخورد می کند و با همان سرعت از سطح جدا می‌شود، اگر زمان برخورد ۰/۲s باشد، نیروی

متوسطی که هنگام برخورد به گلوله وارد می‌شود چند نیوتن است؟

۱) ۵ ۲) ۱۰

۳) $5\sqrt{3}$ ۴) $10\sqrt{3}$





$$\Delta v = 2V\sin\frac{\Delta\theta}{2} =$$

$$\Delta V = 2 \times 5\sin\frac{120}{2} = 5\sqrt{3}\ (m/s)$$

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m\Delta V}{\Delta t} = \frac{0.2 \times 5\sqrt{3}}{0.2} = 5\sqrt{3}\ (N)$$

Dr.B.Barati

test جسمی به جرم ۲kg بر روی محور x حرکت می‌کند و معادلهٔ تکانهٔ آن در SI به‌صورت $P = -2t^2 + 8t - 10$ است. در لحظه‌ای که سرعت جسم $v = -1\ \frac{m}{s}$ است، بزرگی برایند نیروهای وارد بر آن چند نیوتون است؟

۱) ۱۶
۲) ۴
۳) ۱۲
۴) صفر

$$P = mV \Rightarrow -2t^2 + 8t - 10 = 2(-1) \Rightarrow t^2 - 4t + 4 = 0 \Rightarrow t = 2$$

$$F = \frac{dp}{dt} = -4t + 8$$

$$t=2 \Rightarrow F = -4 \times 2 + 8 = 0$$

Dr.B.Barati

مثال: معادله تکانه ـ زمان متحرکی که در صفحه xoy حرکت می کند در SI بصورت $\vec{P} = (2t^3 + 2)\hat{i} + t^2\hat{j}$ است. بزرگی برآیند نیروهای وارد بر جسم در لحظه t=1s چند نیوتن است.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} = 6t\hat{i} + 2t\hat{j} \Rightarrow \vec{F} = 6\hat{i} + 2\hat{j}$$

$$|\vec{F}| = \sqrt{6^2 + 2^2} = \sqrt{40}\ (N)$$

مثال: تابع مکان – زمان متحرکی به جرم 2kg در SI بصورت $x = t^3 + 2t^2 - 5t$ می باشد تکانه ای این متحرک در لحظه ی t=2s چند واحد SI است.

$$P = m\frac{dx}{dt} = 2(3t^2 + 4t - 5) \Rightarrow P = 6t^2 + 8t - 10$$

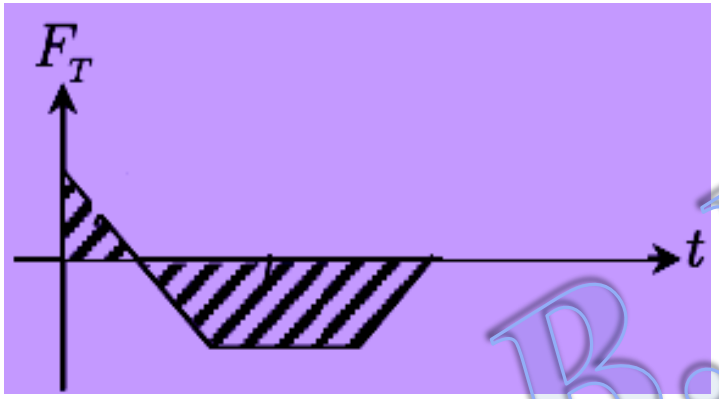
$$t = 2(s) \Rightarrow P = 6(2)^2 + 8(2) - 10 \Rightarrow P = 30 kg\,{}^{m}/_{s}$$

Dr. B. Barati

$$\vec{I} = \vec{F}\Delta t$$

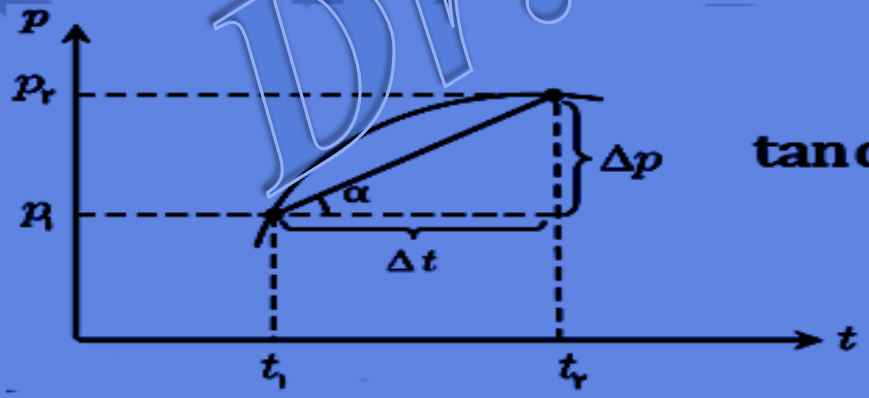
تعریف ضربه($\vec{I}$):حاصل ضرب نیرو در مدت زمان تاثیر نیرو را ضربه می گویند کمیتی برداری می باشد و یکای آن در Si ،برابر N.S است

نکته: رسم نمودار نیرو – زمان و محاسبه سطح زیر نمودار



$$\text{سطح زیر نمودار} = F\Delta t = S_1 - S_2 = \Delta P = m\Delta V$$

نکته:نیروی متوسط برابر شیب خطی است که دو نقطه از نمودار P-t مربوط به لحظه های داده شده را به هم وصل می کند.



$$\tan\alpha = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \overline{F_T}$$

Dr.B.Barati

ex در یک آزمون تصادف، خودرویی به جرم ۱۲۰۰kg به دیواری برخورد کرده و مطابق شکل برمی‌گردد (کمانه می‌کند). اگر سرعت اوّلیه و نهایی خودرو به ترتیب ۵۴/۰km/h- و ۹/۰۰ km/h + باشد و تصادف ۰/۱۵۰s طول بکشد،

الف) ضربه‌ای که در اثر تصادف به اتومبیل وارد می‌شود را پیدا کنید.

ب) اندازه و جهت نیروی متوسط وارد بر خودرو را تعیین کنید.

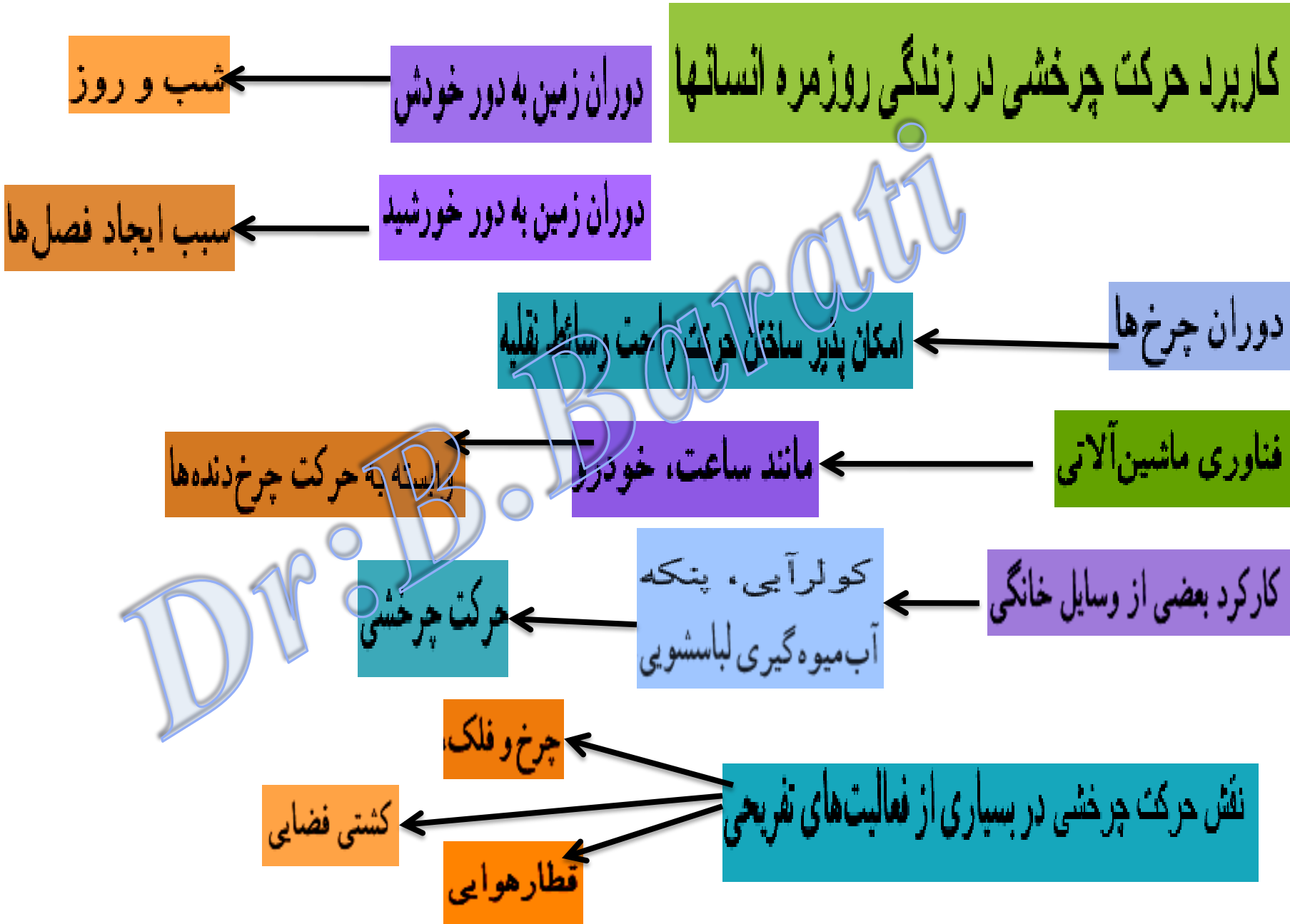
$$V_1 = 54\ {}^{km}/_{h} = 15m/s \Rightarrow p_1 = mV_1 = 1200 \times (-15) = -18 \times 10^3\ kg\,{}^{m}/_{s}$$

$$V_2 = 9\ {}^{km}/_{h} = 2.5m/s \Rightarrow p_2 = mV_2 = 1200 \times (2.5) = 3 \times 10^3\ kg\,{}^{m}/_{s}$$

$$I = \Delta P = 3 \times 10^3 - (-18 \times 10^3) = 2.1 \times 10^4 (N.S)$$

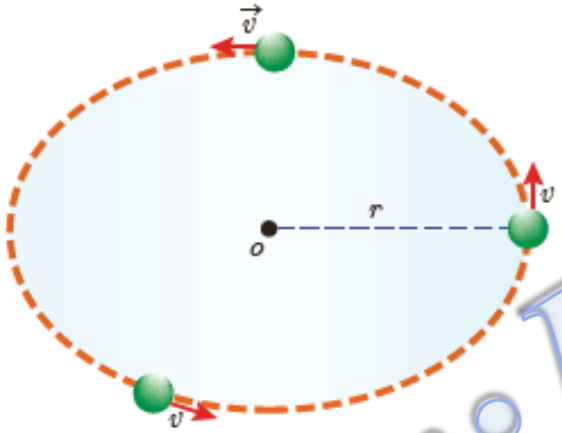
$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{2.1 \times 10^4}{0.15} \Rightarrow F_{av} = 1.4 \times 10^5 (N)$$

Dr.B.Barati


کاربرد حرکت چرخشی در زندگی روزمره انسانها
دوران زمین به دور خودش
شب و روز
دوران زمین به دور خورشید
سبب ایجاد فصل ها
دوران چرخ ها
امکان پذیر ساختن حرکت راحت وسائط نقلیه
فناوری ماشین آلاتی
مانند ساعت، خودرو
پاسخ به حرکت چرخ دنده ها
کارکرد بعضی از وسایل خانگی
کولرآبی، پنکه
آب میوه گیری لباسشویی
حرکت چرخشی
نقش حرکت چرخشی در بسیاری از فعالیت های تفریحی
چرخ و فلک
کشتی فضایی
قطار هوایی
Dr.B.Barati

حرکت بر مسیر دایره ای(حرکت چرخشی):

هر گاه متحرکی روی مسیر دایره ای به شعاع r با تندی ثابت و در خلاف عقربه های ساعت حرکت کند به این نوع حرکت، حرکت داره ای یکنواخت می گوییم.



نکته: در دایره ای یکنواخت اندازه سرعت ثابت ولی جهت سرعت عوض می شود پس یک شتاب جلب مرکزی ایجاد می شود

$$\left|\begin{array}{l} T=\dfrac{t}{n} \\ f=\dfrac{n}{t} \end{array}\right. \Rightarrow T=\frac{1}{f} \Rightarrow \omega=2\pi f \text{ یا } \omega=\frac{2\pi}{T}$$

$$T=\frac{2\pi r}{v}$$

تعریف دوره تناوب(T): زمان لازم برای یک دور چرخش کامل را دوره گویند.

تعریف بسامد(f) : تعداد دورهای متحرک در واحد زمان را بسامد گویند.

Dr.B.Barati

ex میل‌لنگ یک خودرو که قطر آن ۴/۰cm است در هر دقیقه ۲۴۰۰ دور می‌چرخد (۲۴۰۰rpm). تندی نقطه‌ای بر روی سطح لبهٔ این میل‌لنگ چقدر است؟

$$\text{زمان یک دور} = T = \frac{1\min}{2400} \times \frac{60s}{1\min} = \frac{1}{4}s = 0/025s$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2 \times 3/14(0/020m)}{0/025s} = 5/0m/s$$

اتومبیلی با سرعت 72km/h در حرکت است اگر قطر چرخ آن 1m باشد چرخ در هر دقیقه چند دور می زند؟ ($\pi=3$)

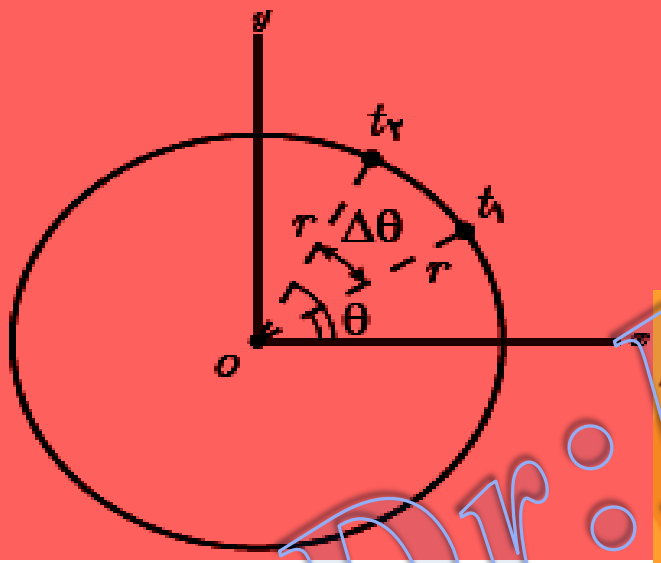
$$T = \frac{2\pi r}{V} = \frac{2 \times 3 \times 0.5}{20} = 0.15\,(s)$$

ثانیه	دور
0.15	1
60	N

$$\Rightarrow N = 400$$

Dr.B.Barati

مکان زاویه ای: هر گاه متحرکی روی مسیر دایره ای به شعاع r حرکت کند مکان متحرک در لحظه t_1، θ_1 و در لحظه t_2 ، θ_2 می باشد در این صورت جابجایی زاویه ای متحرک برابر: $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$



نکته: تغییرات قوس طی شده توسط متحرک برابر: $\Delta S = S_2 - S_1$

نکته: اگر جهت گردش متحرک پاد ساعتگرد باشد جابجایی زاویه ای و سرعت زاویه ای مثبت و اگر ساعتگرد باشد منفی هستند.

سرعت زاویه ی متوسط (ω_{av}): جابجایی زاویه ای به زمان جابجایی را سرعت زاویه ای متوسط گویند.

$$\omega_{av} = \frac{\Delta\theta(rad)}{\Delta t(s)} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1}$$

Dr: B.Barati

سرعت زاویه ای لحظه ای (ω) : سرعت زاویه ای در هر نقطه از مسیر حرکت یا در هر لحظه از حرکت را سرعت زاویه ای لحظه ای گویند

نکته :در حرکت دایره ای یکنواخت سرعت زاویه ای متوسط با سرعت زاویه ای لحظه ای در هر بازه زمانی برابر است

$$\omega = \omega_{av} \Rightarrow \omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

ex پرهٔ یک بالگرد با دورهٔ ۰/۰۲۰s می‌چرخد؛

الف) سرعت زاویه‌ای پره را بر حسب رادیان بر ثانیه به‌دست آورید.

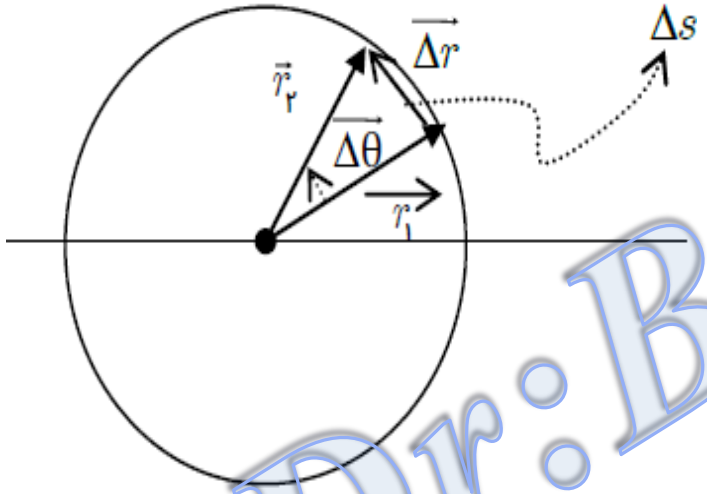
ب) اگر شعاع پره ۲/۰۰m باشد، نوک پره با چه تندی‌ای می‌چرخد؟

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\times 3/14\,\text{rad}}{0/020} = 314\,\text{rad/s}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{(2\times 3/14\,\text{rad})\times 2/00\,\text{m}}{0/020\,\text{s}} = 628\,\text{m/s}$$

Dr.B.Barati

exam نشان دهید در حرکت دایره‌ای یکنواخت بین تندی و سرعت زاویه‌ای رابطهٔ $v = r\omega$ برقرار است.



$$\Delta\theta \cong \frac{\Delta s}{r} \Rightarrow \Delta s = r\Delta\theta \Rightarrow \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{r\Delta\theta}{\Delta t}$$

در حالت حدی $\Delta s \cong \Delta r$

$$V = r\omega$$

Dr:B.Barati

exa یک دیسک‌گردان در شهربازی را درنظر بگیرید که توسط یک موتور الکتریکی قوی در هر دقیقه ۵/۰۰ دور می‌چرخد. فرض کنید افرادی در فاصله‌های ۲/۰m، ۴/۰m و ۶/۰m از مراکز آن قرار دارند. الف) دوره، بسامد و سرعت زاویه‌ای دیسک چقدر است؟

ب) تندی این افراد را در فاصله‌های مختلف بدست آورده و با هم مقایسه کنید.

$$f = ۵\frac{\text{دور}}{\text{min}} \times \frac{۱\text{min}}{۶۰\text{s}} = \frac{۱}{۱۲}\text{Hz} = ۰/۰۸۳۳\text{Hz} \Rightarrow T = \frac{۱}{f} = ۱۲/۰\text{Hz}$$

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲ \times ۳/۱۴\text{rad}}{۱۲/۰\text{s}} = ۰/۵۲۳\text{rad/s}$$

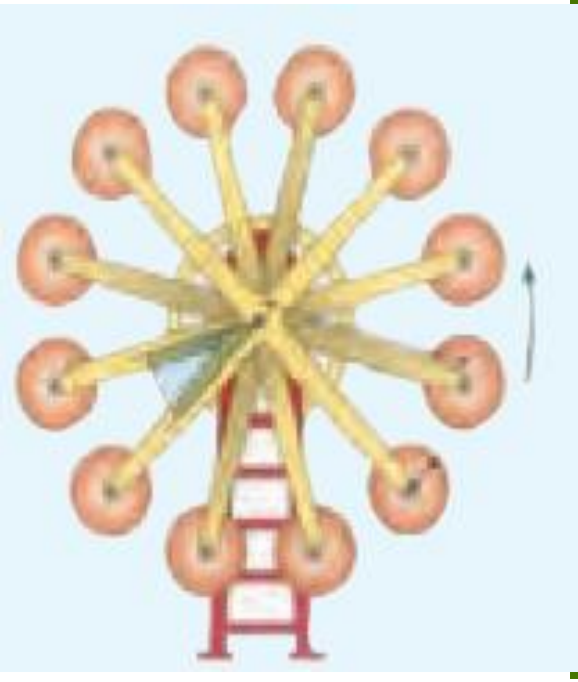
$$r_۱ = ۲/۰\text{m} \rightarrow v_۱ = r_۱\omega = ۲/۰\text{m} \times ۰/۵۲۳\text{rad/s} = ۱/۴۲\text{m/s}$$

$$r_۲ = ۴/۰\text{m} \rightarrow v_۲ = r_۲\omega = ۴/۰\text{m} \times ۰/۵۲۳\text{rad/s} = ۲/۰۹\text{m/s}$$

$$r_۳ = ۶/۰\text{m} \rightarrow v_۳ = r_۳\omega = ۶/۰\text{m} \times ۰/۵۲۳\text{rad/s} = ۳/۱۴\text{m/s}$$

نتیجه می گیریم که هرچه از مرکز دیسک دور می‌شویم، تندی حرکت بیشتر می‌شود در حالی که سرعت زاویه‌ای ثابت است.

Dr.B.Barati



یک چرخ و فلک همانند شکل روبه‌رو با سرعت زاویه‌ای ثابت ۱/۵ rad/s می‌چرخد.

الف) تندی سرنشینان آن چقدر است؟

ب) در مدت ۲/۰ s جابه‌جایی زاویه‌ای سرنشینان چقدر است؟

پ) در مدت ۲/۰ s سرنشینان چه مسافتی را طی می‌کنند؟ ($r = 8/0\ m$).

Dr:B.Barati

$$V = r\omega \Rightarrow V = 8 \times 1.5 \Rightarrow V = 12\ \frac{m}{s}$$

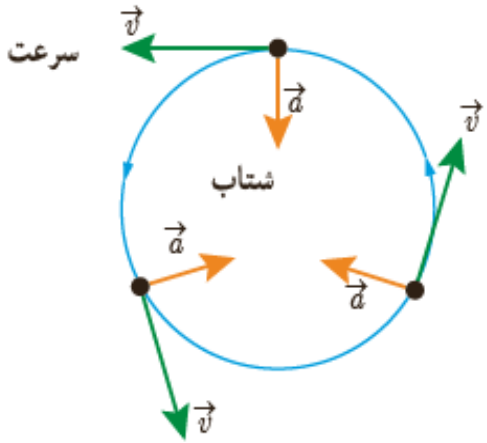
$$T = \frac{2\pi r}{V} = \frac{2\times 3\times 8}{12} = 4\ (s)$$

$$\Delta t = 2\ s \Rightarrow \Delta\theta = \pi(rad)$$

$$T = 4\ s \Rightarrow \Delta\theta = 2\pi(rad)$$

$$\Delta S = r\Delta\theta \Rightarrow \Delta S = 8\pi(m)$$

شتاب جانب مرکز(a_r): در حرکت دایره ای یکنواخت اندازه سرعت ثابت می باشد اما به دلیل تغییر جهت سرعت ، حرکت شتابدار ایجاد می شود و شتاب ایجاد شده به سمت مرکز دایره است که با آن شتاب مرکز گرا می گویند و رابطه آن برابر با:



$$a_r = R\omega^2 \quad \text{یا} \quad a_r = \frac{v^2}{R}$$

exa خودرویی در یک میدان به شعاع ۱۰۰m با تندی $36/0\frac{km}{h}$ در حال دورزدن است. سرعت زاویه‌ای و شتاب مرکزگرای خودرو را محاسبه کنید.

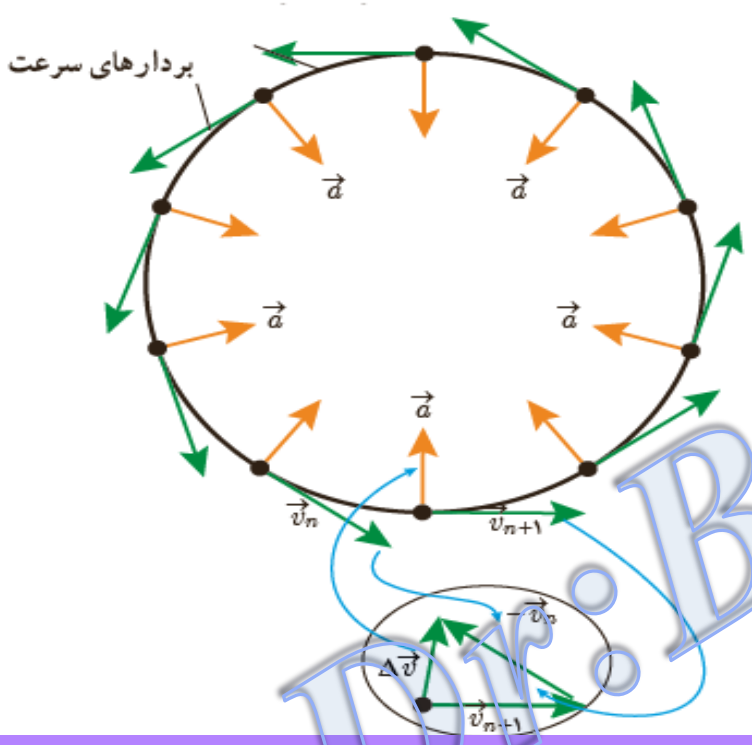
$$V = 36\frac{km}{h} = 10\frac{m}{s}$$

$$V = r\omega \Rightarrow 10 = 100\omega \Rightarrow \omega = 0.1 rad/s$$

$$a_r = \frac{v^2}{r} = \frac{(10)^2}{100} = 1(^m/_{s^2})$$

Dr.B.Barati

نشان دهید در حرکت دایره‌ای یکنواخت شتاب مرکزگرا از رابطهٔ $a = r\omega^2$ نیز به‌دست می‌آید.



Dr.B.Barati

نکته: سرعت زاویه ای تمام نقاط واقع بر سطح یک کره یکسان است اما سرعت خطی متفاوت است.

نکته: شعاع چرخش و سرعت خطی نقاط واقع در عرض جغرافیایی α از رابطه های زیر محاسبه می شوند.

$r = R_e \cos\alpha$ یا $V = (R_e \cos\alpha)\omega$

exa شهر آبادان در مدار جغرافیایی 30° شمالی قرار دارد. سرعت زاویه‌ای، سرعت خطی و شتاب مرکزگرای ناشی از حرکت دورانی زمین به دور خودش را برای شخصی که در این شهر زندگی می‌کند، محاسبه کنید. شعاع زمین را $R_e = 6/400 \times 10^3\ km$ بگیرید.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \times 3.14}{86400} \cong 7.27 \times 10^{-5}\ rad/s$$

$$r = R_e \cos\theta = 6.4 \times 10^6 \times 0.866 \cong 5.54 \times 10^6 (m)$$

$$V = r\omega = 5.54 \times 10^6 \times 7.27 \times 10^{-5} \cong 402.8 \left(\frac{m}{s}\right)$$

$$a_r = \frac{v^2}{r} = \frac{(402.8)^2}{5.54 \times 10^6} \cong 0.03 \left(m/s^2\right)$$

Dr.B.Barati

ذره ای در هردقیقه 12 دور محیط دایره ای به بزرگی 24 m را با سرعت زاویه ای ثابت طی می کند اندازه شتاب مرکزگرای ذره چقد است (π=3)

الف) 4.8 ب) 3.24 ج) 5.76 د) 1.2

دور	ثانیه
12	60
1	T

$$T = 5(s)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\times 3}{5} = 1.2 rad/s$$

$$V = \frac{2\pi r}{T} = \frac{24}{5} = 4.8(m/s)$$

$$a_r = V\omega = 4.8 \times 1.2 = 5.76\left(\frac{m}{s^2}\right)$$

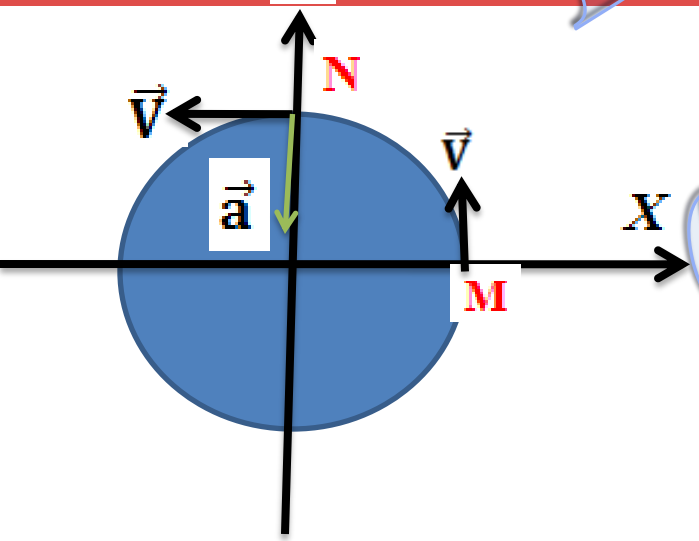
Dr.B.Barati

متحرکی روی دایره ای به شعاع 10(m) و به مرکز مختصات M(0,0) به صورت یکنواخت می گردد.اگر در لحظه t=0 سرعت آن $\vec{V}=2\pi\hat{j}$ با شد در لحظه $t=\frac{1}{2}s$ شتاب آن کدام است؟(یکا همه اصلی هستند)

الف) $\frac{-2\pi^2}{5}\hat{i}$ ب) $\frac{2\pi^2}{5}\hat{i}$ ج) $\frac{2\pi^2}{5}\hat{j}$ د) $\frac{-2\pi^2}{5}\hat{j}$

$$T=\frac{2\pi r}{V}=\frac{2\times3\times10}{2\pi}=10s$$

$$t'=2.5\,s \Rightarrow \Delta\theta=\frac{\pi}{2}\,rad$$



$$\omega=\frac{\pi}{5}\ rad/s$$

$$\vec{a_r}=-r\omega^2\hat{j}=-10\left(\frac{\pi}{5}\right)^2\hat{j}=-\frac{2\pi^2}{5}\hat{j}\left(\frac{m}{s^2}\right)$$

Dr:B.Barati
09163014685

مثال:اگر مکان زاویه ای متحرکی بصورت $\theta = \frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{6}$ باشد به ازای $r=10(m)$ شتاب متوسط ثانیه اول را بیابید؟

$$\Delta\theta = \frac{\pi}{2} \Longrightarrow \omega = \frac{\pi}{2}$$

$$V = r\omega \Rightarrow V = 10 \times \frac{\pi}{2} = 5\pi\left(\frac{m}{s}\right)$$

$$a_{av} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{2V\sin\frac{\theta}{2}}{\Delta t} = \frac{2 \times 5\pi\sin\frac{\frac{\pi}{2}}{2}}{1} = 5\pi\sqrt{2}\left(m/s^2\right)$$

Dr.B.Barati

exam ذره‌ای به جرم ۲ kg روی دایره‌ای به شعاع ۵ m حرکت دایره‌ای یکنواخت انجام می‌دهد. اگر معادله مکان‌زاویه‌ای- زمان حرکت آن در SI بصورت $\theta = \frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{3}$ باشد؛ اندازه تغییر تکانه آن در ثانیه اول حرکتش چند $\frac{kg.m}{s}$ است؟

۱) صفر

۲) $\frac{5\pi}{3}$

۳) $\frac{5\pi\sqrt{3}}{3}$

۴) $\frac{10\pi}{3}$

$$\theta = \frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{3} \Rightarrow \Delta\theta = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \omega\left(\frac{rad}{s}\right) = \frac{\pi}{3}$$

$$V = r\omega \Rightarrow V = 5 \times \frac{\pi}{3} = 5\frac{\pi}{3}\left(\frac{m}{s}\right)$$

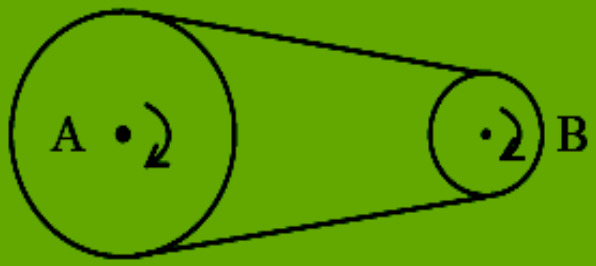
$$\Delta V = 2V\sin\frac{\Delta\theta}{2} = 2 \times \frac{5\pi}{3}\sin\frac{\frac{\pi}{3}}{2} = \frac{5\pi}{3}\left(m/s\right)$$

$$\Delta p = m\Delta V = 2 \times \frac{5\pi}{3} = \frac{10\pi}{3}\left(\frac{kgm}{s}\right)$$

Dr.B.Barati

test در شکل مقابل دو چرخ A و B با یک تسمه به هم متصلند. اگر چرخ A بدون لغزش بچرخد، چرخ B نیز تسمه بدون لغزش می‌چرخد.

اگر شعاع چرخ A، ۲ برابر باشد، نسبت‌های $\frac{\omega_A}{\omega_B}$ و $\frac{v_A}{v_B}$ به ترتیب چند است؟



۱) ۱ و $\frac{1}{2}$

۲) ۱ و ۲

۳) $\frac{1}{2}$ و ۱

۴) ۲ و ۱

وقتی چرخ A یک دور می‌زند چرخ B دو دور میزند

$$f_B = 2f_A \Rightarrow \frac{\omega_A}{\omega_B} = \frac{2\pi f_A}{2\pi f_B} \Rightarrow \frac{\omega_A}{\omega_B} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{V_A}{V_B} = \frac{r_A\omega_A}{r_B\omega_B} \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \frac{2r_B \times \omega_A}{r_B \times 2\omega_A} \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = 1$$

Dr.B.Barati

test حول دایره‌ای افقی، متحرکی با حرکت دایره‌ای یکنواخت دوران می‌کند. اگر در لحظه‌های t_1 و t_2 به‌ترتیب بردار سرعت

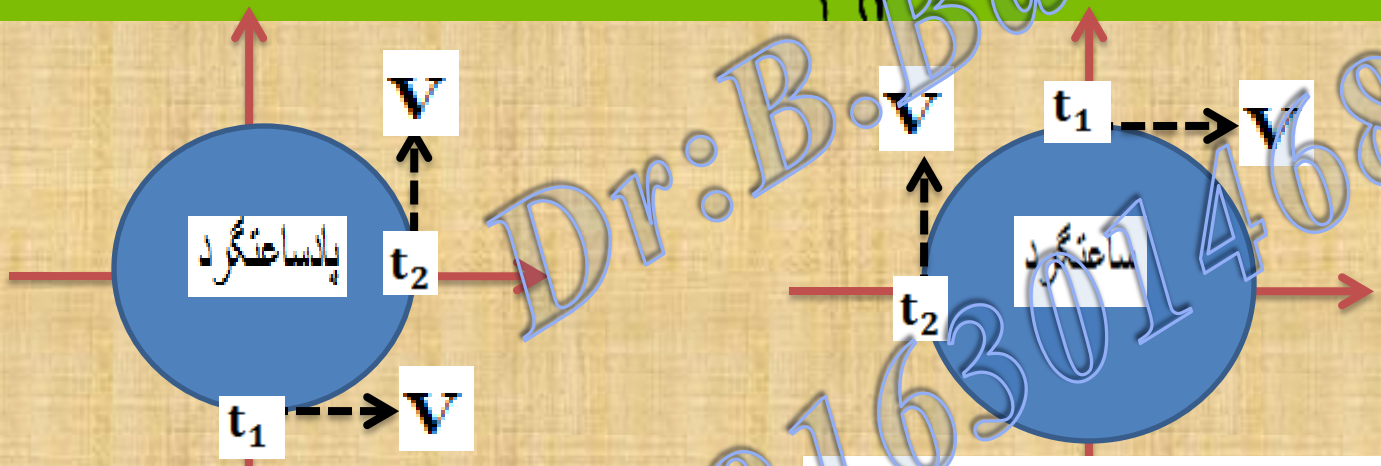
متحرک برای اولین‌بار به‌طرف شرق و شمال باشد، بیش‌ترین سرعت خطی ممکن برای این متحرک چند برابر کمترین سرعت

خطی ممکن برای آن است؟ $(t_2 > t_1)$

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) ۴

با توجه به صورت مسئله دو مسیر باید انتخاب کرد



$$\Delta\theta_{min} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \omega_{min} = \frac{\pi}{2}(rad)$$

$$\Delta\theta_{max} = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \omega_{max} = \frac{3\pi}{2}(rad)$$

$$\frac{V_{max}}{V_{min}} = \frac{r\omega_{max}}{r\omega_{min}} \Rightarrow \frac{V_{max}}{V_{min}} = 3$$

Dr:B.Barati 09163014685

تعریف نیروی جانب مرکز (F_R): نیرویی است با اندازه ثابت که به جسم وارد می شود و جسم را وادار می کند تا روی یک مسیر دایراه ای شکل با سرعتی که اندازه آن ثابت است، بچرخد، این نیرو در امتداد شعاع دوران و جهت آن متوجه مرکز دایره است و طبق قانون دوم نیوتن بدست می آید.

$$F_r = ma_r$$

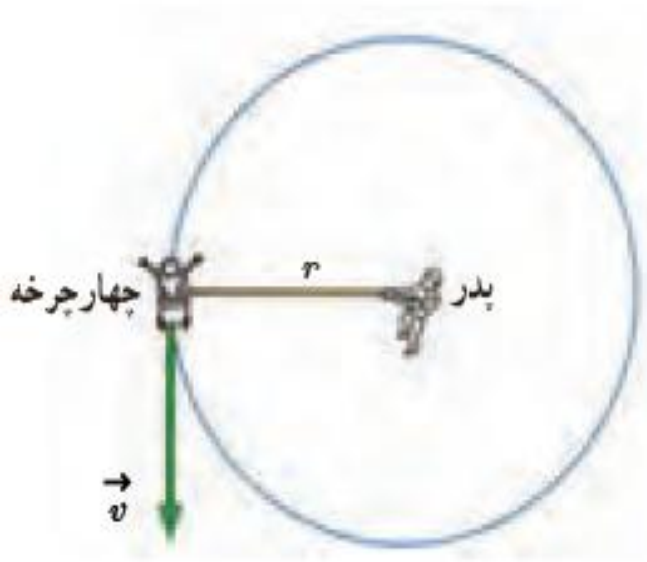
$$F_R = mR\omega^2$$

$$F_r = \frac{mV^2}{R}$$

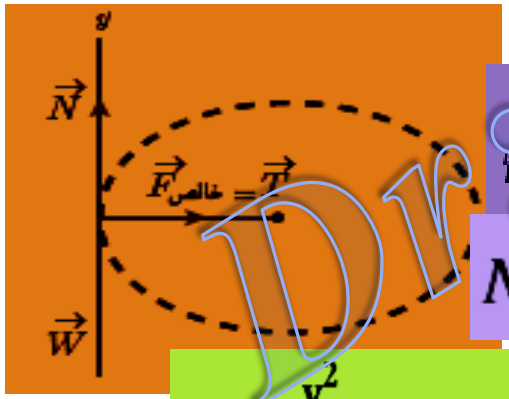
توجه: نیروی مرکزگرا نوع جدیدی از نیرو نیست، بلکه صرفاً نامی است که به هر نیرویی، چون کشش نخ، گرانشی، الکتریکی و یا هر نیروی دیگری داده می‌شود که جهت آن به طرف یک مرکز ثابت باشد. در حرکت دایره‌ای یکنواخت این نیرو بر مسیر جسم متحرک عمود خواهد بود.

Dr.B.Barati

exa پدری فرزند ۲۰ کیلوگرمی خود را در یک چهارچرخه ایمن ۵/۰ کیلوگرمی قرار می‌دهد و با یک طناب ۲/۰ متری متصل به چهارچرخ ، طناب را به موازات سطح زمین جوری می‌کشد تا چهارچرخه رو دایره‌ای به شعاع طناب (۲/۰m) حرکت کند. با فرض یکنواخت بودن حرکت چهارچرخه و صرف‌نظر کردن از اصطکاک و اینک نیروی کشش طناب ۱۰۰N است، تندی، سرعت زاویه‌ای و بسام چهارچرخه را به‌دست آورید.



بچه و چهارچرخه را به‌صورت یک ذره فرض می کنیم



$m = 20kg, r = 2/0m, F = T = 100N$

$N = W$ همدیگررا خنثی می کنند

$$F_r = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow 100 = \frac{25 \times v^2}{2} \Rightarrow V = 2\sqrt{2}(m/s)$$

$$V = r\omega \Rightarrow 2\sqrt{2} = 2\omega \Rightarrow \omega = \sqrt{2}(\frac{rad}{s})$$

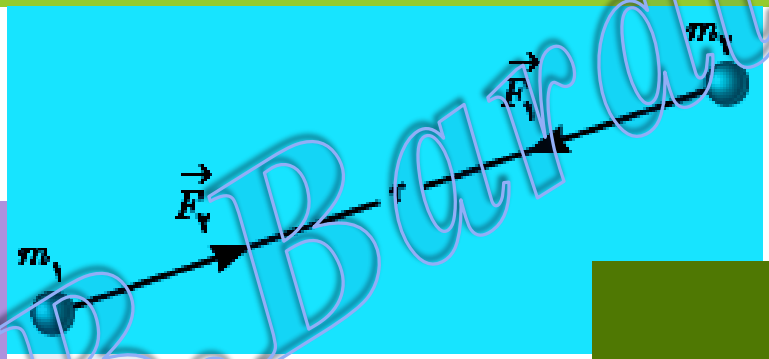
$$\omega = 2\pi f \Rightarrow \sqrt{2} = 2\pi f \Rightarrow f = 0.22Hz$$

Dr.B.Barati

نیروی گرانشی

نیروی گرانشی میان دو ذره با حاصل ضرب جرم دو ذره نسبت مستقیم و با مربع فاصلهٔ آنها از یکدیگر نسبت وارون دارد.

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$



$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 \Rightarrow F_1 = F_2 = F$$

رابطه بین شتاب جاذبه با شعاع و جرم زمین:

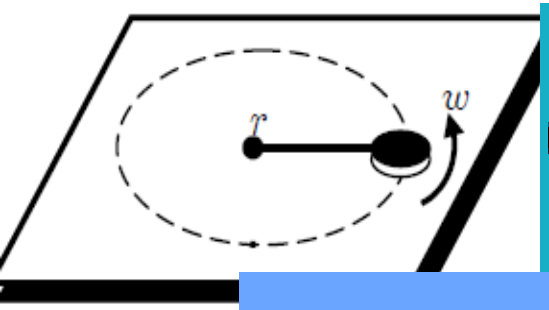
$$F_G = \frac{GmM_e}{R_e^2}$$

$$g = G\frac{M_e}{R_e^2}$$

$$F = mg$$

Dr.B.Barati

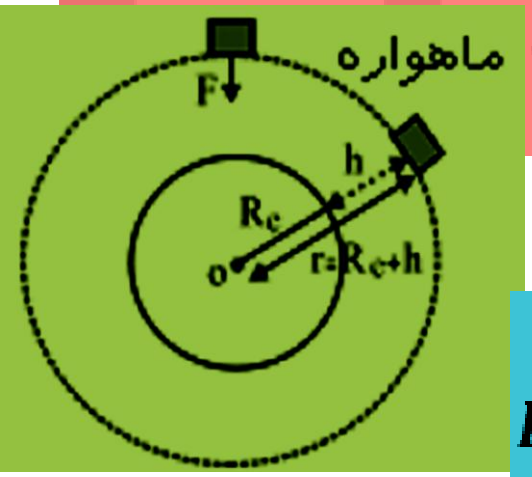
کاربرد نیروی جانب مرکز :



الف)پیچ افقی:بیشترین سرعتی که اتومبیلی می تواند داشته باشد تا از پیچی خارج نشود هنگامی است که نیروی اصطکاک بیشترین مقدار راداشته باشد

$$f_{s_{max}} = F_r \Rightarrow \mu_s mg = \frac{mV^2}{r} \Rightarrow V = \sqrt{\mu_s rg}$$

ب) حرکت ماهواره: برای آنکه ماهواره بتواند حرکت دایره ای انجام دهد یک نیروی جانب مرکزی را لازم دارد که از طریق گرانش زمین روی ماهواره فراهم می شود.



$$r = R_e + h$$

$$F_G = F_R \Rightarrow \frac{GM_e m}{r^2} = \frac{mV^2}{r}$$

$$V = \sqrt{\frac{GM_e}{r}}$$

Dr:B:Barati
09163014685

نشان دهید مربع دورهٔ گردش ماهواره‌ها به دور زمین متناسب با مکعب فاصلهٔ ماهواره از مرکز زمین است.

$$\begin{cases} V = \sqrt{\dfrac{GM_e}{r}} \\ V = \dfrac{2\pi r}{T} \end{cases}$$

$$v^2 = \frac{GM_e}{r}$$

$$v^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$$

$$\frac{GM_e}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$$

$$T^2 GM_e = 4\pi^2 r^3$$

$$T^2 \propto r^3$$

Dr:B.Barati

example وزنه‌ای به جرم ۲/۵ kg به انتهای فنری به ثابت ۵۰ N/m بسته شده است و روی سطح افقی بدون اصطکاکی به دور سر دیگر فنر در هر دقیقه ۱۰ دور می‌زند. اگر در حین گردش وزنه، طول فنر، ۸۰ cm باشد، طول عادی فنر چند سانتی متر است؟ ($\pi = 3$)

۱) ۶۸ ۲) ۷۸ ۳) ۷۲ ۴) ۷۶

ثانیه	دور
60	10
T	1

$$T = 6(s)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\times 3}{6} = 1 rad/s$$

$$F_r = m r \omega^2$$

$$F_r = k\Delta l$$

$$mr\omega^2 = k\Delta l \Rightarrow 2.5 \times 0.8 \times 1 = 50(0.8 - l_0)$$

$$l_0 = 76(cm)$$

Dr.B.Barati

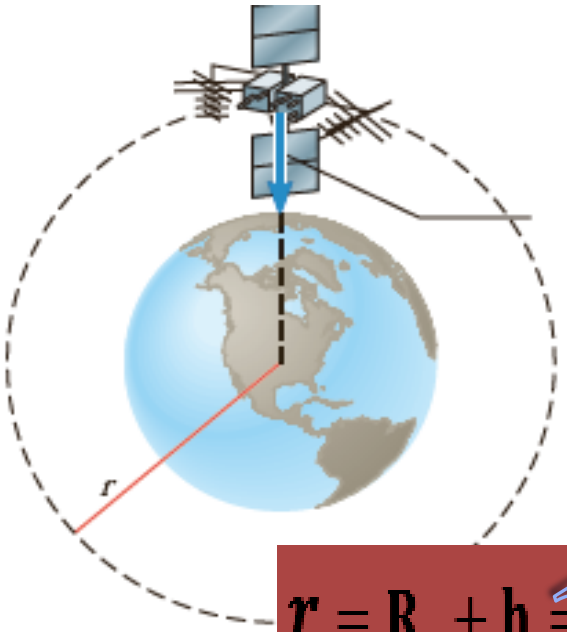
exa ماهواره‌ای در اثر نیروی گرانشی بین زمین و ماهواره، روی مدار تقریباً دایره‌ای به دور زمین می‌چرخد. اگر جرم ماهواره ۲۰۰/۰ kg و فاصلهٔ ماهواره از سطح زمین ۲۶۰۰ km باشد، کمیت‌های زیر را محاسبه کنید :

الف) نیروی گرانشی بین ماهواره و زمین

ب) اندازهٔ سرعت مداری ماهواره (تندی ماهواره)

پ) دورهٔ گردش ماهواره ($G = 6/7 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}$ ، $M_e = 5/98 \times 10^{24} kg$

(شعاع زمین = $R_e = 6400 km$



$$r = R_e + h = 6400km + 2600km = 9 \times 10^6 (m)$$

$$F_G = \frac{GmM_e}{r^2} = \frac{6.7\times10^{-11}\times200\times5.98\times10^{24}}{(9\times10^6)^2} = 989(N)$$

$$F_r = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow 989 = \frac{200 \times v^2}{9 \times 10^6} \Rightarrow V \cong 6.7 \times 10^3 (m/s)$$

$$T = \frac{2\pi r}{V} = \frac{2 \times 3.14 \times 9 \times 10^6}{6.7 \times 10^3} \cong 8.43 \times 10^3 s = 2.34h$$

Dr.B.Barati

مثال: دو ماهواره به جرم های m و $3m$ و در مدارهای دایره ای به شعاع r و $\frac{r}{9}$ ، اول به دور کره ی زمین و دومی دور کره ماه می چرخند. در صورتی که جرم کره ی زمین تقریباً ۸۱ برابر جرم ماه باشد سرعت حرکت ماهواره ای اول چند برابر سرعت حرکت ماهواره دوم است؟

الف) ۹ ب) $\frac{1}{9}$ ج) ۳ د) $\frac{1}{3}$

$$V = \sqrt{\frac{GM}{r}} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\left(\frac{M_1}{M_2}\right)\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \xrightarrow{M_1 = 81 M_2}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{(81)\left(\frac{1}{9}\right)} = 3$$

Dr:B.Barati

ماهواره‌های A و B به دور زمین می‌چرخند. جرم ماهواره‌ی A، $\frac{5}{4}$ جرم ماهواره‌ی B است. اگر بزرگی تکانه‌ی دو ماهواره با هم برابر باشد، شعاع مدار ماهواره‌ی B چند برابر شعاع مدار ماهواره‌ی A است؟

۱) ۲۰ ۲) ۸۰ ۳) $\frac{۴}{۵}$ ۴) $\frac{۱۶}{۲۵}$

تکانه ماهواره

$$P = m\sqrt{\frac{GM_e}{r}}$$

$$\frac{p_A}{p_B} = \frac{m_A}{m_B}\sqrt{\frac{r_B}{r_A}}$$

$$\frac{p_A}{p_B} = \frac{\frac{5}{4}m_B}{m_B}\sqrt{\frac{r_B}{r_A}} \Rightarrow \frac{r_B}{r_A} = \frac{16}{25}$$

Dr.B.Barati