



مجموعه اعداد صحیح

به اجتماع مجموعه اعداد طبیعی، قرینه اعداد طبیعی و عدد صفر مجموعه اعداد صحیح (عدد های علامت دار) گفته میشود. این مجموعه را با حرف Z نشان می دهند.

$$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

نکته ۱: در این مجموعه اعداد کسری و اعشاری جایی ندارد.

نکته ۲: در مجموعه اعداد صحیح کوچکترین و بزرگترین عضو نا مشخص می باشد.

❖ به عنوان مثال :

در مجموعه اعداد صحیح مثبت $\{1, 2, 3, \dots\}$ ، بزرگترین عضو نا مشخص است و کوچکترین عضو آن عدد (۱) است.

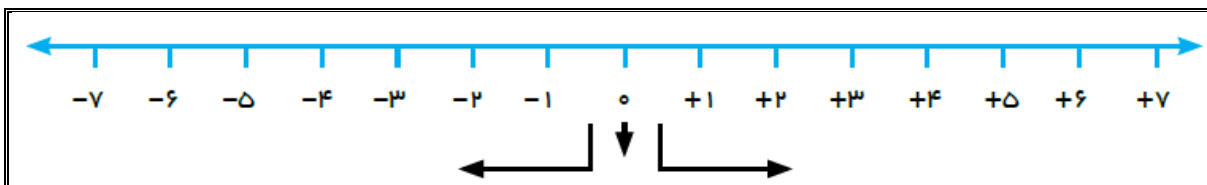
یا در مجموعه اعداد صحیح منفی $\{\dots, -3, -2, -1\}$ ، کوچکترین عضو نا مشخص است و بزرگترین عضو عدد (-۱) است.

نکته ۳: دقت کنید که عدد صفر نه مثبت است و نه منفی.

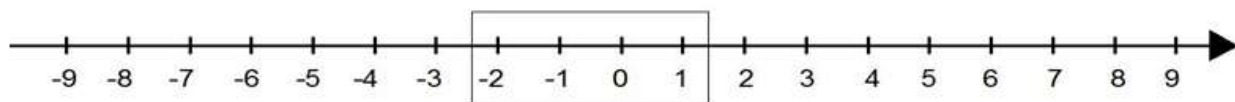
نکته ۴: برای قرینه یک عدد کافیست آن عدد را در یک -۱ ضرب کنیم تا قرینه آن بدست آید.

مثال قرینه عدد ۲۲ عدد ۲۲- است و قرینه عدد ۵- عدد ۵ است، چون $-(-۵) = ۵$

نکته ۵ : محور مجموعه اعداد صحیح به صورت مقابل می باشد :



مثال مجموعه اعداد صحیح بین ۳- و ۲ را روی محور نشان دهید؟



➤ وقتی در سوال می گوید بین دو عدد صحیح، یعنی خود آن دو عدد به حساب نمی آیند.

در اینصورت مجموعه اعداد صحیح بین ۳- و ۲ برابر است با : $\{-۲, -۱, ۰, ۱\}$

جمع عددهای صحیح

نکته مهم: از این پس در جمع و تفریق اعداد صحیح مختصرنویسی می کنیم، یعنی پرانتزها را نمی نویسیم و علامت های + را هم، تا حد امکان نمی گذاریم.

مثال $(+۱۲) + (-۱۰) = ۱۲ - ۱۰$

نوع اول: گاهی با برداشتن پرانتز و یا جابجایی دو عدد، مجموع به جمع یا تفریق عددهای طبیعی تبدیل می شود. در این موارد حاصل به سادگی بدست می آید.

مثال حاصل جمع های روبرو را بدست آورید؟

$(+۱۳) + (-۴) = ۱۳ - ۴ = ۹$

$(-۴) + (+۶) = -۴ + ۶ = ۶ - ۴ = ۲$

ریاضی پایه هشتم.....آموزشگاه های هدف / راه رشد..... مدرس : مهندس حسین صفایی خواه

نوع دوم: هرگاه با برداشتن پرانتز جمع یا تفریق عادی بدست نیاید، از قرینه یابی استفاده می کنیم.

حاصل جمع های روبرو را بدست آورید؟

$$(-13) + (-4) = -(13 + 4) = -17$$

$$(-4) + (+1) = -(4 - 1) = -3$$

✓ نکته : برای جمع دو عدد منفی کافیسست، دو عدد را با هم جمع کنیم و علامت منفی را پشت عدد مجموع بگذاریم.

✓ نکته: برای جمع دو عدد که یکی منفی و دیگری مثبت است کافیسست، علامت عددی که بزرگتر است را بگذاریم و سپس عدد کوچک را از بزرگ کم کنیم.

تفریق عددهای صحیح

تفریق عدد b از a را می توان به این صورت بیان کرد که قرینه b را با a جمع کنیم. به این کار تبدیل تفریق به جمع نیز گفته می شود.

$$a - b = a + (-b)$$

نحوه مختصر کردن عبارت های تفریق: پرانتزها را برداشته، عدد اول را با علامتش می گذاریم و عدد دوم را قرینه می کنیم.

مثال حاصل عبارت های زیر را بدست آورید؟

$$(-13) - (-4) = -13 + 4 = 7$$

$$(-4) - (+1) = -4 - 1 = -5$$

$$(+3) - (-4) = 3 + 4 = 7$$

✓ برای جمع و تفریق چند عدد صحیح می توان اعداد منفی را با هم و اعداد مثبت را با هم جمع کنیم.
✓ اگر در عبارتی پرانتز وجود داشته باشد ابتدا باید عمل داخل پرانتز را انجام داد.

اعداد طبیعی

در دوران ابتدایی با اعداد ۱، ۲، ۳، ... آشنا شده‌اید. به این اعداد مجموعه اعداد طبیعی می‌گویند و این مجموعه را با N نمایش می‌دهند. این اعداد را به صورت یک مجموعه به شکل زیر نمایش می‌دهند:

$$N = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

- ✓ نکته: کوچکترین عدد طبیعی «یک» است.
- ✓ نکته: بزرگترین عدد طبیعی را نمی‌توان مشخص کرد، زیرا هر چقدر عدد بزرگی را تصور کنیم، باز هم عدد طبیعی بزرگتر از آن عدد وجود دارد.

✓ نکته: علامت \in به معنی عضو بودن و علامت \notin به معنی عضو نبودن است.

مثال: معنی عبارت $23 \in N$ این است که: عدد ۲۳ عضو مجموعه اعداد طبیعی است و عبارت $2 \notin N$ یعنی عدد ۲ - عضو مجموعه اعداد طبیعی نیست.

مثال:

$$\frac{1}{4} \notin N \quad 0 \notin N \quad -2 \notin N \quad 126 \in N \quad 1356734 \in N$$

❖ تمرین در کلاس

(۱) حاصل عبارت های زیر را بدست آورید.

$$\begin{array}{cccc} 15 - 8 = & -7 + 16 = & 12 - 10 = & -67 - 10 = \\ 87 - 12 = & -3 + 9 = & -15 - 12 + 20 = & 12 + 23 - 40 = \\ -15 - 5 = & -6 + (16) = & -12 - (-10) = & -67 + (-14) = \end{array}$$

(۲) حاصل عبارت های زیر را بدست آورید.

$$\begin{aligned} -5 + 3 - 2 &= \\ (-17 - 11) + 14 &= \\ -17 - (+18) &= \\ -7 - (-4) + 13 &= \\ -(-5) - 6 &= \\ -7 - 65 + 42 &= \\ -12 - (-3 + 8) &= \\ 12 + (-3 - 9 - 4) &= \end{aligned}$$

(۳) درستی یا نادرستی عبارت های زیر مشخص کنید.

$$-3 \in \mathbb{Z} \quad -2 \notin \mathbb{N} \quad -(-5) \in \mathbb{N} \quad 2/3 \in \mathbb{Z} \quad \frac{-4}{-2} \in \mathbb{N}$$

مجموعه اعداد گویا

➤ کسرهایی به شکل $\frac{2}{5}, \frac{-7}{3}, \frac{11}{-13}$ همگی اعدادی گویا هستند. به طور کلی اعداد گویا به شکل زیر تعریف می شوند:

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

نکته: تمامی اعداد طبیعی، صحیح و اعداد اعشاری جزء اعداد گویا هستند.

$$-0.25 = -\frac{25}{100}$$

$$5 = \frac{5}{1}$$

$$-8/345 = \frac{-8345}{1000}$$

نکته: در کسرها فرق نمی کند که علامت منفی در صورت باشد یا در مخرج و یا اینکه پشت کسر باشد.

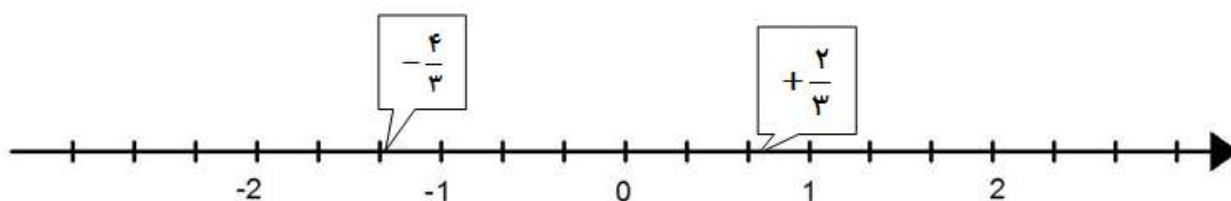
$$\frac{-4}{5} = \frac{4}{-5} = -\frac{4}{5}$$

نکته: اعداد طبیعی زیر مجموعه اعداد صحیح و اعداد صحیح زیر مجموعه اعداد گویا است.

➤ اعداد گنگ یا اصم : اعدادی به صورت $\pm\sqrt{a}$ را اعداد گنگ یا اصم می گویند. مانند $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \dots$

نمایش اعداد گویا روی محور

هر عدد گویا را می توان با نقطه های روی محور و یا با یک بردار مشخص کرد.



تساوی کسرها

کسر $\frac{a}{b}$ را در نظر بگیرید. (در این کسر اعداد a و b ، هر دو یا یکی از آنها می توانند منفی باشند). اگر صورت و مخرج این کسر را در یک عدد طبیعی غیر صفر ضرب کنیم و یا در صورت امکان بر یک عدد طبیعی غیر صفر تقسیم کنیم، کسرهای حاصل می شوند که این کسرها مساوی هستند.

مثال: کسر $\frac{2}{3}$ را در نظر بگیرید. اگر صورت و مخرج این کسر را در عدد ۲ ضرب کنیم خواهیم داشت:

$$\frac{2 \times (2)}{3 \times (2)} = \frac{4}{6}$$

پس کسر $\frac{2}{3}$ با کسر $\frac{4}{6}$ مساوی است.

مثال: با توجه به تساوی $\frac{-2}{5} = \frac{-4}{10}$ سه کسر دیگر را ادامه دهید.

حل: $\frac{-2}{5} = \frac{-4}{10} = \frac{-6}{15} = \frac{-8}{20} = \frac{-10}{25}$

جمع و تفریق اعداد گویا

حالت اول: مخرج کسر ها برابر باشد. در این حالت بعد از برداشتن پرانتزها و مختصرنویسی، مانند اعداد صحیح و طبیعی جمع و تفریق انجام می دهیم.

$$\left(\frac{-2}{3}\right) + \left(\frac{4}{3}\right) = \frac{-2}{3} + \frac{4}{3} = \frac{2}{3} \quad \text{مثال:}$$

حالت دوم: مخرج کسر ها برابر نباشد. در این حالت با مخرج مشترک گرفتن، مخرج کسر ها را مساوی می کنیم و سپس اقدام به جمع و تفریق می کنیم.

$$\frac{5}{3} + \frac{6}{7} = \frac{35}{21} + \frac{18}{21} = \frac{53}{21} \quad \text{مثال:}$$

$$.5 + .8 = \frac{5}{10} + \frac{8}{10} = \frac{13}{10} = .13$$

$$-2/3 - 1/2 = \frac{-23}{10} - \frac{12}{10} = \frac{-35}{10} = -3/5 \quad \text{مثال:}$$

$$24 - 10/4 = 13/6$$

$$-17/35 + 5 = -12/35$$

ضرب و تقسیم اعداد گویا

الف- ضرب: برای ضرب دو عدد گویا ابتدا علامت ها را در هم ضرب می کنیم، سپس صورت دو کسر را در هم و مخرج های دو کسر را هم در یکدیگر ضرب می کنیم.

✓ نکته: اگر یک عدد منفی در یک عدد منفی ضرب شود حاصل یک عدد مثبت است.

✓ نکته: اگر یک عدد منفی در یک عدد مثبت ضرب شود حاصل یک عدد منفی است و برعکس.

✓ نکته: اگر یک عدد مثبت در یک عدد مثبت ضرب شود حاصل یک عدد مثبت است.

$$-\frac{5}{3} \times \frac{6}{7} = -\frac{30}{21}$$

مثال:

ریاضی پایه هشتم.....آموزشگاه های هدف / راه رشد..... مدرس : مهندس حسین صفایی خواه

ب- تقسیم: برای تقسیم دو عدد گویا بر هم، عدد اول را در معکوس عدد دوم ضرب می کنیم. البته می توانیم علامت حاصل را ابتدا مشخص کنیم.

✓ نکته: اگر یک عدد منفی را بر یک عدد منفی تقسیم کنیم حاصل یک عدد مثبت است.
 ✓ نکته: اگر یک عدد منفی را بر یک عدد مثبت تقسیم کنیم حاصل یک عدد مثبت است و برعکس.
 ✓ نکته: اگر یک عدد مثبت را بر یک عدد مثبت تقسیم کنیم حاصل یک عدد مثبت است.
 ✓ نکته: معکوس کسر $\frac{a}{b}$ برابر است با کسر $\frac{b}{a}$. معکوس عدد a برابر است با $\frac{1}{a}$. به زبان ساده معکوس کردن یک عدد یعنی، جای صورت را با مخرج عوض کنیم.

$$-\frac{5}{3} \div \frac{6}{7} = -\frac{5}{3} \times \frac{7}{6} = -\frac{35}{18} \quad \text{مثال :}$$

نکته: در محاسبات ریاضی هتماً باید الویت های زیر به ترتیب انجام شوند.
 ۱. پرانتز ۲. توان و جذر ۳. ضرب و تقسیم (از چپ و راست) ۴. جمع و تفریق
 نکته: برای هر دو کسر مساوی رابطه روبرو (طرفین وسطین) برقرار است: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow ad = cb$
 نکته: هر کسری که صورتش صفر باشد به شرط آنکه مخرجش صفر نباشد، برابر صفر است. (مخرج کسر نمی تواند صفر باشد)

❖ تمرین در کلاس

۱) حاصل جمع و تفریق های زیر را انجام دهید.

$$-\frac{3}{8} + \frac{2}{8} =$$

$$-\frac{3}{7} + \frac{8}{7} =$$

$$\frac{12}{13} + \frac{-21}{13} =$$

$$\frac{3}{8} + \frac{2}{4} =$$

$$-\frac{3}{11} + \frac{1}{2} =$$

$$-\frac{3}{15} + \frac{4}{10} =$$

$$-\frac{3}{20} + \frac{2}{10} =$$

$$\frac{3}{18} + \frac{3}{5} =$$

$$\frac{5}{6} + \frac{-10}{13} =$$

$$\frac{-2}{3} - \frac{2}{3} =$$

$$\frac{-3}{11} - \frac{7}{11} =$$

$$\frac{2}{13} - \left(\frac{-21}{13} \right) =$$

$$\frac{3}{8} - \frac{2}{4} =$$

$$\frac{-3}{11} - \frac{1}{22} =$$

$$\frac{12}{15} - \frac{11}{20} =$$

$$-\frac{3}{16} - \frac{2}{4} =$$

$$\frac{3}{18} - \frac{4}{9} =$$

$$\frac{5}{6} - \frac{-8}{7} =$$

(۲) حاصل عبارت های زیر را بدست آورید.

$$\frac{3}{7} + \frac{4}{7} + \frac{2}{9} =$$

$$\frac{3}{7} - \frac{4}{7} - \frac{2}{7} + \frac{3}{11} =$$

(۳) حاصل ضرب و تقسیم های زیر را بدست آورید.

$$\frac{-3}{8} \times \frac{2}{3} =$$

$$\frac{-3}{7} \times 8 =$$

$$\frac{12}{13} \times (-10) =$$

$$\frac{3}{8} \times \frac{2}{4} =$$

$$\frac{-3}{11} \times \frac{1}{2} =$$

$$\frac{-3}{15} \times \frac{4}{10} =$$

$$-\frac{3}{20} \times \frac{2}{10} =$$

$$-\frac{3}{18} \times \left(-\frac{3}{5} \right) =$$

$$\frac{5}{6} \times \frac{-10}{13} =$$

$$\frac{-3}{8} \div \frac{2}{3} =$$

$$\frac{-3}{7} \div 12 =$$

$$\frac{12}{13} \div (-10) =$$

$$\frac{3}{2} \div \frac{2}{4} =$$

$$\frac{-3}{11} \div \frac{1}{2} =$$

$$\frac{-3}{15} \div \frac{4}{5} =$$

$$-\frac{3}{2} \div \frac{2}{10} =$$

$$-\frac{3}{18} \div \left(-\frac{3}{5}\right) =$$

$$-\frac{5}{6} \div \frac{-10}{13} =$$

۱۴) جملات صحیح و غلط را مشخص کنید.

- قرینه‌ی هر عدد منفی از خود عدد کوچکتر است. ص غ
- اعداد گنگ را نمی‌توانیم به صورت کسری بنویسیم. ص غ
- حاصلضرب هر عدد مخالف صفر در قرینه‌اش برابر ۱ است. ص غ
- حاصل تقسیم $a \div b$ با حاصلضرب $a \times \frac{1}{b}$ برابر است. $b \neq 0$. ص غ
- دو کسر $\frac{-5}{3}$ و $\frac{-10}{3}$ با هم برابر هستند. ص غ
- حاصلضرب عدد $\frac{-5}{3}$ در معکوسش برابر عدد -1 است. ص غ

۵) جاهای خالی را کامل کنید.

- ثلث هر عدد منفی از خود آن عدد است.
- اگر یک عدد کسری مساوی صفر شود حتماً ، آن مساوی صفر است.
- معکوس عدد $2\frac{3}{4}$ - برابر است با
- قرینه قرینه‌ی هر عدد گویا برابر است.
- حاصلضرب $2\frac{1}{3}$ - در قرینه معکوسش برابر است.
- حاصل عبارت $1/26 + 0/74$ - برابر است با

۶) حاصل عبارت های زیر را بدست آورید.

$$\left(\frac{3}{7} + \frac{4}{7}\right) \times \left(-\frac{2}{9}\right) =$$

$$\left(\frac{3}{7} - \frac{4}{7}\right) \div \left(\frac{2}{7} + \frac{3}{11}\right) =$$

$$\left(\frac{-5}{8} + \frac{7}{12}\right) \div \left(\frac{-1}{6}\right) =$$

$$\left(\frac{25}{24} \times \frac{12}{15}\right) \div \left(-\frac{2}{5}\right) =$$

$$\left(\frac{-7}{12} - \left(\frac{-5}{8}\right)\right) \div \left(\frac{-1}{8}\right) =$$

$$\left(\frac{-4}{21} \times \frac{5}{14}\right) \times \left(-\frac{21}{4}\right) =$$

$$\left(\frac{11}{20} - \left(\frac{-7}{15}\right)\right) \times (-7 - 23) =$$

$$\left(\frac{-18}{15} - \frac{3}{10}\right) \div \left(-\frac{3}{5}\right) =$$

$$(-7 - 12 - (-4)) \times \left(\frac{-5}{8} + \frac{4}{12}\right) =$$

$$\frac{-5}{42} - \left(-\frac{6}{35}\right) =$$

$$\frac{3}{4} \div \left(\frac{5}{12} - \left(-\frac{1}{8}\right)\right) =$$