

۱- با فرض $\text{Log} 2 = a$ مقدار $\text{Log} 1/25$ کدام است؟

(۴) $3a - 2$

(۳) $3a - 1$

(۲) $2 - 3a$

(۱) $1 - 3a$

۲- اگر $\text{Log}_x \sqrt{7} = -\frac{1}{2}$ ، آنگاه $\text{Log}_y \left(1 + \frac{1}{x}\right)$ کدام است؟

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) -۲

(۱) -۳

۳- از معادله $\text{Log}_y (x + 2) - \text{Log}_y x = 2$ مقدار x کدام است؟

(۴) $\frac{4}{3}$

(۳) $\frac{3}{4}$

(۲) $\frac{3}{2}$

(۱) $\frac{2}{3}$

۴- اگر $9^x = 3\sqrt{3}$ ، آنگاه $\text{Log}_y (1 - x)$ برابر کدام است؟

(۴) $\frac{1}{2}$

(۳) $-\frac{1}{2}$

(۲) -۱

(۱) -۲

۵- جواب معادله $\text{Log} (3x + 1) = \text{Log} 5 + 3\text{Log} 2$ کدام است؟

(۴) ۱۳

(۳) ۱۱

(۲) ۹

(۱) ۷

۶- اگر $\text{Log}_y 2^x = x^3$ ، مقدار لگاریتم x در پایه $\frac{1}{2}$ کدام است؟

(۴) ۲

(۳) $\frac{1}{2}$

(۲) $-\frac{1}{2}$

(۱) -۲

۷- لگاریتم عددی در مبنای a ، برابر b است. لگاریتم این عدد در کدام مبنای برابر $\frac{b}{3}$ است؟

(۴) $\frac{a}{3}$

(۳) $\sqrt[3]{a}$

(۲) $3a$

(۱) a^3

۸- اگر عددی در ۲۵ ضرب شود به لگاریتم آن دو واحد اضافه می‌شود، مبنای لگاریتم کدام است؟

(۴) ۲

(۳) ۳

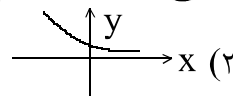
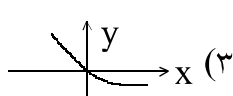
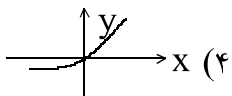
(۲) ۲

(۱) ۵

$\sqrt{5}$

$\sqrt{10}$

۹- اگر $0 < a < 1$ باشد، نمودار تابع $y = a^x$ کدام است؟



۱۰- ساده شده عبارت $\text{Log} \sqrt{3} 9 \sqrt{3}$ کدام است؟

(۴) ۶

(۳) ۵

(۲) ۴

(۱) ۳



۱۱- اگر $\frac{1}{x} = \text{Log}_r(x+4) - \text{Log}_r x$ ، آنگاه x کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۸

۱۲- دامنه تابع با ضابطه $f(x) = \text{Log} \frac{x+2}{2-x}$ کدام است؟

- (۱) $]-۲, ۲[$ (۲) $[-۲, ۲[$ (۳) $[-۲, ۲[$ (۴) $]-۲, ۲[$

۱۳- حاصل $\sqrt[7]{\text{Log}_7 3}$ برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{\sqrt[7]{3}}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) ۳ (۴) ۱

۱۴- a و b دو عدد مثبت هستند اگر $\text{Log}_b a = \frac{3}{4}$ و $b \neq 1$ باشند کدامیک از روابط زیر بین a و b برقرار است؟

- (۱) $3a = 4b$ (۲) $4a = 3b$ (۳) $a^3 = b^4$ (۴) $a^4 = b^3$

۱۵- اگر $\text{Log}_{\frac{1}{8}} x = x$ باشد مقدار x کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) ۳

۱۶- اگر $\text{Log} 2 = a$ و $\text{Log} 3 = b$ باشد $\text{Log} 0.0006$ کدام است؟

- (۱) $a + b - 4$ (۲) $a + b - 5$ (۳) $a + b - 6$ (۴) $a + b - 7$

۱۷- اگر $f(x) = \text{Log}(x^2 - 2x + 1)$ باشد $f(a) + f(b)$ با شرط $a > 1$ ، $b > 1$ کدام است؟

- (۱) $2 \text{Log}(a-1)(b-1)$ (۲) $2 \text{Colog}(a-1)(b-1)$ (۳) $4 \text{Log}(a-1)(b-1)$ (۴) $2 \text{Colog}(a-1)(b-1)$

۱۸- اگر $\text{Log}_{10} 2 = a$ و $\text{Log}_{10} 3 = b$ باشد ، $\text{Log}_{10} \frac{15}{4}$ کدام است؟

- (۱) $1 + b - 2a$ (۲) $1 + 2b - a$ (۳) $1 + b + a$ (۴) $1 + 3b - 2a$

۱۹- مقدار عبارت $(\frac{1}{2} \text{Log}_{10} 15 - \text{Log}_{10} 3)$ $x=10$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{4}}{3}$ (۲) $\sqrt{\frac{5}{3}}$ (۳) $3\sqrt{5}$ (۴) $\sqrt{15}$

۲۰- حاصل عبارت $(2 \text{Log}_4 12 - 2 \text{Log}_4 8)$ 4 کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{9}$ (۲) $\frac{9}{4}$ (۳) ۴ (۴) ۹

۲۱- اگر $\text{Log}_2 = b$ ، آنگاه $\text{Log}_{0.125}$ کدام است؟

- (۱) $-b$ (۲) $-3b$ (۳) b^{-3} (۴) $-2b$

۲۲- لگاریتم $\text{Log}_5 625$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۲۵

۲۳- حاصل عبارت $\text{Log}_5 \frac{1}{125} + \text{Log}_4 64$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۹

۲۴- اگر $\text{Log}_2 = 0.30103$ ، باشد $\text{Log} \frac{625}{16}$ کدام است؟

- (۱) $1/30.103$ (۲) $1/54561$ (۳) $1/59176$ (۴) $1/64171$

۲۵- اگر $\text{Log}_5 = 0.6990$ ، لگاریتم عدد $\sqrt{125}$ چقدر است؟

- (۱) $1/0.485$ (۲) $1/1485$ (۳) $1/2980$ (۴) $1/3980$

۲۶- در کدام مبنا لگاریتم عدد ۲۷ برابر ۳- است؟

- (۱) ۹ (۲) ۳ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{9}$

۲۷- جواب معادله $\text{Log} x + \text{Log} 2x + \text{Log} 3x = \text{Log} 48$ چیست؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۸- مقدار x از معادله $x + \text{Log}_3 27 = \text{Log}_3 81$: کدام است؟

- (۱) $\text{Log}_9 3$ (۲) $\text{Log}_3 9$ (۳) -1 (۴) ۱

۲۹- اگر $\text{Log}_5 30 = \text{Log}_5 60 - \text{Log}_5 x$ چقدر است؟

- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۳ (۴) ۲

۳۰- اگر $\text{Log}_{10} 80 = 1/9.30$ ، آنگاه $\text{Log}_{10} 4$ چقدر است؟

- (۱) 0.602 (۲) 0.603 (۳) 0.624 (۴) 0.622

۳۱- به عدد ۲۸ چند واحد اضافه کنیم تا لگاریتم عدد حاصل در مبنای ۴ برابر ۳ گردد؟

- ۸ (۴) ۱۶ (۳) ۲۵ (۲) ۳۶ (۱)

۳۲- مقدار $\text{Log}_{\frac{1}{4}} 64$ کدام است؟

- ۱۲ (۴) -۸ (۳) -۴ (۲) -۳ (۱)

۳۳- مقدار $\text{Log}_{\frac{1}{3}} 32 + \text{Log}_{\frac{1}{3}} 81$ چیست؟

- ۷ (۴) ۵ (۳) ۳ (۲) ۱ (۱)

۳۴- $\text{Log}_{\frac{1}{9}} 3$ برابر کدام است؟

- ۲ (۴) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۲) -۲ (۱)

۳۵- اگر $17 < N < 60$ آنگاه $\text{Log}_2 N$ ، بین کدام دو عدد قرار دارند؟

- ۷ و ۵ (۴) ۷ و ۴ (۳) ۶ و ۴ (۲) ۵ و ۳ (۱)

۳۶- مقدار $\text{Log}_9 3\sqrt{3}$ کدام است؟

- ۰/۸ (۴) ۰/۷۵ (۳) ۰/۶ (۲) ۰/۲۵ (۱)

۳۷- از معادله $\text{Log}_p x + \text{Colog}_p(x + 2) = 0$ مقدار x کدام است؟

- $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)

۳۸- $\text{Log}_{81} 243\sqrt[3]{3}$ برابر کدام است؟

- $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۱)

۳۹- اگر $\text{Log}_p \sin(10^\circ) = \alpha$ ، مقدار $\text{Log}_p \left(\frac{\sin 20^\circ + \sin 40^\circ}{\sin 20^\circ} \right)$ ، کدام است؟

- $1 + \alpha$ (۴) $1 - \alpha$ (۳) $-1 + \alpha$ (۲) $-1 - \alpha$ (۱)

۴۰- اگر $\text{Log} 2 = a$ باشد، مقدار $\text{Log} 0/25$ بر حسب a کدام است؟

- $1 + a$ (۴) $1 - a$ (۳) $-a$ (۲) $-2a$ (۱)

$$I = \text{Log } 1/25 = \text{Log}(1 + 0/25) = \text{Log}\left(1 + \frac{1}{4}\right) = \text{Log}\frac{5}{4} = \text{Log}\frac{10}{8} = \text{Log } 10 - \text{Log } 8 \quad -1$$

$$\left. \begin{aligned} I &= 1 - \text{Log } 2^3 = 1 - 3\text{Log } 2 \\ \text{Log } 2 &= a \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{Log } 1/25 = 1 - 3a$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_x \sqrt{v} = -\frac{1}{4} \Rightarrow x^{-\frac{1}{4}} = \sqrt{v} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt[4]{x}} = \sqrt{v} \Rightarrow \frac{1}{x} = v \quad -2$$

$$\text{Log}_7 \left(1 + \frac{1}{x}\right) = \text{Log}_7(1 + v) = \text{Log}_7 8 = \text{Log}_7 2^3 = 3\text{Log}_7 2 = 3$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

-۳ طبق قوانین ساده‌سازی لگاریتم داریم:

$$\text{Log}_7(x + 2) - \text{Log}_7 x = \text{Log}_7 \frac{x + 2}{x} = 2 = \text{Log}_7 4$$

$$\Rightarrow \frac{x + 2}{x} = 4 \Rightarrow x + 2 = 4x \Rightarrow 2 = 3x \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

پس گزینه ۱ صحیح است.

$$9^x = 3\sqrt{3} \Rightarrow \left((\sqrt{3})^4\right)^x = (\sqrt{3})^2 \sqrt{3} \Rightarrow (\sqrt{3})^{4x} = (\sqrt{3})^3 \Rightarrow 4x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{4} \quad -4$$

$$\text{Log}_7(1 - x) = \text{Log}_7\left(1 - \frac{3}{4}\right) = \text{Log}_7 \frac{1}{4} = \text{Log}_7 2^{-2} = -2 \text{Log}_7 2 = -2$$

بنابراین گزینه ۱، پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}(3x + 1) = \text{Log } 5 + 3\text{Log } 2 \Rightarrow \text{Log}(3x + 1) = \text{Log } 5 + \text{Log } 2^3 \quad -5$$

$$\Rightarrow \text{Log}(3x + 1) = \text{Log } 5 + \text{Log } 8 \Rightarrow \text{Log}(3x + 1) = \text{Log } 5 \times 8 \Rightarrow \text{Log}(3x + 1) = \text{Log } 40$$

$$\Rightarrow 3x + 1 = 40 \Rightarrow 3x = 39 \Rightarrow x = 13$$

بنابراین گزینه ۴، پاسخ صحیح است.

۶- چون لگاریتم X در پایه $\frac{1}{2}$ را می‌خواهیم پس X باید بزرگتر از صفر باشد.

$$\text{Log}_y 2^x = x^3 \Rightarrow \text{Log}_y 2^{2x} = x^3 \Rightarrow 2x = x^3 \Rightarrow 2 = x^2 \Rightarrow x = \sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{Log}_{\frac{1}{2}} x = \text{Log}_{y^{-1}} 2^{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{-1} \text{Log}_y 2 = -\frac{1}{2}$$

بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

$$\text{Log}_a x = b \Rightarrow x = a^b \quad -7$$

$$\text{Log}_y x = \frac{b}{3} \Rightarrow \text{Log}_y a^b = \frac{b}{3} \Rightarrow y^{\frac{b}{3}} = a^b \Rightarrow (\sqrt[3]{y})^b = a^b \Rightarrow \sqrt[3]{y} = a \Rightarrow y = a^3$$

بنابراین گزینه ۱ صحیح است.

$$\text{Log}_b a = k \Rightarrow \text{فرض مسئله: } \text{Log}_b (25a) = k + 2 \Rightarrow \text{Log}_b a + \text{Log}_b 25 = k + 2 \quad -8$$

$$\Rightarrow k + \text{Log}_b 25 = k + 2 \Rightarrow \text{Log}_b 25 = 2 \Rightarrow b^2 = 25 \Rightarrow b = 5$$

بنابراین گزینه ۱، پاسخ صحیح است.

۹- در توابع نمایی زمانی $0 < a < 1$ باشد، شکل به صورت گزینه ۲ می‌باشد. بنابراین گزینه ۲، پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_b a^n = n \text{Log}_b a, \text{Log}_{b^n} a = \frac{1}{n} \text{Log}_b a \quad -10$$

با استفاده از قوانین لگاریتم:

$$\text{Log}_{\sqrt{3}} 9 \sqrt{3} = \text{Log}_{\sqrt{3}} \sqrt{3}^5 = 5 \text{Log}_{\sqrt{3}} \sqrt{3} = 5$$

در این سوال داریم:

پس گزینه ۳ صحیح است.

$$2 \text{Log}_r x - \text{Log}_r (x + 4) = \frac{1}{2} \Rightarrow \quad -11$$

$$\Rightarrow \text{Log}_r x^2 - \text{Log}_r (x+4) = \text{Log}_r \frac{x^2}{x+4} = \frac{1}{2}$$

بر اساس قوانین لگاریتم ساده می‌کنیم:

$$\Rightarrow \frac{x^2}{x+4} = 2 \Rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -2 \end{cases}$$

-2 = x غیر قابل قبول می‌باشد. پس گزینه ۳ صحیح می‌باشد.

۱۲- دامنه تابع $y = \text{Log} x$ بصورت $x > 0$ می باشد پس در این سوال داریم:

$$y = \text{Log} \frac{x+2}{2-x} \Rightarrow \frac{x+2}{2-x} > 0 \Rightarrow$$

	-2	2	
$\frac{x+2}{2-x}$	-	+	+
$\frac{2-x}{x+2}$	+	+	-
$\frac{x+2}{(2-x)}$	-	+	-

$$\Rightarrow x \in]-2, 2[$$

پس گزینه ۴ صحیح است.

۱۳- بطور کلی $\text{Log}_n m = m$ می باشد برای اثبات این مطلب اگر از طرفین لگاریتم بگیریم به دو مقدار یکسان

$$\text{Log}_n \text{Log}_n m = \text{Log} m \Rightarrow \text{Log}_n m \text{Log} n = \text{Log} m \Rightarrow \text{Log}_n m = \frac{\text{Log} m}{\text{Log} n} \quad \text{می رسیم:}$$

که مورد اخیر اثبات می گردد. پس $\text{Log}_v 3 = 3$ و گزینه ۳ صحیح می باشد.

۱۴- با توجه به تعریف لگاریتم داریم که:

$$\text{Log}_b a = \frac{3}{4} \Rightarrow a = b^{\frac{3}{4}} \xrightarrow{\text{طرفین را به توان ۴ می رسانیم}} a^4 = b^3$$

پس گزینه ۴ صحیح است.

$$\text{Log}_v \left(\frac{1}{8} \right) = x \Rightarrow \text{Log}_v 1 - \text{Log}_v 8 = 0 - \text{Log}_v 2^3 = x \Rightarrow -3 \text{Log}_v 2 = x \Rightarrow x = -3 \quad -15$$

ولذا گزینه ۱ درست است.

$$\text{Log} 0.0006 = \text{Log} \frac{6}{10000} = \text{Log} 6 - \text{Log} 10000 = \text{Log}(2 \times 3) - \text{Log} 10^4 = \text{Log}(2 \times 3) - 4 \quad -16$$

$$\text{Log} 2 + \text{Log} 3 - 4 = a + b - 4$$

بنابراین گزینه ۱ صحیح است.

۱۷- طبق صورت سوال داریم:

$$f(x) = \text{Log}(x^2 - 2x + 1) = \text{Log}(x-1)^2 = 2 \text{Log} |x-1|$$

با دید توجه داشت که در عبارت فوق، برای معنی دار بودن عبارت لگاریتم از قدر مطلق استفاده شده است.

$$\left. \begin{aligned} a > 1 &\Rightarrow a-1 > 0 \Rightarrow |a-1| = a-1 \Rightarrow f(a) = 2 \log(|a-1|) = 2 \text{Log}(a-1) \\ a > 1 &\Rightarrow b-1 > 0 \Rightarrow |b-1| = b-1 \Rightarrow f(b) = 2 \log(|b-1|) = 2 \text{Log}(b-1) \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$f(a) + f(b) = 2 \text{Log}(a-1) + 2 \text{Log}(b-1) = 2(\text{Log}(a-1) + \text{Log}(b-1)) = 2 \text{Log}(a-1)(b-1)$$

پس گزینه ۱ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} \log_{10} \frac{15}{2} &= \log_{10} 15 - \log_{10} 2 = \log_{10} 3 \times 5 - \log_{10} 2 = \log_{10} 3 + \log_{10} 5 - \log_{10} 2 \\ \log_{10} 10 &= \log_{10} 2 \times 5 = \log_{10} 2 + \log_{10} 5 = a + \log_{10} 5 = 1 \Rightarrow \log_{10} 5 = 1 - a \\ \Rightarrow \log_{10} \frac{15}{2} &= \log_{10} 3 + \log_{10} 5 - \log_{10} 2 = b + 1 - a - a = b + 1 - 2a \end{aligned} \right\} \Rightarrow -18$$

پس گزینه ۱ صحیح است.

۱۹- ابتدا عبارت $\frac{1}{2} \log_{10} 15 - \log_{10} 3$ را ساده می کنیم:

$$\frac{1}{2} \log_{10} 15 = \log_{10} 15^{\frac{1}{2}} = \log_{10} \sqrt{15}$$

$$\log_{10} \sqrt{15} - \log_{10} 3 = \log_{10} \frac{\sqrt{15}}{3} \Rightarrow x = 10^{\left(\frac{1}{2} \log_{10} 15 - \log_{10} 3\right)} = 10^{\log_{10} \frac{\sqrt{15}}{3}}$$

با توجه به اینکه $\log_a b = b$ خواهیم داشت:

$$x = 10^{\log_{10} \frac{\sqrt{15}}{3}} = \frac{\sqrt{15}}{3} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{5}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{5}{3}}$$

پس گزینه ۲ صحیح است.

۲۰- اگر a و b دو عدد حقیقی باشند، می دانیم $\log_a b = b$. بنابراین:

$${}^2_4 (\log_{\frac{1}{4}} 12 - \log_{\frac{1}{4}} 8) = {}^2_4 \log_{\frac{1}{4}} \frac{3}{2} = {}^2_4 \log_{\frac{1}{4}} \frac{9}{4} = \frac{9}{4}$$

پس گزینه ۲ درست است.

$$\log_{10} 0.125 = \log_{10} \frac{125}{1000} = \log_{10} 125 - \log_{10} 1000 = \log_{10} 5^3 - \log_{10} 10^3 = 3 \log_{10} 5 - 3 \quad (1) \quad -21$$

برای بدست آوردن $\log_{10} 5$ از $\log 2 = b$ و $\log 10 = 1$ استفاده می کنیم:

$$\log_{10} 10 = \log_{10} (2 \times 5) = \log_{10} 2 + \log_{10} 5 = b + \log_{10} 5 = 1 \Rightarrow \log_{10} 5 = 1 - b$$

با جایگذاری مقدار $\log_{10} 5$ در رابطه (۱):

$$\log_{10} 0.125 = 3 \log_{10} 5 - 3 = 3(1 - b) - 3 = -3b$$

پس گزینه ۲ صحیح است.

۲۲- عبارت را ساده می‌کنیم (طبق قوانین لگاریتم) داریم:

$$\text{Log}_5 625 = \text{Log}_5 5^4 = 4 \text{Log}_5 5 = 4 \times 1 = 4$$

بنابراین گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

۲۳- بر اساس ویژگیهای لگاریتم مقادیر را ساده می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \text{Log}_5 \frac{1}{125} + \text{Log}_7 64 &= \text{Log}_5 125^{-1} + \text{Log}_7 64 = -\text{Log}_5 125 + \text{Log}_7 64 \\ &= -\text{Log}_5 5^3 + \text{Log}_7 4^3 = -3 \text{Log}_5 5 + 3 \text{Log}_7 7 = -3 + 3 = 0 \end{aligned}$$

بنابراین گزینه ۱ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} \text{Log} \frac{625}{16} &= \text{Log} \frac{5^4}{2^4} = \text{Log} 5^4 - \text{Log} 2^4 = 4 \text{Log} 5 - 4 \text{Log} 2 \\ \text{Log} 5 &= \text{Log} \frac{10}{2} = \text{Log} 10 - \text{Log} 2 = 1 - \text{Log} 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\text{Log} \frac{625}{16} = 4(1 - \text{Log} 2) - 4 \text{Log} 2 = 4 - 8 \text{Log} 2 = 4 - 8 \times 0.30103 = 4 - 2.40824 = 1.59176$$

پس گزینه ۳ صحیح است.

۲۴- می‌دانیم $\text{Log} a^b = b \text{Log} a$ ، همچنین $125 = 5^3$ پس:

$$\text{Log} \sqrt{125} = \text{Log} \sqrt{5^3} = \text{Log} 5^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \times \text{Log} 5 = \frac{3}{2} \times 0.6990 = 1.0485$$

پس گزینه ۱ درست است.

۲۵- مبنای مورد سوال را x فرض می‌کنیم، بنابراین:

$$\text{Log}_x 27 = -3 \Rightarrow x^{-3} = 27 \Rightarrow x^3 = \frac{1}{27} \Rightarrow x^3 = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

بنابراین گزینه ۳ صحیح است.

۲۶- می‌دانیم $\text{Log} a + \text{Log} b = \text{Log} ab$ پس:

$$\text{Log} x + \text{Log} 2x + \text{Log} 3x = \text{Log} x \times 2x \times 3x = \text{Log} 6x^3 \Rightarrow \text{Log} 6x^3 = \text{Log} 48 \Rightarrow$$

$$6x^3 = 48 \Rightarrow x^3 = 8 \Rightarrow x = 2$$

بنابراین گزینه ۲ درست است.

$$x + \text{Log}_3 27 = \text{Log}_3 81 \Rightarrow x = \text{Log}_3 81 - \text{Log}_3 27 \Rightarrow x = \text{Log}_3 3^4 - \text{Log}_3 3^3 \Rightarrow$$

$$x = 4\text{Log}_3 3 - 3\text{Log}_3 3 = 4 - 3 = 1$$

بنابراین گزینه ۴ صحیح است.

۲۹- می‌دانیم تفریق لگاریتم دو عدد برابر با لگاریتم حاصل تقسیم آن دو عدد می‌باشد، پس:

$$\text{Log}_5 30 = \text{Log}_5 60 - \text{Log}_5 x \Rightarrow \text{Log}_5 30 = \text{Log}_5 \left(\frac{60}{x} \right) \Rightarrow 30 = \frac{60}{x} \Rightarrow x = 2$$

بنابراین گزینه ۴ درست است.

$$\text{Log}_{10} 80 = 1/9 \cdot 30 \Rightarrow \text{Log}_{10} (8 \times 10) = 1/9 \cdot 30 \Rightarrow \text{Log}_{10} 8 + \text{Log}_{10} 10 = 1/9 \cdot 30$$

$$\Rightarrow \text{Log}_{10} 2^3 + 1 = 1/9 \cdot 30 \Rightarrow 3\text{Log}_{10} 2 = 0/9 \cdot 30 \Rightarrow \text{Log}_{10} 2 = 0/30 \cdot 10$$

$$\text{Log}_{10} 4 = \text{Log}_{10} 2^2 = 2\text{Log}_{10} 2 \Rightarrow \text{Log}_{10} 4 = 2(0/30 \cdot 10) = 0/60 \cdot 20$$

بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

۳۱- با فرض عدد مورد نظر بصورت X و با توجه به صورت مسئله:

$$\text{Log}_4 (28 + x) = 3 \Rightarrow 28 + x = 4^3 \Rightarrow 28 + x = 64 \Rightarrow x = 64 - 28 = 36$$

لذا گزینه ۱ درست است.

$$\text{Log}_{\frac{1}{4}} 64 = x \Rightarrow \left(\frac{1}{4} \right)^x = 64 \Rightarrow 4^{-x} = 64 \Rightarrow 4^{-x} = 4^3 \Rightarrow -x = 3 \Rightarrow x = -3$$

می‌دانیم $4^3 = 64$ پس $x = -3$ می‌باشد. لذا گزینه ۱ درست است.

$$\text{Log}_2 32 = x \Rightarrow 2^x = 32 \Rightarrow 2^x = 2^5 \Rightarrow x = 5$$

$$\text{Log}_{\frac{1}{3}} 81 = y \Rightarrow \left(\frac{1}{3} \right)^y = 81 \Rightarrow 3^{-y} = 81 \Rightarrow 3^{-y} = 3^4 \Rightarrow -y = 4 \Rightarrow y = -4$$

بنابراین:

$$\text{Log}_2 32 + \text{Log}_{\frac{1}{3}} 81 = x + y = 5 + (-4) = 1$$

پس گزینه ۱ درست است.

$$\text{Log}_9 \sqrt[3]{\frac{1}{3}} = x \Rightarrow \frac{1}{3} = 9^x \Rightarrow 3^{-1} = (3^2)^x \Rightarrow 3^{-1} = 3^{2x} \Rightarrow 2x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

پس گزینه ۲ صحیح است.

۳۵- چون $2^4 = 16$ و $2^6 = 64$ پس $\text{Log}_2 17 \cong 4$ ، $\text{Log}_2 60 \cong 6$ بنابراین:

$$17 < N < 60 \Rightarrow \text{Log}_2 17 < \text{Log}_2 N < \text{Log}_2 60 \Rightarrow 4 < \text{Log}_2 N < 6$$

بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

$$\text{Log}_9 2\sqrt{3} = x \Rightarrow \text{Log}_9 \left(3 \times 3^{\frac{1}{2}} \right) = x \Rightarrow \text{Log}_9 \left(3^{\frac{3}{2}} \right) = x \Rightarrow 3^{\frac{3}{2}} = 9^x \Rightarrow$$

$$3^{\frac{3}{2}} = (3^2)^x \Rightarrow 3^{\frac{3}{2}} = 3^{2x} \Rightarrow 2x = \frac{3}{2} \Rightarrow x = \frac{3}{4} = 0.75$$

پس گزینه ۳ صحیح است.

۳۷- می دانیم $\text{Log} A = \text{Colog} A$ - پس:

$$2 + \text{Log}_3 x + \text{Colog}_3 (x + 2) = 0 \Rightarrow 2 + \text{Log}_3 x - \text{Log}_3 (x + 2) = 0 \Rightarrow \text{Log}_3 \left(\frac{x}{x + 2} \right) = -2$$

$$\Rightarrow \frac{x}{x + 2} = 3^{-2} \Rightarrow \frac{x}{x + 2} = \frac{1}{9} \Rightarrow 9x = x + 2 \Rightarrow 8x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

بنابراین گزینه ۴ درست است.

۳۸- عدد ۲۴۳ را تجزیه می کنیم:

$$\begin{array}{r|l} 243 & 3 \\ 81 & 3 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \Rightarrow 243 = 3^5$$

بنابراین:

$$\text{Log}_{81} 243\sqrt{3} = \text{Log}_{81} \left(3^5 \times 3^{\frac{1}{2}} \right) = \text{Log}_{81} \left(3^{\frac{11}{2}} \right) = x \Rightarrow 3^{\frac{11}{2}} = (81)^x \Rightarrow$$

$$3^{\frac{11}{2}} = (3^4)^x \Rightarrow 3^{\frac{11}{2}} = 3^{4x} \Rightarrow \frac{11}{2} = 4x \Rightarrow x = \frac{11}{8}$$

بنابراین گزینه ۱ درست است.

$$\begin{aligned} \text{Log}_\gamma \frac{\sin 20^\circ + \sin 40^\circ}{\sin 20^\circ} &= \text{Log}_\gamma \left(\frac{2 \sin \frac{20^\circ + 40^\circ}{2} \times \cos \frac{20^\circ - 40^\circ}{2}}{\sin 20^\circ} \right) = \text{Log}_\gamma \frac{2 \sin 30^\circ \times \cos(-10^\circ)}{\sin 20^\circ} \quad -39 \\ &= \text{Log}_\gamma \frac{2 \sin 30^\circ \times \cos 10^\circ}{2 \sin 10^\circ \cos 10^\circ} = \text{Log}_\gamma \frac{\sin 30^\circ}{\sin 10^\circ} = \text{Log}_\gamma \frac{\frac{1}{2}}{\sin 10^\circ} = \text{Log}_\gamma \left(\frac{1}{2 \sin 10^\circ} \right) \\ &= -\text{Log}_\gamma 2 \sin 10^\circ = -\text{Log}_\gamma 2 - \text{Log}_\gamma \sin 10^\circ = -1 - \alpha \end{aligned}$$

بنابراین گزینه ۱ صحیح است.

$$\sin \alpha = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} \quad \text{یادآوری: } \sin a + \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$$

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$$

$$\text{Log } 0.25 = \text{Log} \left(\frac{25}{100} \right) = \text{Log} \frac{1}{4} = \text{Log } 1 - \text{Log } 4 = 0 - \text{Log } 2^2 = -2 \text{Log } 2 = -2a \quad -40$$

بنابراین گزینه ۱ صحیح است.