

# سوالات موضوعی نهایی

## "حسابان ۲"

پایه دوازدهم رشته ریاضی و فیزیک

( با پاسخ تشریحی )

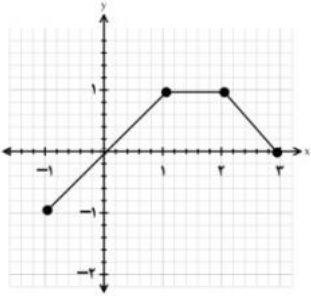
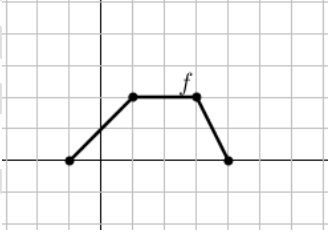
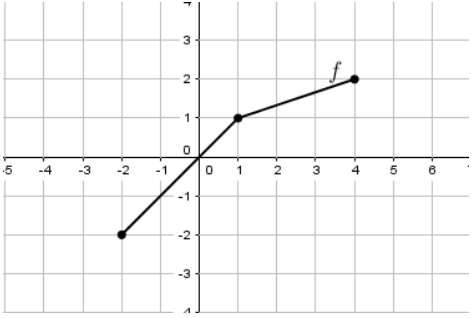
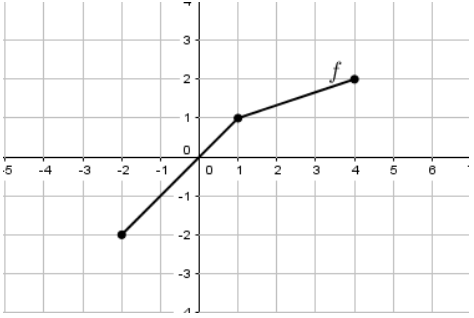
آخرین آپدیت : فروردین ۱۴۰۰

گروه ریاضی دوره دوم متوسطه استان اردبیل

رقیه پيله ور - میکائیل صدقی

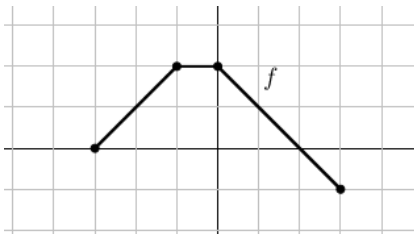
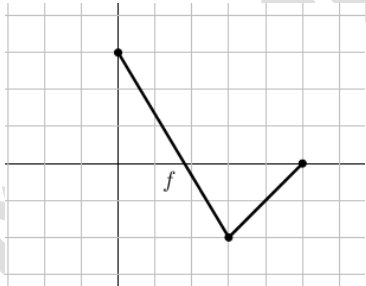
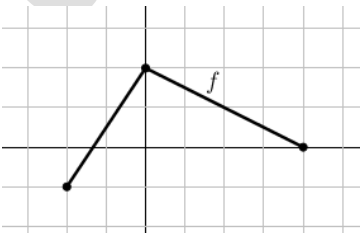
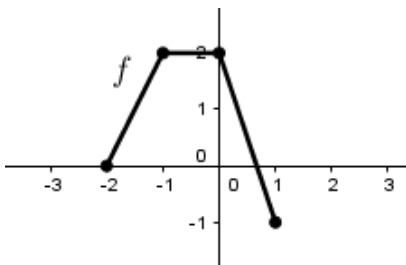
[www.artamath.blogfa.com](http://www.artamath.blogfa.com)

# فصل اول : تابع

تاریخ	بارم	سوال	ردیف
دی ۹۹	۱	<p>نمودار تابع <math>f(x)</math> به صورت زیر است . نمودار تابع <math>g(x) = f(2x - 1)</math> را رسم ، دامنه و برد آن را تعیین کنید.</p> 	۱
	۰/۵	<p>در جاهای خالی کلمه یا عبارت مناسب بنویسید. اگر بازه ی <math>[-2, 1]</math> دامنه ی تابع <math>f(x)</math> باشد ، دامنه تابع <math>f(3x + 1)</math> برابر ..... است.</p>	۲
	۱	<p>نمودار تابع زیر را به کمک نمودار <math>y = \cos x</math> رسم کنید. <math>y = \cos(2x) - 1</math></p>	۳
شهریور ۹۹	۰/۲۵	<p>در جای خالی کلمه یا عبارت مناسب بنویسید. نقطه ی <math>(2, -1)</math> در تابع <math>y = f(2x + 1) - 1</math> متناظر با نقطه ی ..... در تابع <math>y = f(x)</math> است.</p>	۴
	۱/۵	<p>اگر نمودار <math>f</math> به صورت مقابل باشد ، نمودار تابع <math>y = f(x - 1) + 2</math> زیر را رسم کنید و دامنه و برد آنها را بنویسید.</p> 	۵
	۰/۲۵	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. نمودار تابع <math>y = (x + 2)^3</math> را می توان با ۲ واحد انتقال نمودار تابع <math>y = x^3</math> به سمت چپ ، رسم کرد.</p>	۶
خرداد ۹۹ خارج از کشور	۱	<p>با توجه به نمودار تابع <math>f</math> که در شکل زیر آمده است. نمودار تابع <math>g(x) = f(2x) - 1</math> را رسم کرده و دامنه و برد آن را تعیین کنید.</p> 	۷
خرداد ۹۹	۱	<p>با توجه به نمودار تابع <math>f</math> که در شکل زیر آمده است. نمودار تابع <math>g(x) = f(2x) - 1</math> را رسم کرده و دامنه و برد آن را تعیین کنید.</p> 	۷

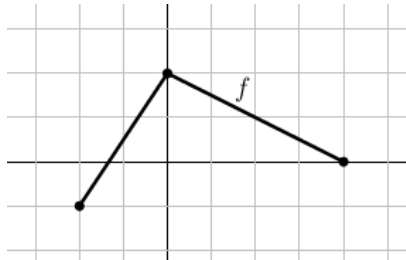
درس اول : تبدیل نمودار تابع

درس اول : تبدیل نمودار تابع

تاریخ	بارم	سوال	ردیف
دی ۹۸	۱/۲۵	<p>نمودار <math>f(x)</math> در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع <math>g(x) = f(2x + 1)</math> را رسم کرده و دامنه و برد آن را تعیین کنید.</p> 	۸
شهریور ۹۸		<p>کوتاه پاسخ دهید. الف: در فاصله ی <math>(0, 1)</math> از بین دو تابع <math>g(x) = x^3</math> و <math>f(x) = x^2</math>، نمودار کدام تابع پایین تر از دیگری قرار دارد؟ ب: نمودار تابع <math>y = -f(x)</math>، قرینه ی نمودار تابع <math>y = f(x)</math> نسبت به کدام محور است؟</p>	۹
		<p>نمودار تابع <math>f</math> در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع <math>g(x) = f(3 - x)</math> را رسم کرده و دامنه ی آن را تعیین کنید.</p> 	۱۰
تیر ۹۸	۱/۲۵	<p>نمودار تابع <math>f</math> در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع <math>g(x) = f(2x) - 1</math> را رسم کنید. سپس دامنه تابع <math>g</math> را تعیین کنید.</p> 	۱۱
خرداد ۹۸	۱	<p>اگر نمودار <math>y = f(x)</math> به صورت زیر است. نمودار <math>g(x) = 2f(x - 1)</math> را رسم کرده و دامنه و برد آن را بنویسید.</p> 	۱۲

درس اول : تبدیل نمودار تابع

درس اول : تبدیل نمودار تابع

تاریخ	بارم	سوال	ردیف	درس اول : تبدیل نمودار تابع
دی ۹۷	۱/۵	<p>نمودار تابع <math>f</math> در شکل زیر رسم شده است . نمودار تابع <math>g(x) = -f(2x)</math> را رسم کنید. سپس دامنه و برد تابع <math>g</math> را تعیین کنید.</p> 	۱۳	

درس دوم : تابع درجه سوم ، توابع یکنوا و بخش پذیری و تقسیم

تاریخ	بارم	سوال	ردیف	درس دوم : تابع درجه سوم ، توابع یکنوا و بخش پذیری و تقسیم
دی ۹۹	۱	با رسم نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & x \leq 1 \\ -1 & x > 1 \end{cases}$ تعیین کنید تابع درجه بازه ای صعودی و درجه بازه ای نزولی می باشد.	۱۴	
	۱	چند جمله ای $x^6 - 1$ را با عامل $x - 1$ تجزیه کنید.	۱۵	
	۰/۵	درست یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. الف : تابع $f(x)$ در بازه شامل $a, b$ صعودی است . اگر $f(a) \leq f(b)$ آنگاه $a \leq b$	۱۶	
شهریور ۹۹	۰/۵	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. الف : چند جمله ای $P(x) = (2 - x)^2(x + 1)^3$ یک چند جمله ای از درجه ۵ است. ب : اگر تابع $f$ در یک بازه نزولی اکیدا باشد، در این بازه نزولی نیز هست.	۱۷	
	۱/۵	مقادیر $a$ و $b$ را طوری تعیین کنید که چند جمله ای $P(x) = x^3 + ax^2 + bx - 2$ بر $x - 2$ بخش پذیر بوده و باقی مانده ی تقسیم آن بر $x + 1$ برابر ۳ باشد.	۱۸	
خرداد ۹۹ خارج از کشور	۰/۵	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. الف : تابع $g(x) = 2^{-x}$ ، تابعی است که در تمام دامنه ی خود اکیدا یکنوا است. ب : در تقسیم $f(x) = x^3 + 2$ بر $p(x) = 2x - 1$ باقی مانده برابر صفر است.	۱۹	
	۰/۲۵	جاهی خالی را با عبارات مناسب پر کنید. برای آنکه تابع $y = ax + b$ در دامنه اش هم صعودی باشد هم نزولی ، مقدار $a$ باید برابر با.....باشد.	۲۰	

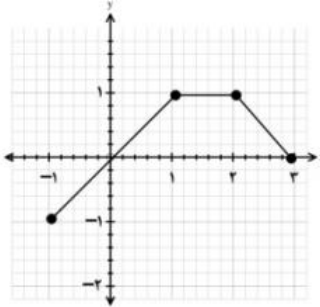
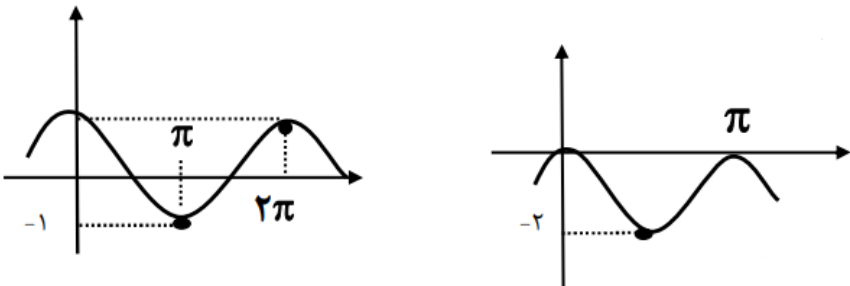
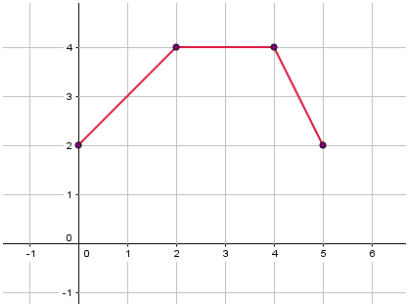
تاریخ	بارم	سوال	ردیف
خرداد ۹۹ خارج از کشور	۱	در چند جمله ای $y = x^3 + ax^2 + x + b$ مقادیر $a$ و $b$ را چنان بیابید که باقی مانده ی تقسیم آن بر $x - 1$ برابر ۴ باشد و بر $x + 2$ بخش پذیر باشد.	۲۱
	۰/۵	چند جمله ای $x^5 + 1$ را بر حسب عامل $x + 1$ تجزیه کنید.	۲۲
خرداد ۹۹	۰/۷۵	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. الف: نمودار تابع $y = x^3$ در بازه ی $[0, 1]$ پایین تر از نمودار تابع $y = x^2$ قرار دارد. ب: اگر تابع $y = f(x)$ در یک فاصله صعودی باشد، آنگاه در آن فاصله اکیدا صعودی نیز خواهد بود. ج: تابع $y = -x^2 + 2x$ روی بازه ی $(-\infty, 3]$ اکیدا صعودی است.	۲۳
	۱	نمودار تابع $y = x^2 + 2$ را رسم کرده و مشخص کنید در چه بازه ای این تابع اکیدا صعودی و در چه بازه ای اکیدا نزولی است.	۲۴
	۱	مقدار $a, b$ را طوری تعیین کنید که چند جمله ای $x^3 + ax^2 + bx + 1$ بر $x - 2$ و $x + 1$ بخش پذیر است.	۲۵
دی ۹۸	۰/۵	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. اگر تابع $f$ در یک بازه نزولی باشد، آنگاه در این بازه اکیدا نزولی می باشد.	۲۶
	۰/۵	در جاهای خالی کلمه یا عبارت مناسب بنویسید. اگر $\frac{1}{64} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{3x-2}$ باشد، حدود $x$ برابر ..... است.	۲۷
	۱/۲۵	در چند جمله ای $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ ، مقادیر $a$ و $b$ را چنان بیابید که باقی مانده ی تقسیم آن بر $x - 1$ برابر ۴ باشد و بر $x + 2$ بخش پذیر باشد.	۲۸
شهریور ۹۸	۰/۵	کوتاه پاسخ دهید. الف: درجه ی تابع $f(x) = x^2(1-x)^5$ را مشخص کنید. ب: تابع $h(x) =  x + 2 $ در چه بازه ای اکیدا صعودی است؟	۲۹
	۰/۵	اگر $\log(x + 1) \leq \log(2x - 3)$ ، حدود $x$ را به دست آورید؟	۳۰
	۱	مقادیر $a$ و $b$ را طوری تعیین کنید که چند جمله ای $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ بر $x - 2$ و $x + 1$ بخش پذیر باشد.	۳۱

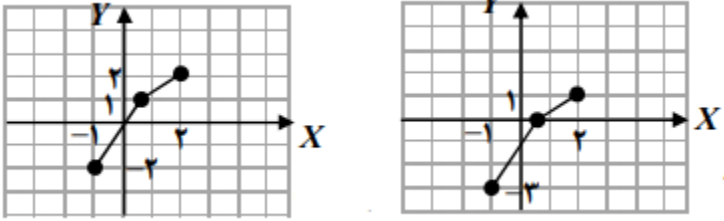
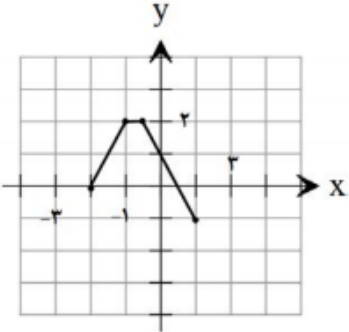
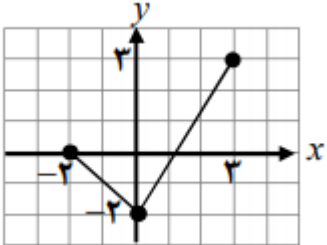
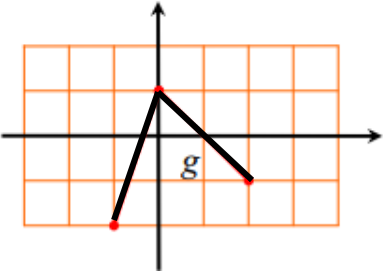
درس دوم: تابع درجه سوم، توابع یکنوا و بخش پذیری و تقسیم

ردیف	سوال	بارم	تاریخ
۳۲	جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید. باقی مانده تقسیم $f(x) = x^3 - 2x - 1$ بر $x - 2$ برابر با ..... است.	۰/۲۵	۹۸ پنر
	مقادیر $a$ و $b$ را طوری تعیین کنید که چند جمله ای $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ بر $x - 2$ بخش پذیر بوده و باقی مانده تقسیم آن بر $x + 1$ برابر ۳ باشد.	۱	
۳۴	اگر چند جمله ای $f(x) = x^2 + ax - 3$ بر $x + 1$ بخش پذیر باشد. باقی مانده ی تقسیم $f(x)$ بر $x - 2$ را بدست آورید.	۰/۷۵	۹۸ خرداد
	چند جمله ای $x^6 + 1$ را بر حسب عامل $x + 1$ تجزیه کنید.	۰/۵	
۳۶	نمودار تابع $f(x) = (x + 1)^3$ را رسم کنید. سپس تعیین کنید که این تابع در دامنه ی خود اکیدا صعودی یا اکیدا نزولی ؟	۰/۷۵	دی ۹۷
	جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید. اگر باقی مانده ی تقسیم $f(x) = x^2 + kx - 1$ بر $x + 1$ برابر ۲ باشد . مقدار $k$ برابر ..... است.	۰/۲۵	
	هریک از چند جمله ای های زیر را بر حسب عامل خواسته شده ، تجزیه کنید. الف : $x^5 + 1$ با عامل $x + 1$ ب : $x^6 - 1$ با عامل $x - 1$	۱	

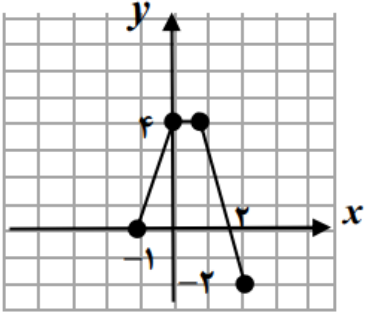
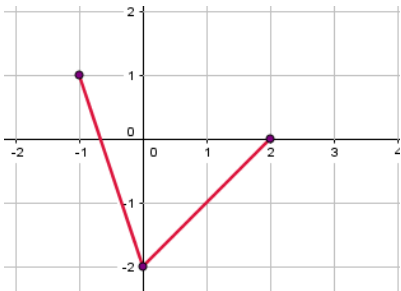
درس دوم : تابع درجه سوم ، توابع یکنوا و بخش پذیری و تقسیم

# فصل اول : تابع

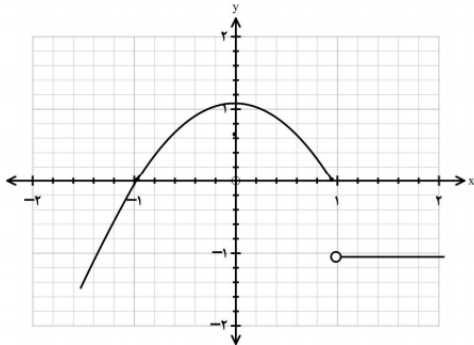
تاریخ	پاسخ	ردیف
۱	 $D = [0, 2] \quad R = [-1, 1]$	۱
۰/۵		۲
۱		۳
۰/۲۵		۴
۱/۵	<p>کافی است نمودار تابع <math>f</math> را یک واحد به جلو و سپس دو واحد به سمت بالا منتقل کنید.</p>  $D_f = [-1, 4] \quad R_f = [0, 2]$ $D_g = [0, 5] \quad R_g = [2, 4]$	۵
۰/۲۵		۶

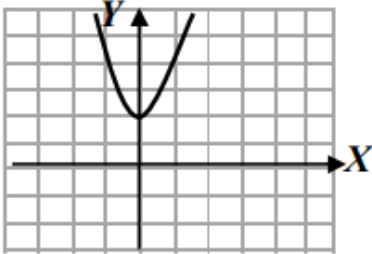
بارم	پاسخ	ردیف
۱	 $D_g = [-۱, ۲]$ $R_g = [-۳, ۱]$	۷
۱/۲۵	 $D = [-۲, ۱]$ $R = [-۱, ۲]$	۸
۱	الف : $g(x) = x^۳$ ب : محور طول ها	۹
۱	 $D_g = [-۲, ۳]$	۱۰
۱/۲۵	<p>برای رسم نمودار تابع <math>g</math>، ابتدا انقباض افقی برای <math>k = ۲</math> در راستای محور طول ها سپس انتقال یک واحد رو به پایین در راستای محور عرض ها</p>  $D_g = [-۱, ۲]$	۱۱



بارم	پاسخ	ردیف
۱	 $D_f = [-1, 2] \quad R_f = [-2, 4]$	۱۲
۱/۵	 $D_f = [-1, 2] \quad R_f = [-2, 1]$	۱۳

درس دوم : تابع درجه سوم ، توابع یکنوا و بخش پذیری و تقسیم

بارم	پاسخ	ردیف
۱	 $[-\infty, 0] \cup (1, +\infty)$ صعودی $[0, +\infty)$ نزولی	۱۴
۱	$x^6 - 1 = (x - 1)(x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$	۱۵
۰/۵	درست	۱۶
۰/۵	الف : درست ب : درست	۱۷

بارم	پاسخ	ردیف
۱/۵	$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$ , $P(2) = 8 + 4a + 2b - 2 = 0 \Rightarrow 4a + 2b = -6 \Rightarrow 2a + b = -3$ $x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$ , $P(-1) = -1 + a - b - 2 = 3 \Rightarrow a - b = 6$ $\begin{cases} 2a + b = -3 \\ a - b = 6 \end{cases} \Rightarrow a = 1, b = -5$	۱۸
۰/۵	الف : درست      ب : نادرست	۱۹
۰/۲۵	صفر	۲۰
۱	$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow 1^3 + a(1)^2 + 1 + b = 4 \Rightarrow a + b = 2$ $x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow (-2)^3 + a(-2)^2 + (-2) + b = 0 \Rightarrow 4a + b = 10$ $\begin{cases} a + b = 2 \\ 4a + b = 10 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{8}{3}, b = -\frac{2}{3}$	۲۱
۰/۵	$x^5 + 1 = (x + 1)(x^4 - x^3 + x^2 - x + 1)$	۲۲
۰/۷۵	الف : نادرست      ب : نادرست      ج : نادرست	۲۳
۱	 <p>اکیدا نزولی <math>(-\infty, 0)</math>  اکیدا صعودی <math>(0, +\infty)</math></p>	۲۴
۱	$P(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ $x - 2 = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow P(2) = 2^3 + a(2)^2 + b(2) + 1 = 9 + 4a + 2b = 0 \Rightarrow 4a + 2b = -9$ $x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow P(-1) = (-1)^3 + a(-1)^2 + b(-1) + 1 = a - b = 0 \Rightarrow a - b = 0$ $\begin{cases} 4a + 2b = -9 \\ a - b = 0 \end{cases} \Rightarrow a = -\frac{3}{2}, b = -\frac{3}{2}$	۲۵
۰/۵	نادرست	۲۶

بارم	پاسخ	ردیف
۰/۵		۲۷
		$\left[\frac{8}{3}, +\infty\right)$
۱/۲۵	$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow P(1) = 1 + a + b = 4 \Rightarrow a + b = 3$ $x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow P(-2) = -8 + 4a + b = 0 \Rightarrow 4a + b = 8$ $\begin{cases} a + b = 3 \\ 4a + b = 8 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{5}{3}, b = \frac{4}{3}$	۲۸
۰/۵		الف: ۷ ب: $(2, +\infty)$
۰/۵	$x + 1 \leq 2x - 3 \Rightarrow x \geq 4$	۳۰
۱	$P(x) = x^2 + ax^2 + bx + 1$ $x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow P(2) = 2^2 + a(2)^2 + b(2) + 1 = 9 + 4a + 2b = 0 \Rightarrow 4a + 2b = -9$ $x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow P(-1) = (-1)^2 + a(-1)^2 + b(-1) + 1 = a - b = 0 \Rightarrow a - b = 0$ $\begin{cases} 4a + 2b = -9 \\ a - b = 0 \end{cases} \Rightarrow a = -\frac{3}{2}, b = -\frac{3}{2}$	۳۱
۰/۲۵		-۱
۱	$P(2) = 0 \Rightarrow 4a + 2b = -6, P(-1) = 0 \Rightarrow a - b = 6$ $\begin{cases} 4a + 2b = -6 \\ a - b = 6 \end{cases} \Rightarrow a = 1, b = -5$	۳۳
۰/۱۷۵	$f(-1) = 0 \Rightarrow 1 - a - 3 = 0 \Rightarrow a = -2$ $f(2) = 4 - 4 - 3 = -3$	۳۴
۰/۵	$x^6 + 1 = (x + 1)(x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1)$	۳۵

بارم	پاسخ	ردیف
۰/۷۵		۳۶ اکیدا صعودی
۰/۲۵		۳۷ -۲
۱	$x^5 + 1 = (x + 1)(x^4 - x^3 + x^2 - x + 1)$ $x^6 + 1 = (x + 1)(x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1)$	۳۸