

قوانین تبدیل نمودارها:

۱- **انتقال (جابجایی) افقی:** اگر $a > 0$ باشد، برای رسم نمودار تابع $y = f(x + a)$ کافی است، نمودار تابع $y = f(x)$ را a واحد به سمت چپ انتقال دهیم. همچنین برای رسم نمودار $y = f(x - a)$ کافی است نمودار $y = f(x)$ را a واحد به سمت راست انتقال دهیم.

۲- **کشیدگی یا فشردگی افقی (انبساط یا انقباض افقی):** برای رسم نمودار تابع $y = f(ax)$ کافی است، طول همه نقاط نمودار تابع $y = f(x)$ را بر a تقسیم نماییم.

۳- **کشیدگی یا فشردگی قائم (انبساط یا انقباض قائم):** برای رسم نمودار تابع $y = af(x)$ کافی است، عرض همه نقاط نمودار تابع $y = f(x)$ را در a ضرب نماییم.

۴- **انتقال (جابجایی) قائم:** اگر $a > 0$ باشد، برای رسم نمودار تابع $y = f(x) + a$ کافی است، نمودار تابع $y = f(x)$ را a واحد به سمت بالا انتقال دهیم. همچنین برای رسم نمودار $y = f(x) - a$ کافی است نمودار $y = f(x)$ را a واحد به سمت پایین انتقال دهیم.

توجه: اگر رسم نموداری شامل چند تبدیل باشد بهتر است آن ها را به ترتیب زیر اعمال نماییم:

۱- انتقال افقی ۲- انبساط و انقباض افقی ۳- انبساط و انقباض قائم ۴- انتقال قائم

۱- قضیه تقسیم: بطور کلی اگر چند جمله ای درجه n ام $P(x)$ را بر چند جمله ای درجه m ام $D(x)$ تقسیم نماییم بطوری که $m \leq n$ باشد، خارج قسمت تقسیم، چند جمله ای است مانند $Q(x)$ از درجه $m - n$ و باقیمانده آن چند جمله ای است مانند $R(x)$ که درجه آن حداکثر برابر $m - 1$ می باشد و رابطه زیر همواره میان آن ها برقرار است.

$$P(x) = D(x) \times Q(x) + R(x)$$

۲- برای تعیین باقیمانده تقسیم چند جمله ای $P(x)$ بر دو جمله ای درجه اول $ax + b$ کافی است مقدار آن چند جمله ای را به ازای ریشه دو جمله ای بدست آوریم. یعنی:

$$R = P\left(-\frac{b}{a}\right)$$

۳- تعمیم اتحادهای چاق و لاغر:

عبارت $x^n - a^n$ همواره بر $x - a$ بخش پذیر است و همچنین عبارت $x^n + a^n$ در صورتی بر $x - a$ بخش پذیر است که n فرد باشد و $x^n - a^n$ در صورتی بر $x + a$ بخش پذیر است که n زوج باشد بنابراین اتحاد های زیر برقرارند.

$$x^n - a^n = (x - a)(x^{n-1} + ax^{n-2} + \dots + a^{n-2}x + a^{n-1}), \quad (n \in N)$$

$$x^n + a^n = (x + a)(x^{n-1} - ax^{n-2} + \dots - a^{n-2}x + a^{n-1}), \quad (n \in O)$$

$$x^n - a^n = (x + a)(x^{n-1} - ax^{n-2} + \dots + a^{n-2}x - a^{n-1}), \quad (n \in E)$$

۱- تعاریف یکنوایی:

- ۱) $\forall x_1, x_2 \in D_f ; x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) > f(x_1) \Leftrightarrow$ تابع f اکیداً صعودی است.
- ۲) $\forall x_1, x_2 \in D_f ; x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) \geq f(x_1) \Leftrightarrow$ تابع f صعودی است.
- ۳) $\forall x_1, x_2 \in D_f ; x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) < f(x_1) \Leftrightarrow$ تابع f اکیداً نزولی است.
- ۴) $\forall x_1, x_2 \in D_f ; x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) \leq f(x_1) \Leftrightarrow$ تابع f نزولی است.

توجه: هر تابع اکیداً صعودی یا اکیداً نزولی را اکیداً یکنوا و هر تابع صعودی یا نزولی را یکنوا می نامند.

۲- اگر تابعی روی یک بازه ثابت باشد، آن گاه روی این بازه هم صعودی و هم نزولی و در نتیجه یکنواست.

۳- از خاصیت یکنوایی توابع به شکل زیر می توان در حل نامعادلات استفاده نمود:

۱- اگر تابع f در بازه I اکیداً صعودی و $a, b \in I$ باشند، در این صورت: $f(a) \leq f(b) \Rightarrow a \leq b$

۲- اگر تابع f در بازه I اکیداً نزولی و $a, b \in I$ باشند، در این صورت: $f(a) \leq f(b) \Rightarrow a \geq b$

به عبارت دیگر اگر از طرفین نامساوی یک تابع اکیداً صعودی بگیریم یا برداریم جهت نامساوی عوض نمی شود و اگر از طرفین نامساوی یک تابع اکیداً نزولی بگیریم یا برداریم جهت نامساوی عوض می شود.