۱-تعاریف تابع متناوب و دوره تناوب:

تابع f با دامنه D_f را متناوب با دوره تناوب اصلی T می نامند هرگاه هر دو شرط زیر برقرار باشد:

۱) $\forall x \in D_f \Rightarrow x \pm T \in D_f$

۲) $\forall x \in D_f \;;\; f(x \pm T) = f(x)$

۲- دوره تناوب توابع مثلثاتی ساده:

اگر d, c, b, a اعدادی حقیقی و $a, b \neq ۰$ باشند:

$$\begin{cases} y = a\tan(bx + c) + d \\ y = a\cot(bx + c) + d \end{cases} \Rightarrow T = \frac{\pi}{|b|}$$

$$\begin{cases} y = a\sin(bx + c) + d \\ y = a\cos(bx + c) + d \end{cases} \Rightarrow T = \frac{۲\pi}{|b|}$$

۳- حداقل و حداکثر توابع سینوسی و کسینوسی ساده:

در توابع به شکل کلی $y = a\sin(bx + c) + d$, $y = a\cos(bx + c) + d$ ، $(a, b \neq ۰)$:

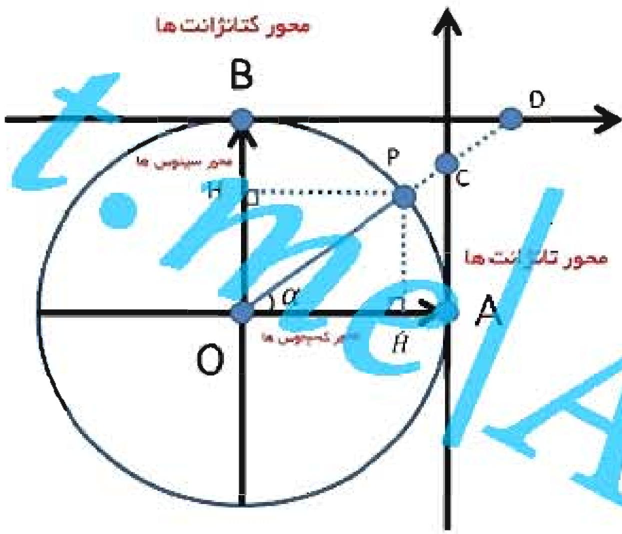
$Min = -|a| + d$

$Max = |a| + d$

در این توابع d همواره برابر میانگین مقادیر ماکسیمم و مینیمم می باشد:

$$d = \frac{Max + Min}{۲}$$

۴- معرفی محور تانژانت ها در دایره مثلثاتی:

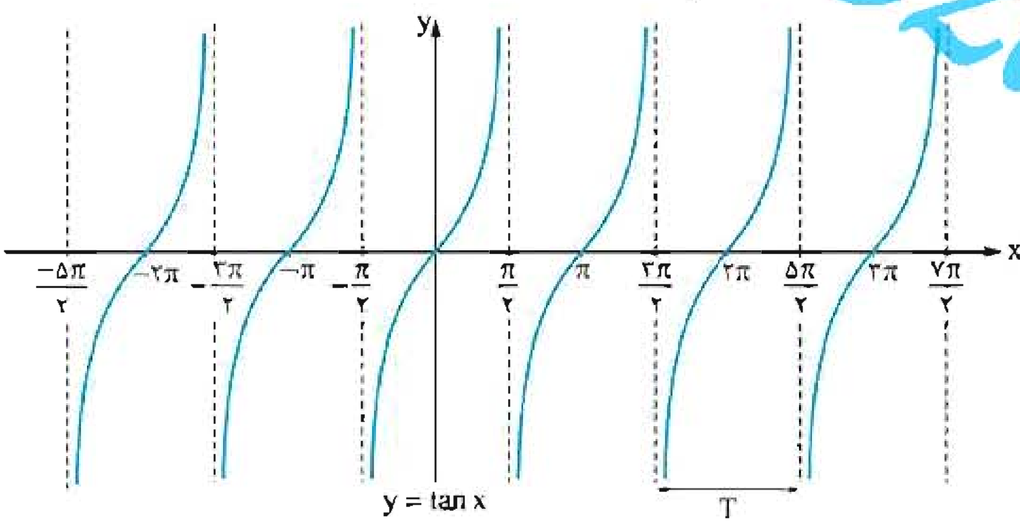


محوری عمودی، مماس بر دایره مثلثاتی و به مبدا نقطه تماس آن (نقطه A) که از دو طرف نامحدود می باشد را محور تانژانت ها می نامند. برای محاسبه تانژانت یک زاویه در دایره مثلثاتی ضلع پایانی زاویه را امتداد می دهیم تا محور تانژانت ها را قطع کند. از مبدا محور تانژانت ها تا نقطه تلاقی (AC) برابر تانژانت آن زاویه است.

نکته: با توجه به دایره مثلثاتی مقایسه مقدار سینوس و تانژانت یک زاویه مطابق جدول زیر است.

ناحیه اول	ناحیه دوم	ناحیه سوم	ناحیه چهارم
$\sin\alpha < \tan\alpha$	$\sin\alpha > \tan\alpha$	$\sin\alpha < \tan\alpha$	$\sin\alpha > \tan\alpha$

۵- نمودار تابع تانژانت:



نمودار تابع تانژانت در ۶ دوره تناوب آن مطابق شکل مقابل است.

نکته: تابع تانژانت در زاویه های $x = k\pi + \frac{\pi}{2}$ تعریف نشده است.

تابع تانژانت در دامنه تعریف آن غیر یکنوا می باشد، اما در هر بازه به شکل $(k\pi - \frac{\pi}{2}, k\pi + \frac{\pi}{2})$ اکیداً صعودی می باشد.

۱- اتحادهای مثلثاتی مجموع دو زاویه:

۱) $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$

۲) $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$

۳) $\tan(\alpha+\beta)=\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta}{۱-\tan\alpha\tan\beta}$

۲- اتحادهای مثلثاتی تفاضل دو زاویه:

۱) $\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$

۲) $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

۳) $\tan(\alpha-\beta)=\dfrac{\tan\alpha-\tan\beta}{۱+\tan\alpha\tan\beta}$

۳- اتحادهای مثلثاتی دو برابر زاویه:

۱) $\sin(۲\alpha)=۲\sin\alpha\cos\alpha$

۲) $\cos(۲\alpha)=\cos^۲\alpha-\sin^۲\alpha$

$\cos(۲\alpha)=۲\cos^۲\alpha-۱=۱-۲\sin^۲\alpha$

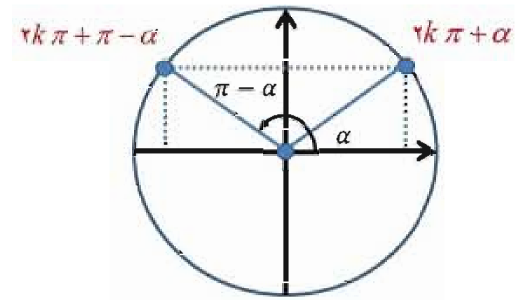
۳) $\tan(۲\alpha)=\dfrac{۲\tan\alpha}{۱-\tan^۲\alpha}$

٤- فرمول های طلایی:

۱) $\cos^۲\alpha=\dfrac{۱+\cos۲\alpha}{۲}$

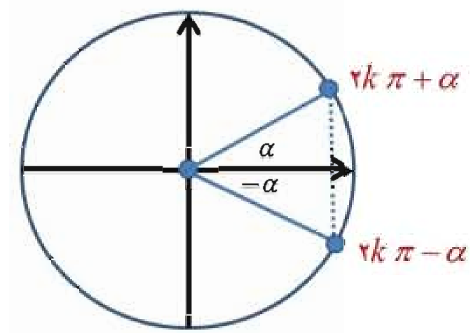
۲) $\sin^۲\alpha=\dfrac{۱-\cos۲\alpha}{۲}$

۵- جواب های کلی معادلات مثلثاتی:



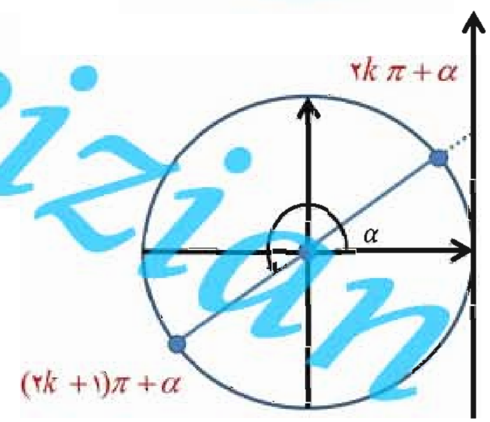
$$\sin x = A \xrightarrow{-۱ \le A \le ۱} \sin x = \sin\alpha \longrightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi+\alpha \\ x = ۲k\pi+\pi-\alpha \end{cases}$$

اگر سینوس های دو زاویه با هم برابر باشند آن دو زاویه یا برابرند یا مکمل هستند.



$$\cos x = A \xrightarrow{-۱ \le A \le ۱} \cos x = \cos\alpha \longrightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi+\alpha \\ x = ۲k\pi-\alpha \end{cases}$$

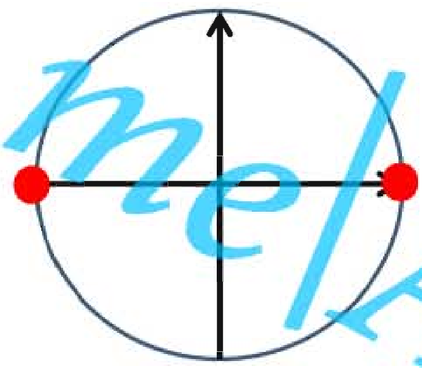
اگر کسینوس های دو زاویه با هم برابر باشند آن دو زاویه یا برابرند یا قرینه هستند.



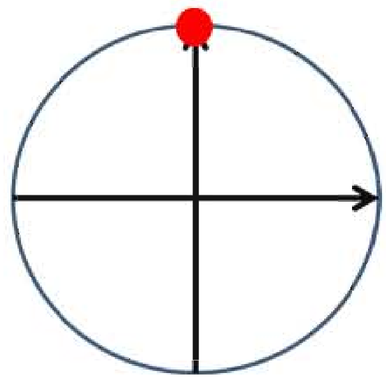
$$\tan x = A \xrightarrow{-۱ \le A \le ۱} \tan x = \tan\alpha \longrightarrow x = k\pi+\alpha$$

اگر تانژانت های دو زاویه با هم برابر باشند آن دو زاویه برابر هستند.

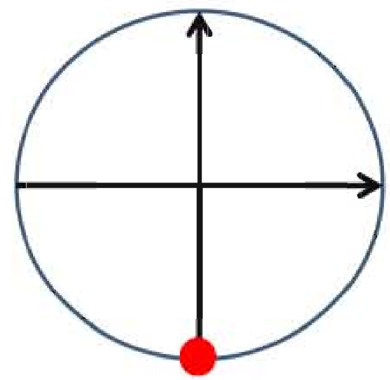
۶- حالت های خاص معادلات مثلثاتی:



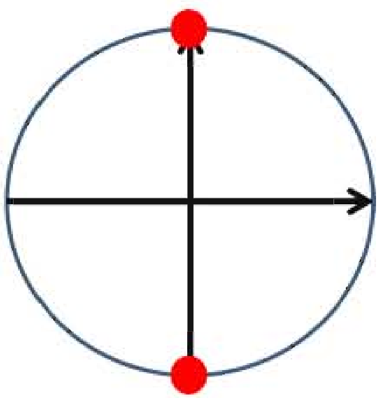
$\sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi$



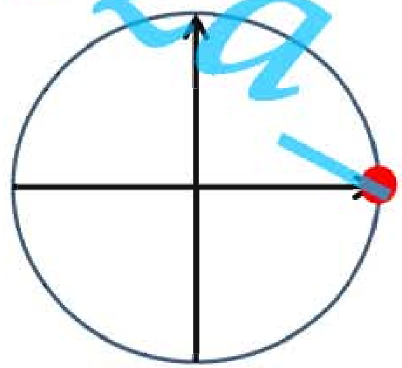
$\sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$



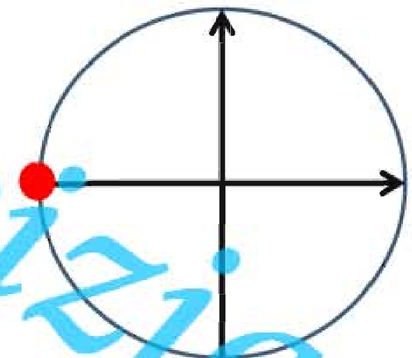
$\sin x = -1 \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$



$\cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}$



$\cos x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi$



$\cos x = -1 \Rightarrow x = 2k\pi + \pi$