

ردم	شماره
۱	۱
	درستی یا نادرستی هر مورد را مشخص کنید: الف) «چهل و سومین رقم اعشار عدد $\sqrt{2}$ برابر ۵ است» یک گزاره‌نما می‌باشد. ب) شرط کافی برای اینکه عددی بر ۲ بخش پذیر گردد آن است که بر ۴ بخش پذیر باشد. پ) گزاره $(p \vee \sim p) \vee (q \vee \sim p)$ هم‌ارز با گزاره $p$ است. ت) ارزش گزاره مرکب «اگر $a \in \{b\}$ آنگاه $a = b$ و برعکس» نادرست است.
۱/۵	۲
	به کمک جدول ارزش‌ها نشان دهید: $\sim(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$
۰/۵	۳
	ابتدا مشخص کنید ارزش گزاره سوری $(\forall n \in \mathbb{N}; (\tau^{2^n} + 1) \in P)$ چیست؟ سپس در جای خالی از میان سورهای $\forall$ یا $\exists$ آنکه مناسب است را قرار دهید تا گزاره $x \in \mathbb{R}; \frac{x^2 - 4}{x - 2} = x + 2$ درست باشد.
۰/۵	۴
	نقیض گزاره زیر را بنویسید: «اگر عددی بر ۶ بخش پذیر باشد آنگاه بر ۲ و ۳ بخش پذیر است.»
۱	۵
	بدون استفاده از جدول ارزش‌ها ثابت کنید گزاره $[(p \vee q) \wedge \sim p] \Rightarrow q$ یک استلزام منطقی است.
۱	۶
	جملات زیر را کامل کنید: الف) اگر $A = \{5\}$ و $B = \{\{5\}, 2, 5\}$ آنگاه $B \dots A$ می‌باشد. ب) $n \in \mathbb{N}$ و $A_n = \{m \in \mathbb{Z} \mid m \geq -n, \tau^m \leq n\}$ می‌باشد. مجموعه $A_4 - A_1$ برابر ..... است.

(ب) مجموعه  $P(P(\emptyset))$  دارای ..... زیرمجموعه می باشد .

(ت) اگر دو عضو از مجموعه  $B$  حذف کنیم تعداد زیرمجموعه های آن  $384$  واحد کم می شود . مجموعه  $B$  ..... زیرمجموعه دو عضوی دارد .

۱ به روش عضوگیری دلخواه ثابت کنید اگر  $A \subseteq B$  آن گاه  $B' \subseteq A'$  .

۱ پاسخ موارد زیر را از درون کمانک انتخاب کنید :

(الف) چند مجموعه مانند  $X$  در رابطه  $X \cup \{1, 2, \dots, 9\} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  صدق می کنند ؟  
(۶۴، ۳۲، ۸)

(ب) آیا مجموعه اعداد حسابی و قرینه آنها افزایی برای  $\mathbb{Z}$  محسوب می شوند ؟ (بله ، خیر)

(پ) مجموعه اعداد طبیعی یک رقمی چند زیرمجموعه دارد که شامل همه مضارب ۳ باشند ؟  
(۶۴، ۱۲۸، ۱۶)

(ت) حاصل  $\binom{100}{1} + \binom{100}{2} + \dots + \binom{100}{100}$  کدام است ؟

( $2^{100} - 2$  ,  $2^{100} - 1$  ,  $2^{100}$ )

۰/۵ محاسبه کنید : مجموعه  $A = \{a, b, c, d, e\}$  چند افزاز دو عضوی دارد ؟

۲ با استفاده از جبر مجموعه ها ثابت کنید :

(الف)  $(A \cap B) - (A \cap C) = A \cap (B - C)$

(ب)  $A \subseteq B \Rightarrow A' \cup B = U$

۰/۵ از احکام زیر چند مورد صحیح می باشند ؟

(الف)  $A \cap B = A \cap C \Rightarrow B = C$

(ب)  $(A - B) - C = A - (B - C)$

(ت)  $A \cup B = A \cap B \Leftrightarrow A = B$

(پ)  $A - B = A \Rightarrow B - A = B$

۱/۵	<p>اگر <math>A = \{x \in \mathbb{Z} \mid  x  \leq 1\}</math> و <math>B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}</math> آنگاه مجموعه <math>(A \times B) - B^2</math> را با اعضاء مشخص کنید. سپس نمودار <math>[1, 4] \times \{2, 3\}</math> را در صفحه مختصات رسم کنید.</p>	۱۲
۰/۵	<p>چنانچه <math>A = \{1, 2, 3, 4, 5\}</math> و <math>A \cap B = \{2, 5\}</math> و <math> (A - B) \times (B - A)  = 6</math>، مجموعه <math>B</math> چند عضو دارد؟</p>	۱۳
۰/۵	<p>پاسخ کوتاه دهید:</p> <p>الف) اینکه «چه تعداد از دانش آموزان کلاس شما به زلزله زدگان کمک کرده اند» مربوط به علم آمار است یا احتمال؟</p> <p>ب) فضای نمونه آزمایش پرتاب یک تاس شامل چند پیشامد است که دارای عدد ۲ باشند؟</p>	۱۴
۱	<p>سکه‌ای را ۴ بار پرتاب می‌کنیم اگر <math>A</math> و <math>B</math> پیشامدهای «حداقل سه بار رو» و «فقط دو بار پشت» باشند این پیشامدها را مشخص نمائید. آیا <math>A</math> و <math>B</math> ناسازگارند؟</p>	۱۵
۱	<p>یک تیم والیبال ۱۴ عضو با قدهای متمایز دارد اگر آن‌ها به تصادف یکی پس از دیگری وارد سالن شوند چقدر احتمال دارد که اولین و آخرین نفر بترتیب کوتاه‌ترین و بلندترین عضو باشند؟</p>	۱۶
۱	<p>اگر <math>A</math> و <math>B</math> و <math>C</math> سه پیشامد در فضای نمونه <math>S</math> باشند برای پیشامد «<math>B</math> رخ ندهد ولی <math>A</math> یا <math>C</math> اتفاق بیفتد» عبارت مجموعه‌ای مناسبی بنویسید و آنرا روی نمودار ون نشان دهید.</p>	۱۷

شماره	موضوع	نمره
۱۸	الف) اگر $p(A) = \frac{1}{3}$ و $p(A' \cup B') = \frac{5}{6}$ آنگاه $p(A' \cup B)$ را بدست آورید.  ب) برای دو پیشامد دلخواه $A$ و $B$ از فضای نمونه $S$ ثابت کنید: $p(A) \leq p(A \cup B)$ .	۲
۱۹	در پرتاب سه تاس با هم احتمال آنرا بیابید که حداقل یکی از سه عدد ظاهر شده زوج بیاید.	۰/۷۵
۲۰	در فضای نمونه $S = \{a, b, c, d\}$ هرگاه $p(\{a, d\}) = \frac{5}{7}$ و $p(\{a, b, c\}) = \frac{17}{35}$ و $b$ و $c$ هم‌شانسی باشند $p(c)$ را بدست آورید.	۱/۲۵
۲۰	موفق باشید	جمع کل

نمره ورقه (به عدد):	به حروف:	نمره تجدید نظر (به عدد):	به حروف:
نام / نام خانوادگی دبیر:	تاریخ / امضا:	نام / نام خانوادگی دبیر:	تاریخ / امضا:

طوری که اینها را در

۶۶

۱)  $A \subseteq B \Rightarrow A \cap B = A \xrightarrow{UA} A \cup (A \cap B) = A \cup A$

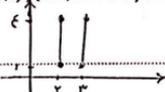
۱) این (درست) است. درستی

$(A \cup A) \cap (A \cup B) = U \Rightarrow A \cup B = U$

۲) درستی (ت) با درستی

- ۱۱) دو مورد
- ۱۲)  $A \times B = \{(-1,1), (-1,2), (0,1), (0,2), (1,1), (1,2)\}$
- $B^c = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2)\}$
- $(A \times B) \cap B^c = \{(-1,1), (-1,2), (0,1), (0,2)\}$

P	q	$P \Rightarrow q$	$\sim(P \Rightarrow q)$	$\sim q$	$P \wedge \sim q$
د	د	د	ن	ن	ن
د	ن	ن	د	د	د
ن	د	د	ن	ن	ن
ن	ن	د	د	د	ن



۱۳)  $|A \cup B| \times |B - A| = 6 \Rightarrow |B - A| = 2 \Rightarrow |B| = 4$

۱۳) با درستی ۳

۱۴) عددی داریم که بر ۶ بخش پذیر است و بر ۲ بخش پذیر است

۱۵)  $2^a = 32$  (ب) این (۱۶)

۱۵)  $[(P \wedge \sim P) \vee (q \wedge \sim P)] \Rightarrow q = 9$

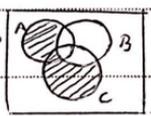
- ۱۵)  $A = \{(ر, ر), (ر, س), (س, ر), (س, س)\}$
- $B = \{(ر, ر), (ر, س), (س, ر), (س, س)\}$

۱۶)  $(q \wedge \sim P) \Rightarrow q = \sim(q \wedge \sim P) \vee q = \sim q \vee P \vee q = (\sim q \vee q) \vee P = T$

۱۶)  $B = \{(ر, ر), (ر, س), (س, ر), (س, س)\}$

۱۷)  $\forall x: [x \in B \Rightarrow x \in A] \Rightarrow B \subseteq A$

۱۷)  $P(A) = \frac{3!}{16!} = \frac{1}{182}$



۱۸)  $(A \cup C) - B$

۱۸)  $\forall x: [x \in B \Rightarrow x \in A] \Rightarrow B \subseteq A$

۱۹)  $P(A \cap B \cap C) = 1 - P(A - B) = \frac{5}{10}$

۱۹)  $\frac{5!}{3!3!} + \frac{5!}{11 \cdot 4!} = 10 + 5 = 15$

۲۰)  $P(A \cap B) = \frac{5}{10} \Rightarrow 1 - P(A \cap B) = \frac{5}{10}$

۲۰)  $(A \cap B) \cap (A' \cup C) = [(\underbrace{A \cap B}_{\emptyset}) \cap (A' \cup C)] \cup [A \cap (B \cap C)] = [A \cap (B \cap C)] = A \cap (B - C)$

۲۱)  $P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$

۲۲)  $P(d) = \frac{1A}{3D} \Rightarrow P(a) + P(d) = \frac{5}{10} \Rightarrow P(a) = \frac{5}{10} - \frac{1}{10} = \frac{4}{10}$

$P(a) + P(b) + P(c) + P(d) = 1 \Rightarrow 2P(b) = \frac{10}{10} \Rightarrow P(b) = \frac{5}{10} \Rightarrow P(b) : P(c) = \frac{5}{10} : \frac{5}{10}$