بانام ویادخدا

مدرس : نسیبه دهنوی

" مقاطع مخروطی "

۱) اندازه قطرهای بزرگ وکوچک یک بیضی تمام ۶ و ۴ است . اگر مرکز بیضی (۱-،۱-) باشد مطلوب است :

الف) فاصله کانونی وخروج از مرکز این بیضی :

ب) مختصات نقاط دو سر قطر کوچک ، قطر بزرگ وکانون های بیضی ؟

۲) در یک بیضی مختصات دو سر قطر بزرگ نقاط (۲و۳-) و(۶و۱) می باشد اگر مختصات یکی از دو سر قطر کوچک نقطه (۴و۱) باشد . طول قطر کوچک ، فاصله کانونی وخروج از مرکز این بیضی را بدست آورید :

Scanned with CamScanner

۳) کانون های یک بیضی نقاط $(۴و۲)$ و $(۴-و۲)$ است.

الف) فاصله کانونی، مختصات مرکز بیضی و معادله قطرهای بزرگ و کوچک بیضی را بنویسید:

ب) اگر $a=۶$ و $b=۵$ باشد اندازه قطر کوچک و خروج از مرکز بیضی را مشخص کنید:

۴) مختصات مرکز و اندازه شعاع هر دایره را پیدا کنید سپس دایره را رسم کنید و محل تقاطع هر دایره با محورهای مختصات را در صورت وجود مشخص کنید:

الف) $x^2+y^2+۴x-۶y-۵=۰$

ب) $(x-۱)^2+(y-۲)^2=۹$

ج) $x^2+y^2-۲x-۴y=۰$

Scanned with CamScanner

۵) دایره‌ای به معادله $x^2 + (y-2)^2 = 5$ روی خط $y = -x + 1$ وتر AB را جدا می‌کند

طول وتر AB را بدست آورید:

۶) اگر خط در نقطه $(-3, 4)$ بر دایره‌ای به مرکز مبدأ مختصات مماس باشد معادله

خط مماس را بنویسید:

۷) مشخص کنید در هر حالت دو دایره نسبت به هم چه وضعی دارند؟

الف) $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 4$ و $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$

ب) $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 13 = 0$ و $x^2 + y^2 - 6x - 4y = -11$

Scanned with CamScanner

۸) وضعیت نقاط $(۲,-۱)$ $(۳,۶)$ $(۰,۰)$ $(۱,۱)$ را نسبت به دایره به معادله

$$x^۲+y^۲-۴x+۶y=۳$$

مشخص کنید:

۹) معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن $(۲,۰)$ و با دایره $x^۲+y^۲-۴x-۶y+۹=۰$ مماس درون باشد.

Scanned with CamScanner

بانام وبادخدا

مدرس : نسیبه دهنوی

"مقاطع مخروطی"

۱) اندازه قطرهای بزرگ و کوچک یک بیضی ناقص ۶ و ۴ است. اگر مرکز بیضی (۱-و۱-) باشد مطلوب است :

$2b=4 \Rightarrow b=2$

$2a=6 \Rightarrow a=3$

الف) فاصله کانونی و خروج از مرکز این بیضی :

$a^2=b^2+c^2 \Rightarrow 9=4+c^2 \Rightarrow c=\sqrt{5}$

$2c=2\sqrt{5}$

$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{5}}{3}$

ب) مختصات نقاط دو سر قطر کوچک ، قطر بزرگ و کانونهای بیضی :

قطر بزرگ: $(-1,2)$ $(-1,-4)$

قطر کوچک: $(-3,-1)$ $(1,-1)$

کانونها: $(-1,-1+\sqrt{5})$ $(-1,-1-\sqrt{5})$

---

۲) در یک بیضی مختصات دو سر قطر بزرگ نقاط (۲و۳-) و (۱و۶) می باشد اگر مختصات یکی از دو سر قطر کوچک نقطه (۱و۴) باشد. طول قطر کوچک، فاصله کانونی و خروج از مرکز این بیضی را بدست آورید :

$2b=2\times2=4$

$2c=2\times2=4$

$e=\frac{c}{a}$

$x_O=\frac{x_A+x_{A'}}{2}=\frac{1-3}{2}=-1$

$y_O=\frac{y_A+y_{A'}}{2}=\frac{4+2}{2}=4$

$\rightarrow O:(-1,4)$

$OB=b=\sqrt{(1+1)^2+(4-4)^2}=2$

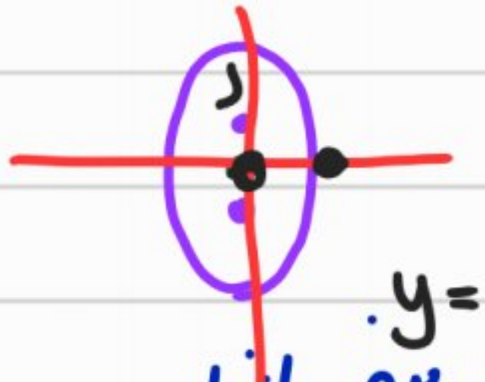
$2a=AA'=\sqrt{(1+3)^2+(4-2)^2}=\sqrt{16+16}=4\sqrt{2}$

$\rightarrow a=2\sqrt{2}$

$a^2=b^2+c^2 \rightarrow 8=4+c^2 \rightarrow c=2$

$e=\frac{2}{2\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$

Scanned with CamScanner



۳) کانون های یک بیضی نقاط $(۲,۴)$ و $(۲,-۴)$ است.

$FF' = ۲c$

الف) فاصله کانونی، مختصات مرکز بیضی و معادله قطرهای بزرگ و کوچک بیضی را بنویسید:

$y=۰$ // ۸ // $۲a=۲$ // $e=\frac{c}{a}=\frac{۴}{۶}=\frac{۲}{۳}$

ب) اگر $a=۶$ باشد اندازه قطر کوچک و خروج از مرکز بیضی را مشخص کنید:

$۲b=?$

$a^۲ = b^۲ + c^۲$

$۳۶ = b^۲ + ۱۶$

$b = ۲\sqrt{۵}$

$۲b = ۴\sqrt{۵}$: اندازه قطر کوچک

$FF' = \sqrt{(۲-۲)^۲ + (-۴-۴)^۲} = ۸ = ۲c \rightarrow c=۴$

$x_O = \frac{x_F + x_{F'}}{۲} = \frac{۲+۲}{۲} = ۲$

$y_O = \frac{-۴+۴}{۲} = ۰$

$\rightarrow O:(۲,۰)$

لیسه دخترونه

---

۴) مختصات مرکز و اندازه شعاع هر دایره را پیدا کنید سپس دایره را رسم کنید و محل تقاطع هر دایره با محورهای مختصات را در صورت وجود مشخص کنید:

$x^۲ + y^۲ + ax + by + c = ۰$

فرم باز

الف) $۱x^۲ + ۱y^۲ + ۴x - ۶y - ۵ = ۰$ $\quad O:\left(-\frac{a}{۲},-\frac{b}{۲}\right)$ $\quad R = \frac{۱}{۲}\sqrt{a^۲+b^۲-۴c}$

$O:(-۲,۳)$ $\quad R = \frac{۱}{۲}\sqrt{۱۶+۳۶-۴(-۵)} = \frac{۱}{۲}\sqrt{۱۶+۳۶+۲۰} = ۳\sqrt{۲}$

$y^۲ - ۶y - ۵ = ۰ \rightarrow y = \frac{۶ \pm \sqrt{۵۶}}{۲}$

$x^۲ + ۴x - ۵ = ۰ \rightarrow x = ۱$, $x = -۵$

فرم بسته

ب) $(x-۱)^۲ + (y-۲)^۲ = ۹$

$x_O = ۱$, $y_O = ۲$, $\rightarrow R^۲$

$O(۱,۲)$, $R = ۳$

$(x-۱)^۲ + ۴ = ۹$

$(x-۱)^۲ = ۵$

$x - ۱ = \pm\sqrt{۵}$

$x = \sqrt{۵}+۱$, $-\sqrt{۵}+۱$

$۱ + (y-۲)^۲ = ۹$

$(y-۲)^۲ = ۸ \rightarrow y - ۲ = \pm\sqrt{۸}$

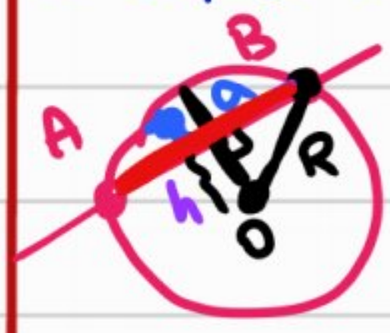
$y = \sqrt{۸}+۲$

$y = -\sqrt{۸}+۲$

ج) $x^۲ + y^۲ - ۲x - ۴y = ۰$

Scanned with CamScanner

۵) دایره‌ای به معادله $x^2+(y-2)^2=5$ وتر AB را جدا می‌کند ضمنی: $x+y-1=0$



$R=\sqrt{5}$ $O:(0,2)$ $y=-x+1$ خط نسبت به

طول وتر AB را بدست آورید:

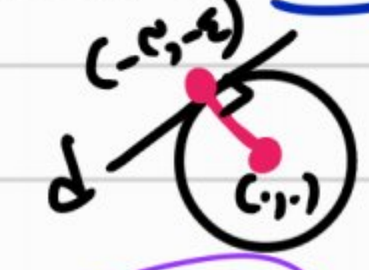
$$h=\frac{|0+2-1|}{\sqrt{1+1}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$R^2=h^2+a^2$$

$$5=\frac{1}{2}+a^2 \rightarrow a^2=5-\frac{1}{2}=\frac{9}{2} \rightarrow a=\frac{3}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$AB=2a=2\times\frac{3\sqrt{2}}{2}$$

۶) اگر خط در نقطه $(-4,-3)$ بر دایره‌ای به مرکز مبدأ مختصات مماس باشد معادله



خط مماس را بنویسید.

$(0,0)$ و $(-4,-4)$ شیب وتر $\frac{-4-0}{-4-0}=1$ شیب عمود بر آن -1 شیب معکوس

$(-3,-4)$ و $a=-\frac{3}{4}$

$y=ax+b$ شیب

$y=-\frac{3}{4}x+b$

$-4=-\frac{3}{4}\times-3+b \rightarrow -4=\frac{9}{4}+b \rightarrow b=-\frac{25}{4}$

$$y=-\frac{3}{4}x-\frac{25}{4}$$

۷) مشخص کنید در هر حالت دو دایره نسبت به هم چه وضعی دارند؟

الف) $x^2+y^2+2x-4y=0$ و $x^2+y^2-2x+4y=20$

$O:(-1,2)$ $O':(1,-2)$

$R=\frac{1}{2}\sqrt{4+16-0}=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{5}=\sqrt{5}$

$R'=\frac{1}{2}\sqrt{4+16+80}=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{5}=3\sqrt{5}$

$OO'=\sqrt{(-2)^2+(4)^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$ خط المرکزین

$R+R'=\sqrt{5}+3\sqrt{5}=4\sqrt{5}$ مماس برون

$|R-R'|=3\sqrt{5}-\sqrt{5}=2\sqrt{5}$ مماس درون

ب) $x^2+y^2+2x+4y-13=0$ و $x^2+y^2-6x-4y=-11$

$O:(-1,-2)$ $O':(3,2)$

$R=\frac{1}{2}\sqrt{4+16+52}=\frac{1}{2}\sqrt{72}=3\sqrt{2}$

$R'=\frac{1}{2}\sqrt{36+16-44}$

$R'=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{2}=\sqrt{2}$

$OO'=\sqrt{(-1-3)^2+(-2-2)^2}=4\sqrt{2}$

$R+R'=3\sqrt{2}+\sqrt{2}=4\sqrt{2}$

یک مماس برون

Scanned with CamScanner

۸) وضعیت نقاط $A(-۲,-۱)$ $(۳,-۶)$ $(۰,۰)$ $(۱,۱)$ رابت به دایره به معادله $x^۲+y^۲-۴x+۶y=۳$

$O:(۲,-۳)$

$R=\frac{۱}{۲}\sqrt{۱۶+۳۶+۱۲}=۴$

$AO=\sqrt{(۳)^۲+(-۱)^۲}=\sqrt{۱۰}=۳/۱۶$ محصر کسید؟

$AO<R$ A درون دایره

وضعیت خط و دایره:

h $ax+by+c=۰$

$O(\alpha,\beta)$

R

h: فاصله مرکز از خط

$h=\frac{|a(\alpha)+b(\beta)+c|}{\sqrt{a^۲+b^۲}}$

$h<R$ متقاطع

$h=R$ مماس

$h>R$ متخارج

$AO=R \rightsquigarrow$ A روی دایره

$AO>R \rightsquigarrow$ A بیرون دایره

$AO\ll R \rightsquigarrow$ A درون دایره نزدیک

۹) معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن $(۲,۰)$ و با دایره $x^۲+y^۲-۴x-۶y+۹=۰$ مماس درون باشد.

$O':(۲,۳)$

$R-R'=OO'$

$OO'=\sqrt{۰^۲+۹}=۳$

$R'=\frac{۱}{۲}\sqrt{۱۶+۳۶-۳۶}=۲$

$R-۲=۳$

$R=۵$

$(x-۲)^۲+(y-۰)^۲=۵^۲$ مرکز O

$x^۲-۴x+۴+y^۲-۲۵=۰$

$x^۲+y^۲-۴x-۲۱=۰$ فرم باز

لیسه دهخدا

$x^۲+y^۲-۲x+۴y-۱=۰$

$O:(۱,-۲)$

$R:\frac{۱}{۲}\sqrt{۴+۱۶+۴}=\sqrt{۴}\approx ۲/۱$

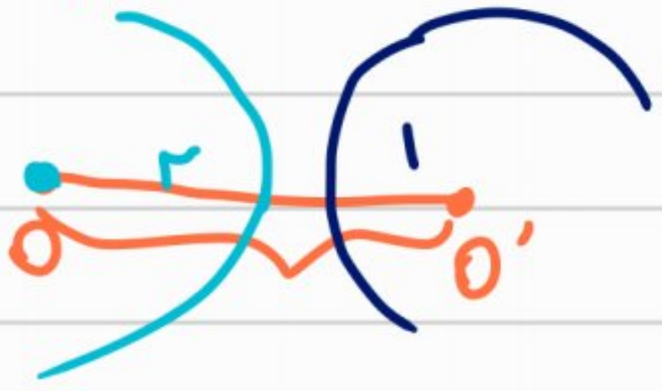
$x^۲+۴x-۲y+۴=۰$

$O':(-۲,۱)$

$R'=\frac{۱}{۲}\sqrt{۱۶+۴-۱۶}=۱$

$OO'=\sqrt{(۱+۲)^۲+(-۲-۱)^۲}=\frac{۳\sqrt{۲}}{۵}=۴/۲۴=۴\times ۱/۰۶$

متقاطع



Scanned with CamScanner