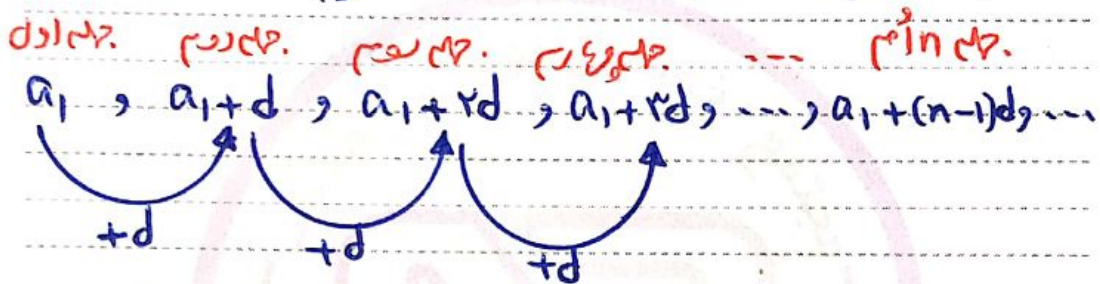


دینالہ حسابی

دینالہ حسابی، دینالہ ارز اعداد کے ہر طبقہ کے (بہ عنوان
 جہادوں) کے اضافہ کرنے کی عادت بہ جہاد قبلی بہ دینالہ
 مقداربات را "اضلاع مشترک" نامہ و در دینالہ حسابی آن را
 با d ثابت مرسوم.

اگر a_1 جہاد اول دینالہ حسابی باشد، داریم:



جہاد n ام دینالہ حسابی از رابطه زیر به دست می آید:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

اضلاع \times (تعداد - 1) مشترک = جہاد اول = جہاد n ام

- ← هر چه را می توان به یک جہاد اول به دست آورد.
- ← همه جہاد در یک ریختی مشترک اند و آن اضلاع مشترک d خواهد بود.

$$d = a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = \dots = a_n - a_{n-1} = \dots$$

دینالہ d . جہاد 3 ام و 2 ام دینالہ ... و 7 و 4 را را بیاید.

$$d = 7 - 4 = 3 \quad \text{اضلاع مشترک} \quad a_1 = 1 \quad \text{جہاد اول}$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_{11} = ?$$

$$\Rightarrow a_{21} = 1 + (21-1) \times 2 = 1 + 20 \times 2 = 41$$

مثال . در یک دنباله حسابی، جمله اول برابر ۵- و اختلاف مشترک برابر ۸ است. کدام جمله در دنباله برابر ۵۵۵ است؟

$$a_1 = -5 \quad d = 8 \quad n = ? \quad a_n = 555$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 555 = -5 + (n-1) \times 8$$

$$\Rightarrow 555 = -5 + 8n - 8$$

$$\Rightarrow 8n = 555 + 5 + 8 =$$

$$n = \frac{568}{8} = 71$$

پس جمله ۷۱ ام دنباله برابر ۵۵۵ است.

تذکره
اگر a_m و a_n جمله m ام و n ام دنباله حسابی

باشند (و آنرا داشته باشیم) در این صورت اختلاف مشترک دنباله از

$$\text{رابطه} \quad d = \frac{a_m - a_n}{m - n} \quad \text{به دست می آید و برای}$$

یافتن جمله اول دنباله می توان از رابطه $a_n = a_1 + (n-1)d$ استفاده کرد.

- توجه کنید که یک دنباله حسابی، زمانی معلوم می شود که

جمله اول و اختلاف مشترک را داشته باشیم.

۱۹/۱۱

مثال - سه لایه و هفتم و نهم یک دنباله حسابی به ترتیب ۹ و ۲۴

مربایند؟
- اختلاف مشترک این دنباله را بیابید.

- جمله اول را بیابید.

- جمله بیستم دنباله را مشخص کنید.

$$a_9 = 9 \quad a_{17} = 24$$

$$d = \frac{a_{17} - a_9}{17 - 9} = \frac{24 - 9}{8} = \frac{15}{8} = d \Rightarrow d = \frac{15}{8}$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \quad a_9 = 9 \Rightarrow 9 = a_1 + (9-1) \times \frac{15}{8}$$

$$\Rightarrow 9 = a_1 + 15$$

$$\Rightarrow a_1 = 9 - 15 \Rightarrow a_1 = -6$$

$$a_{20} = a_1 + (20-1)d = -6 + 19 \times \frac{15}{8} = 19$$

مثال - بازدهی جمله یک دنباله حسابی برابر ۵۲ و جمله نوزدهم آن برابر ۹۲ است. جمله سی و نهم این دنباله را مشخص کنید.

$$d = \frac{92 - 52}{19 - 1} = \frac{40}{18} = \frac{20}{9} = d$$

$$a_{11} = a_1 + (11-1) \times \frac{20}{9} \Rightarrow 52 = a_1 + \frac{200}{9} \Rightarrow a_1 = \frac{268}{9}$$

$$a_{30} = a_1 + (30-1) \times \frac{20}{9} \Rightarrow a_{30} = \frac{268}{9} + 29 \times \frac{20}{9} = \frac{612}{9} = 68$$

مثال ۵۰ در یک دنباله حسابی ۹ جمله و در یک دنباله حسابی ۱۴ جمله ۴۱ و ۹۴ برابر می‌باشند. اختلاف مشترک و جمله بیستم را بیابید.

$$d = \frac{94 - 41}{14 - 9} = \frac{53}{5} = 5$$

$$a_9 = 41 \rightarrow a_9 = a_1 + (9-1) \times 5$$

$$\rightarrow 41 = a_1 + 40 \rightarrow a_1 = 1$$

$$a_{30} = a_1 + (30-1) \times 5 = 1 + 29 \times 5 = 146$$

شرط تشکیل دنباله حسابی:

بین اعداد a ، b و c تشکیل دنباله حسابی برهمنه باشد.

جمع جملات کنار هم مساوی دو برابر جمله وسط باشد یعنی:

$$a + c = 2b$$

می‌توان نوشت $b = \frac{a+c}{2}$ به عبارتی b در این رابطه

واسطه حسابی بین دو عدد a و c می‌باشد.

مثال ۵۱ در دنباله اعداد $0, 12, 24, \dots$ به جای

n چه عددی قرار دهیم تا دنباله حسابی حاصل گردد؟

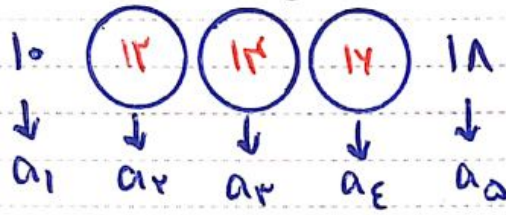
$$\begin{array}{ccc} 12 & n & 0 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ a & b & c \end{array}$$

$$a + c = 2b \Rightarrow 12 + 0 = 2n \Rightarrow n = \frac{12}{2} = 6$$

مثال ۵۲ اگر دنباله زیر حسابی باشد، مقدار n را بیابید.

$$n-1, 2n, n+5, \dots$$

مثال: سه عدد را به ترتیب صوابی اعداد ۱۰ و ۱۸ قرار دهید که یک دنباله حسابی تشکیل دهند.



گام اول: اختلاف مشترک دنباله حسابی را بیابیم:

$$d = \frac{a_m - a_n}{m - n} = \frac{a_5 - a_1}{5 - 1} = \frac{18 - 10}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

$$\Rightarrow a_2 = a_1 + 2 = 10 + 2 = 12$$

$$a_3 = a_2 + 2 = 12 + 2 = 14$$

$$a_4 = a_3 + 2 = 14 + 2 = 16$$

۱۰ و ۱۲ و ۱۴ و ۱۶ و ۱۸ و ...

مجموع جملات دنباله حسابی:

$a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad \dots \quad a_n \quad \dots$

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = ?$$

مجموع n جمله اول دنباله حسابی $(a_1 + a_2 + \dots + a_n)$ را با

S_n نشان می‌دهیم.

برای محاسبه S_n دو رابطه وجود دارد که با توجه به داده‌های مسئله

از یکی از این روابط استفاده می‌کنیم:

۲۰٪

I زمانه جمله اول و اختلاف مشترک را داشته باشیم از رابطه

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

استفاده میکنیم.

II زمانه جمله اول و جمله آخر را داشته باشیم و اختلاف مشترک در صورتی که آن ذکر شده باشد از رابطه

$$S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n)$$

استفاده میکنیم.

مثال - مجموع اعداد طبیعی از ۱ تا ۱۰۰ را بیابید.

$$S_n = 1 + 2 + 3 + \dots + 100 = ?$$

$$n = 100 \quad a_1 = 1 \quad a_{100} = 100$$

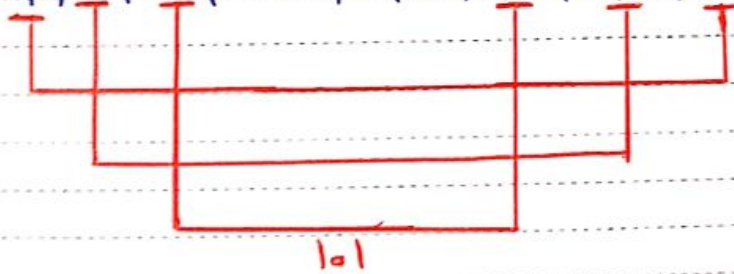
چون جمله آخر معلوم است از رابطه II استفاده میکنیم:

$$S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n)$$

$$S_{100} = \frac{100}{2} (1 + 100) = 50 \times 101 = 5050$$

← البته در اینجا می‌توانیم ۵۰ دسته تشکیل دهیم که جمع هر دسته از اجزای

$$1 + 2 + 3 + \dots + 97 + 98 + 99 + 100 = ?$$



$$50 \times 101 = 5050$$

مثال . مجموع ده جمله اول دنباله حسابی زیر را به دست آورید .

۱ و ۵ و ۹ و ...

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d] \quad d = 5 - 1 = 4$$

$$S_{10} = \frac{10}{2} [2 \times 1 + (10-1) \times 4] = 190$$

مثال . مجموع بیست جمله اول دنباله ... ۳۵ و ۳۱ و ۲۷ و ...

را به دست آورید .
 $d = 31 - 35 = -4$

$$S_{20} = \frac{20}{2} [2 \times 35 + (20-1) \times (-4)] = -40$$

مثال . مجموع سی جمله اول اعداد فرد را به دست آورید .

۱ و ۳ و ۵ و ۷ و ...

$$d = 3 - 1 = 2$$

$$S_{30} = \frac{30}{2} [2 \times 1 + (30-1) \times 2] = 900$$

مثال . مجموع اعداد زوج از ۲ تا ۵۰۰ چقدر است ؟

$$a_1 = 2 \quad d = 2 \quad a_n = 500 \quad n = 250$$

$$S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n)$$

$$S_{250} = \frac{250}{2} (2 + 500) = 125 \times 502 = 42750$$

← تعداد اعداد زوج از ۲ تا ۵۰۰ برابر ۲۵۰ تا ۱ است . اثر این مقدار را

توانیم ذهنی محاسبه کنیم از رابطه $a_n = a_1 + (n-1)d$
مقدار n را بیابیم .

تمرین:

۱. هفتین جمله یک دنباله حسابی برابر ۶۵ و جمله شانزدهم آن برابر ۱۰۵ است. جمله بیست و نهم این دنباله را بدست آورید.

۲. مجموع بیست جمله اول دنباله زیر را بیابید

... ۱۰ و ۷ و ۴

۳. در دنباله حسابی ... ۳۵ و ۸ و ۱۲۵ اعداد ۸ و ۸ را بیابید.

