بسمه‌تعالی

فیزیک ۳

مناسب دانش آموزان دوازدهم رشته ریاضی و تجربی

یادداشت ریاضی (بردارها)

فصل اول: حرکت بر روی خط راست

محتوای جزوه:

آموزش مطالب کتاب به زبان ساده و حل تمامی مسائل و سوالات درسی

و سوالات کنکور و نهایی در این بخش

تهیه شده توسط:

مهدی حسین‌پور- دبیر فیزیک (کارشناس ارشد فیزیک حالت جامد)

تلفن: ۰۹۱۱۴۱۴۲۱۳۵ _ ۰۹۱۱۳۱۴۵۷۳۶

Scanned by CamScanner

بردارها — تجزیه و تحلیل : علی حسن پور — جزوه فیزیک دوازدهم

• بردار : پاره خطی است که دارای اندازه و جهت و راستا (نقطه اثر) باشد.

نکته : جمع ۲ یا چند بردار را برآیند گفته و برداری را معمولاً با حرف $\vec{R}$ نشان میدهند.

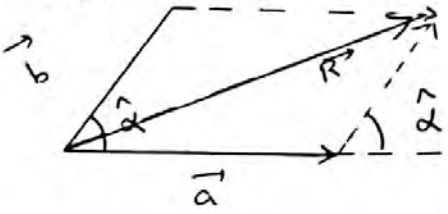
• مجموع دو بردار (برداری برآیند که با $\vec{R}$ نشان داده و برداری است که ابتدای یک بردار را به انتهای بردار دیگر وصل میکند) :

① هرگاه دو بردار هم جهت و هراستا و دارای اندازه‌های متفاوت باشند داریم :

$\vec{a}$ ——→
$\vec{b}$ ——→

$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b}$ ——→

② هرگاه دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ دارای جهات و راستای متفاوت باشند (بردش متوازی الاضلاع) جمع میشوند : (در این حالت برآیند برداری است که ابتدای یک بردار را به انتهای بردار دیگر وصل میکند.)



$\cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha$

$R^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos(\pi - \alpha)$

$\longrightarrow \boxed{R^2 = a^2 + b^2 + 2ab\cos\alpha}$

• حالت های خاص :

الف)

$\alpha = 0 \longrightarrow \cos 0 = 1$

$\Longrightarrow R^2 = a^2 + b^2 + 2ab \longrightarrow R^2 = (a+b)^2 \Longrightarrow \boxed{R = a + b}$

ب)

$\alpha = 90^\circ$ یا $\pi/2 \longrightarrow \cos 90^\circ = 0$

$\Longrightarrow R^2 = a^2 + b^2 \Longrightarrow \boxed{R = \sqrt{a^2 + b^2}}$

ب)

د)

$\alpha = \pi$ یا $180^\circ \longrightarrow \cos 180^\circ = -1$

$R^2 = a^2 + b^2 + 2ab\cos 180^\circ = (a-b)^2 \longrightarrow \boxed{R = a - b}$

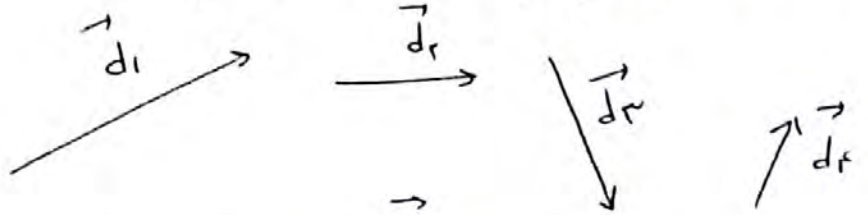
• ت) هرگاه دو بردار مساوی با هم زاویه α با یکدیگر بسازند داریم : $|\vec{a}| = |\vec{b}|$

$R^2 = a^2 + a^2 + 2a^2\cos\alpha = 2a^2(1 + \cos\alpha) = 2a^2 \times 2\cos^2\frac{\alpha}{2}$

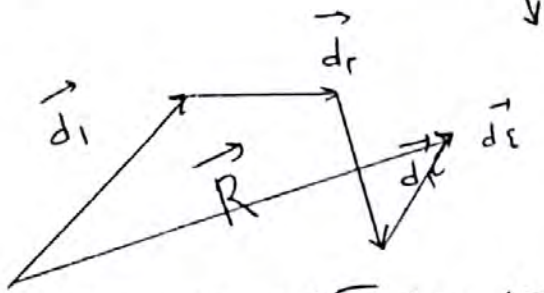
$\Longrightarrow \begin{cases} R = 2a\cos\frac{\alpha}{2} \\ R = 2b\cos\frac{\alpha}{2} \end{cases}$

Scanned by CamScanner

نکته: برای جمع بیش از دو بردار، ابتدا بردار اول را همگ؛ بردار اول هم از انتهای بردار اول بردار دوم را همگ هم و الی آخر و در نهایت ابتدای بردار اول را به انتهای بردار آخر وصل می‌کنیم. (مثال) با توجه به شکل جمع بردارها را بدست آورید.



حل:



نکته: هرگاه دو بردار مساوی با هم زاویه ۱۲۰° بسازند برآیند دو بردار برابر اندازه‌ی هر یک از بردارهاست.

نکته: اگر دو بردار مساوی با هم عمود باشند ($\alpha = 90°$) بردار برآیند $\sqrt{2}$ برابر هر یک از بردارهاست.

نکته: اگر دو بردار مساوی با هم زاویه‌ی ۶۰° بسازند اندازه‌ی بردار برآیند $\sqrt{3}$ برابر هر یک از بردارهاست.

نکته: با افزایش زاویه‌ی بین دو بردار اندازه‌ی برآیند کاهش و با اندازه‌ی تفاضل افزایش می‌یابد.

نکته: هرگاه دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ دسته بکم باشند: $|a-b| \le R \le a+b$

• مثال: برآیند دو بردار ۵ و ۷ واحدی کدامیک از گزینه‌های زیر است؟

۱) ۱۳ ۲) ۱۲ ۳) ۱۳ ۴) ۱۵

حل:

$$|7-5| \le R \le 7+5$$
$$\longrightarrow 2 \le R \le 12$$

• مثال: برآیند کدام دسته از بردارهای زیر ممکن است صفر شود؟

۱) ۲، ۶، ۱۰ ۲) ۴، ۸، ۱۲ ۳) ۶، ۸، ۱۳ ۴) ۶، ۶، ۱۲

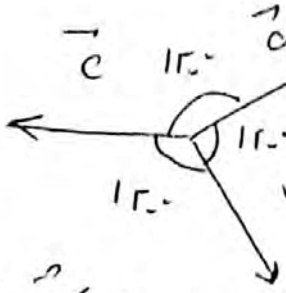
حل: برای آنکه برآیند سه بردار $\vec{a}$، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ صفر شود باید:

$$\begin{cases} |a| > |b-c| \\ |b| > |a-c| \\ |c| > |a-b| \end{cases}$$

Scanned by CamScanner

تقسیم و تنظیم: محمد حسن پور - (برداری) - جزوه فیزیک دوازدهم

نکته: هرگاه سه بردار مساوی در صفحه، هم زاویه‌ی ۱۲۰° با هم زنند برآیند آن‌ها صفر خواهد شد.

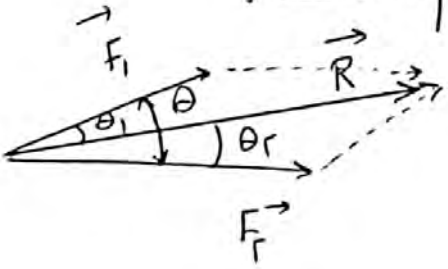


$|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| \Longrightarrow R = 0$

نکته: هرگاه ۶ بردار مساوی در صفحه زاویه‌ی ۶۰° با هم داشته باشند باز هم برآیند صفر می‌شود.

نکته: هرگاه ۵ بردار که ۷۲° در صفحه با هم زاویه دارند و اندازه‌ی آن‌ها با هم برابر است باز هم برآیند آن‌ها صفر خواهد شد.

نکته: (روش سینوس‌ها) اگر زاویه‌ی بین بردار برآیند و F_1 را با θ_1 و زاویه‌ی بین بردار برآیند و F_2 را با θ_2 نشان دهیم روابط مثلثی زیر را همواره خواهیم داشت:

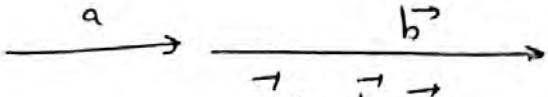


$$\frac{R}{\sin\theta} = \frac{F_1}{\sin\theta_2} = \frac{F_2}{\sin\theta_1}$$

- تفاضل (تفاضل $\vec{R'}$) دو بردار:

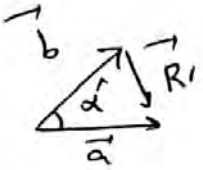
برداری است که سرهای دو بردار یا انتهای دو بردار را به هم وصل می‌کند.

الف) هرگاه دو بردار هم‌راستا و در جهات مختلف باشند (هم جهت باشند) داریم:



$$\vec{R'} = \vec{b} - \vec{a}$$

ب) هرگاه دو بردار هم‌راستا و هم جهت باشند داریم:



$$R'^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha$$

- حالت‌های خاص: (۱)

$\alpha = 0 \longrightarrow \cos\alpha = 1$

$\longrightarrow R'^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos 0 = (a-b)^2$

$$\longrightarrow |R'| = |a-b|$$

Scanned by CamScanner

جزوه فیزیک دوازدهم - بردارها - تقسیم و تصاعد: محمد حسین پور

ب)
$$\alpha = 180^\circ \longrightarrow \cos 180^\circ = -1 \longrightarrow R'^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos 180^\circ$$
$$= (a+b)^2 \longrightarrow \boxed{R' = a+b}$$

پ)
$$\alpha = 90^\circ \longrightarrow \cos 90^\circ = 0 \Rightarrow R'^2 = a^2 + b^2$$
$$\therefore \alpha = 90^\circ \longrightarrow R = R' = \sqrt{a^2+b^2}$$

ت) هرگاه دو بردار مساوی با هم زاویه‌ی α با هم بسازند داریم:
$$\begin{cases} R' = 2a\sin\frac{\alpha}{2} \\ \text{یا } R' = 2b\sin\frac{\alpha}{2} \end{cases}$$

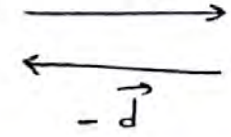
نکته: نسبت جمع به تفاضل دو بردار مساوی:
$$\frac{R}{R'} = \frac{2a\cos\frac{\alpha}{2}}{2a\sin\frac{\alpha}{2}} = \cot\frac{\alpha}{2} \quad \text{یا} \quad \boxed{\frac{R'}{R} = \tan\frac{\alpha}{2}}$$

• بخش‌نامه ص ۹۱) زاویه‌ی بین دو بردار هم‌اندازه ۵۳° است. بزرگی برآیند دو بردار چند برابر بزرگی تفاضل آن دو بردار است؟ ($\cos 53^\circ = 0.6$)

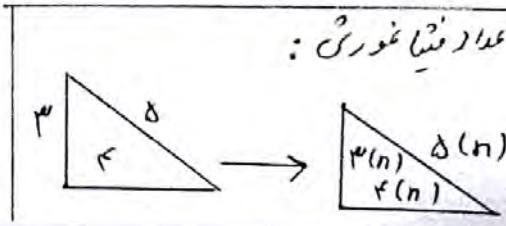
۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{3}{4}$ ۳) $\frac{4}{3}$ ۴) 2

حل:
$$\begin{cases} R = \sqrt{a^2+b^2+2ab\cos\alpha} \\ R' = \sqrt{a^2+b^2-2ab\cos\alpha} \end{cases}$$
$$\begin{cases} R = \sqrt{2a^2(1+\cos\alpha)} \\ R' = \sqrt{2a^2(1-\cos\alpha)} \end{cases}$$
$$\Longrightarrow \frac{R}{R'} = \sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}} = \sqrt{\frac{1+0.6}{1-0.6}} = \sqrt{\frac{1.6}{0.4}} = \sqrt{4} = 2$$

• بردار قرینه: هرگاه بردارهایی مانند $\vec{d}$ داشته باشیم بردار قرینه‌ی $\vec{d}$ ($-\vec{d}$) برداری است هم‌اندازه، هم‌راستا با بردار اولیه و لی جهت آن مخالف بردار اولیه است.

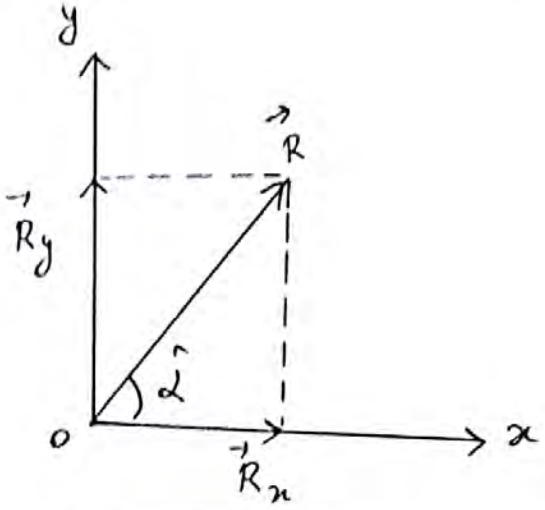


• اعداد فیثاغورثی:



Scanned by CamScanner

• تجزیه ی یک بردار در راستای قائم و افق :



$\cos\alpha = \frac{R_x}{R} \rightarrow R_x = R\cos\alpha$ ①

مولفه با همنه افق

$\sin\alpha = \frac{R_y}{R} \rightarrow R_y = R\sin\alpha$ ②

مولفه عمودی یا قائم

$\tan\alpha = \frac{R_y}{R_x}$ ③ ، $R^2 = R_x^2 + R_y^2$ ④

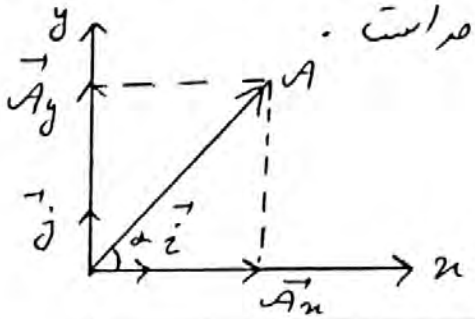
• مثال. ذره ای روی خط $y = x - 1$ با سرعت ثابت $10\ m/s$ در حال حرکت است مولفه ی افق و قائم سرعت را حساب کنید. حل :

$\begin{cases} y = x - 1 \\ y = ax + b \end{cases} \rightarrow$ شیب خط $= \tan\alpha = 1 = \tan 45^\circ \rightarrow \alpha = 45^\circ$

$\begin{cases} v_x = v\cos 45^\circ = 10 \times \sqrt{2}/2 = 5\sqrt{2}\ m/s \\ v_y = v\sin\alpha = 10 \times \sqrt{2}/2 = 5\sqrt{2}\ m/s \end{cases}$

• تمرین. ذره ای با سرعت ثابت $10\ m/s$ در امتداد خط $y = 2x + 1$ حرکت می کند مولفه های افق و قائم سرعت را حساب کنید. حل :

• بردارهای یکه : بردارهایی هستند بطول واحد که بردار یکه روی محور x را با $\vec{i}$ و روی محور y را هم $\vec{j}$ نشان میدهیم و اندازه ی آن برابر 1 واحد است.



$|\vec{i}| = |\vec{j}| = 1$

$\begin{cases} \vec{i}\cdot\vec{j} = 0 \\ \vec{i}\cdot\vec{i} = 1 \end{cases}$

Scanned by CamScanner

• نکته: هر بردار در صفحه را می‌توان بصورت برداری تکی بصورت زیر نشان داد:

$$\begin{cases} \vec{A}_x = A_x\vec{i} \\ \vec{A}_y = A_y\vec{j} \end{cases} \longrightarrow \vec{A} = A_x\vec{i} + A_y\vec{j} \;,\; \tan\alpha = \frac{A_y}{A_x}$$

• نکته: هنگام دو بردار $\vec{A}$ و $\vec{B}$ بصورت زیر دستشان را بشمار داریم:

$$\begin{cases} \vec{A} = A_x\vec{i} + A_y\vec{j} \\ \vec{B} = B_x\vec{i} + B_y\vec{j} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \vec{A}+\vec{B} = (A_x+B_x)\vec{i} + (A_y+B_y)\vec{j} \\ \vec{A}-\vec{B} = (A_x-B_x)\vec{i} + (A_y-B_y)\vec{j} \end{cases}$$

• تمرین ریاضی ۹۰) برآیند دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ با بردار $\vec{a}$ زاویه‌ای 60° و با بردار $\vec{b}$ زاویه‌ای 90° می‌سازد. اگر اندازه بردار $\vec{a}$ ۱۰ واحد و اندازه برآیند ۵ واحد باشد زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ چند درجه است؟

۱) 30° ۲) 90° ۳) 120° ۴) 150°

• تمرین ریاضی ۹۲) سه نیروی $\vec{F}_1$، $\vec{F}_2$ و $\vec{F}_3$ دو به دو با هم زاویه 120° می‌سازند اگر اندازه نیروها به ترتیب ۵، ۱۰ و ۱۵ نیوتن باشد برآیند آنها چند نیوتن است؟

۱) صفر ۲) ۵ ۳) $5\sqrt{3}$ ۴) ۱۰

• تمرین ریاضی ۹۳) مجموع دو بردار $\vec{A} = 9\vec{i} + 12\vec{j}$ بردار $\vec{B}$ در جهت مثبت محور y و هم اندازه با بردار $\vec{A}$ است. بزرگی $\vec{A}-\vec{B}$ کدام است؟

۱) ۹ ۲) $9\sqrt{2}$ ۳) $9\sqrt{3}$ ۴) $9\sqrt{5}$

• تمرین فوق‌الگو با پاسخ خیلی دارد ۹۴)

دو بردار هم اندازه با کدام زاویه 74° می‌سازند نسبت بزرگی برآیند آنها به بزرگی تفاضل آنها چقدر است؟ ($\sin 37^\circ = 0/6$)

۱) ۱ ۲) $\frac{3}{4}$ ۳) $\frac{4}{3}$ ۴) ۰/۸

Scanned by CamScanner

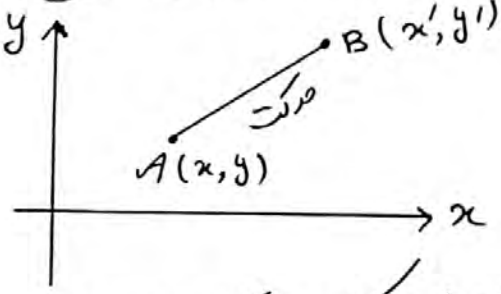
جزوه فیزیک دوازدهم - حرکت بر روی خط راست - فصل اول - تهیه و تنظیم: حسین پور

مکانیک
1. سینماتیک
2. دینامیک

1. سینماتیک: بخشی از مکانیک بود که درباره‌ی حرکت اجسام و چگونگی آنها بدون ذکر علت بحث می‌کند.

2. دینامیک: قسمتی از مکانیک است که رابطه‌ای بین حرکت اجسام و نیروهایی که آن حرکت را ایجاد کرده بحث می‌کند.

تعریف حرکت (motion): اگر مکان ذره‌ای یا بطور کلی مختصات ذره‌ای نسبت به نقطه‌ای که آغاز مبدأ می‌نامیم با زمان تغییر کند آن ذره در حرکت است.



حرکت از نظر ابعاد
1. حرکت یک بعدی (حرکت بر روی خط راست)
2. حرکت دو بعدی (حرکت در صفحه)
3. حرکت سه بعدی (حرکت در فضا)

نکته: ساده‌ترین حرکت، حرکت بر روی خط راست بود. که در این فصل مورد بررسی قرار میدهیم.

تذکر: مبحث حرکت شناسی از این لحاظ حائز اهمیت است که در مهندسی و خودروسازی و حتی پزشکی، پزوهشگران برای یافتن رگ مسدود به نحوه حرکت خون در رگ‌ها توجه دارند.

Scanned by CamScanner

مکان: نقطه‌ای است که جای جسم را مشخص می‌کند.

بردار مکان: برداری که از مبدأ مختصات به جای جسم وصل می‌شود.

مسیر حرکت: مجموعه‌ی نقاطی که متحرک بین نقاط ابتدایی و انتهایی حرکت طی کرد، و راست و به اندازه‌ی طول مسیر حرکت، مسافت می‌گوییم.

سوال) الف) مسافت و جابجایی را تعریف کنید.

ب) مشخص کنید، هر کدام چه نوع کمیتی می‌باشد؟

پاسخ: الف) مسافت طول مسیری است که در زمان حرکت طی می‌شود.

جابجایی برداری است که نقطه‌ی شروع حرکت را به نقطه‌ی پایان حرکت وصل می‌کند.

ب) مسافت کمیت نرده‌ای و جابجایی برداری می‌باشد.

تذکر: مسافت طول مسیر پیموده شده بدون در نظر گرفتن جهت بود. ولی جابجایی کوتاه‌ترین مسیر، خطی است که از ابتدا به انتها رسم می‌شود.

تذکر: بردار جابجایی به مبدأ مختصات بستگی نداشته و تغییر نمی‌کند و به ابتدا و انتهای حرکت جسم بستگی دارد.

تذکر: مسافت همواره بزرگتر یا مساوی اندازه‌ی جابجایی است و در صورتی که متحرک تغییر جهت ندهد مسافت و جابجایی برابرند. $(\Delta x = d)$ $L >$

تندی متوسط و سرعت متوسط را تعریف کرده و رابطه‌ی آنها را بنویسید:

تندی متوسط، نسبت مسافت طی شده به مدت زمان حرکت بود، و کمیت نرده‌ای است و رابطه‌ی آن بصورت:

$$\text{تندی متوسط} = \frac{\text{مسافت طی شده}}{\text{مدت زمان}} \quad \therefore \quad \boxed{S_{av} = \frac{L}{\Delta t} \left(\frac{m}{s}\right)}$$

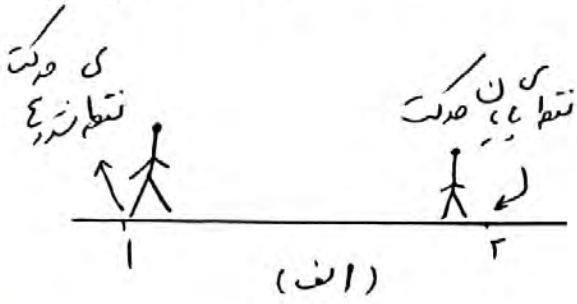
Scanned by CamScanner

سرعت متوسط: نسبت جابجایی متحرک به مدت زمان حرکت بود، و کمیتی برداری است:

$$\text{سرعت متوسط} = \frac{\text{جابجایی}}{\text{مدت زمان}} \Rightarrow \vec{V}_{av} = \frac{\vec{d}\longrightarrow}{\Delta t\longrightarrow} \left(\frac{m}{s}\right)$$

تذکر: واحد تندی متوسط و سرعت متوسط یکی بود، و واحد آنها در SI متر بر ثانیه $\left(\frac{m}{s}\right)$ می باشد.

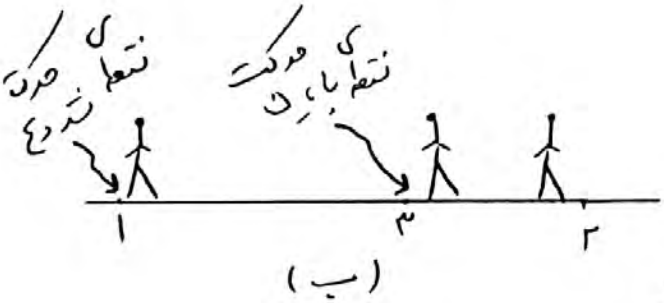
(پرسش ۱ - از کتاب درسی)



(الف)

۱- شکل الف شخصی را در حال پیاده روی در راستای خط راست و بدون تغییر جهت از مکان ۱ به مکان ۲ نشان میدهد. مسیر حرکت و بردار جابجایی شخص را مشخص و اندازه ی بردار جابجایی را با مقیاس مناسب رسم کنید.

حل: در این حالت جابجایی و مسافت طی شده با هم برابرند چون متحرک تغییر جهت نداده است.



(ب)

۲- شخص پس از رسیدن به مکان ۲، برمی گردد و روی همان مسیر به مکان ۳ می رود (شکل ب). مسیر حرکت و بردار جابجایی شخص را در این شکل مشخص و اندازه ی بردار جابجایی را با مقیاس طی شده مناسب رسم کنید.

حل: چون شخص برگشته، اندازه جابجایی کمتر از مسافت پیموده است. در این حالت شخص برگشته پس مسافت و جابجایی یکسان نیستند در حدود دلخواه جهت جابجایی ها یکسان ولی اندازه ی جابجایی ها فرق می کند.

Scanned by CamScanner

۳- شکل پ مسیر حرکت ماه به دور زمین را نشان میدهد. وقتی ماه در جهت نشان داده شده در شکل از مکان ۱ به مکان ۲ می رود مسیر حرکت و بردارهای جابجایی آن را روی شکل مشخص و اندازه بردارهای جابجایی آنها را با مساحت پیوند شده مقایسه کنید.

حل: مساحت قسمتی از محیط دایره، از نقطه‌ای ۱ به نقطه‌ای ۲ در جهت پادساعتگرد است ولی جابجایی برداریست که نقطه‌ای ۱ را به نقطه‌ای ۲ بطور مستقیم وصل می‌کند.

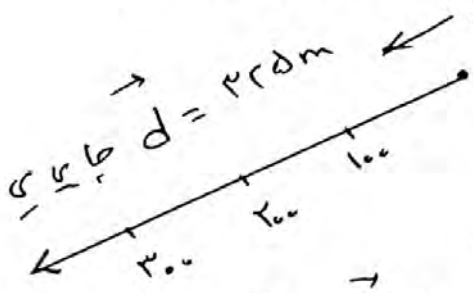
در مسیرهای منحنی شکل مساحت همیشه بیشتر از اندازه‌ی جابجایی است.

مساحت قسمتی از محیط دایره بود، اما جابجایی پاره خطی است که نقطه‌ای ۱ را به ۲ وصل می‌کند (وتر دایره).

فعالیت ۱-۱ (کتاب) با توجه به شکل کتاب که به کمک یک نرم افزار نقشه‌یاب (مثلا Google map) مکان خانه و مدرسه‌تان را مشخص می‌کند. مساحت و اندازه جابجایی را تعیین کنید.

مثال ۱-۱) با توجه به فعالیت فوق تندی متوسط و سرعت متوسط را بدست آورید.

حل:



مسافت $L = 550\,m$

حل: مثال) سرعت متوسط $\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t} = \frac{225}{420} = 0/534\,\frac{m}{s}$

تندی متوسط $S_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{550}{420} = 1/31\,\frac{m}{s}$

تذکر: زمان خانه تا مدرسه یکسان و برابر $\Delta t = 7\,min = 420\,s$ و جهت جابجایی و سرعت متوسط مهم نیست.

Scanned by CamScanner

نکته : هرگاه واحد سرعت متوسط یا تندی متوسط به صورت ($\frac{km}{h}$) (کیلومتر بر ساعت) باشد برای تبدیل آن به $\frac{m}{s}$ آن عدد را بر ۳٫۶ تقسیم می کنیم :

$$V = ۷۲ \frac{km}{h} = \frac{۷۲}{۳٫۶} = ۲۰ \frac{m}{s}$$

$$\frac{km}{h} \Rightarrow \frac{۱۰۰۰m}{۳۶۰۰s} \Rightarrow \frac{۱}{۳٫۶}(\frac{m}{s})$$

$$V = ۳۶ \frac{km}{h} = \frac{۳۶}{۳٫۶} = ۱۰ m/s \quad , \quad V = ۱۸ \frac{km}{h} = ۵ m/s$$

پرسش ۱-۲) در چه صورت اندازه ی سرعت متوسط یک متحرک با تندی متوسط آن برابر است ؟

حل : در صورتی که مسافت پیموده شده و جابجایی متحرک در زمانهای یکسان برابر باشند. و این در صورتی امکان پذیر است که متحرک بر روی مسیر خط راست حرکت کند و جهت متحرک تغییر نکند.

سوال) آیا امکان دارد اندازه ی سرعت متوسط از تندی متوسط بیشتر باشد ؟

حل : خیر، چون مسافت همواره مساوی یا بزرگتر از جابجایی بوده، در یک بازه زمانی معین تندی متوسط هم مساوی یا بیشتر از سرعت متوسط می باشد.

سوال) درست یا نادرست بودن جملات زیر را تعیین کنید :

الف) طول یک مسیر را مسافت گوئیم. ⇐ درست

ب) بردار جابجایی یک جسم به مسیر حرکت بستگی دارد. ⇐ نادرست

پ) بردار جابجایی یک جسم به مبدأ مختصات بستگی دارد. ⇐ نادرست

ت) بردار جابجایی ، پاره خطی است که مکان آغازین را به مکان پایانی متصل می کند.

ث) بردار جابجایی یک جسم ، اطلاعاتی در مورد مسیر حرکت آن در اختیار ما قرار نمی دهد.

ج) بردار جابجایی یک جسم در یک مسیر بسته همواره صفر است.

حل : ت) درست ، ث) نادرست ، ج) درست

Scanned by CamScanner

جزوه فیزیک دوازدهم - حرکت بردار خطا راست - فصل اول - تهیه و تنظیم: محمد حسن پور

سوال) حرکت و سکون یک امر نسبی هستند. یعنی چه؟

حل: حرکت نسبی است به این صورت که وقتی ما یک حرکت را بیان می‌کنیم در واقع داریم موقعیت آن نسبت به یک مرجع را آدرس میدهیم و در واقع حرکت تغییر موقعیت نسبت به یک مرجع است و رایج‌ترین مرجع کره‌ی زمین یا چیزهایی که نسبت به کره زمین ثابت هستند است. هم نسبت به یک چیزی حرکت می‌کند و یک ساکن مطلق نداریم. مثلاً فرد داخل قطار نسبت به قطار ساکن است ولی نسبت به فرد توی ایستگاه با همان سرعت قطار در حال حرکت است.

سوال) در چه صورتی گوییم ذره‌ای در یک بازه‌ی زمانی در حرکت است؟

حل: در صورتی که مختصات مکانی آن ذره طی گذشت زمان تغییر کند.

مسأله) اتومبیل در مدت $40s$ یک بار محیط دایره‌ای به شعاع $40cm$ را طی می‌کند. الف) در مدت $30s$ مسافت و جابجایی این اتومبیل را حساب کنید. ب) در مدت $30s$ تندی متوسط اتومبیل چند $\frac{m}{s}$ است؟ ج) در مدت $30s$ سرعت متوسط اتومبیل چند $\frac{m}{s}$ است؟ ($\pi = 3$)

حل: وقتی اتومبیل در مدت $40s$ یک دور محیط دایره را طی می‌کند یعنی:

الف) محیط دایره $= 2\pi r = 2 \times 3 \times 40 = 240m$

مسافت در مدت $30s$ $L = \frac{3}{4} \times 240 = 180m$

جابجایی در مدت $30s$ $d = \sqrt{40^2 + 40^2} = 40\sqrt{2}m$

ب) $\bar{s} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{180}{30} = 6 m/s$

ج) $\bar{v} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{40\sqrt{2}}{30} = \frac{4\sqrt{2}}{3} m/s$

Scanned by CamScanner

فیزیک دوازدهم - حرکت بر روی خط راست - فصل اول - تهیه و تنظیم: محمد حسین پور

سوال) جهت بردار سرعت متوسط هم جهت با .... است و زمانی که متحرک به مبدأ حرکت خود باز می‌گردد، سرعت متوسط ..... است.

حل: هم جهت با بردار جابجایی - صفر

نکته: وقتی می‌گوییم مبدأ یعنی ← 0

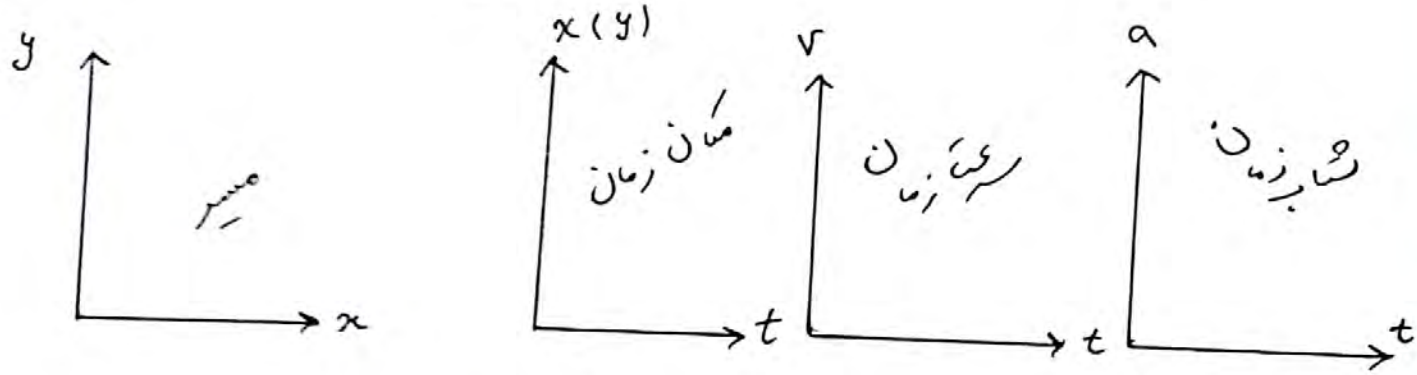
وقتی می‌گوییم مبدأ مکان یعنی ⇐ $x=0$

وقتی می‌گوییم مبدأ زمان یعنی ⇐ $t=0$

وقتی می‌گوییم مبدأ سرعت یعنی ⇐ $V=0$

وقتی می‌گوییم مبدأ شتاب یعنی ⇐ $a=0$

نکته مهم: نمودارهای صحبت حرکت بصورتهای زیر می‌باشد:



تذکر: در (x,t) ⇐ جسم روی محور x حرکت افقی دارد.

و در (y,t) ⇐ جسم روی محور y حرکت عمودی یا قائم دارد.

نکته مهم: وقتی می‌گوییم در لحظه‌ی $2s$ ⇐ $t=2$

در اولین ثانیه ⇐ از صفر تا ۱

دومین سه ثانیه ⇐ از ۳ تا ۶

سومین ثانیه ⇐ از ۲ تا ۳

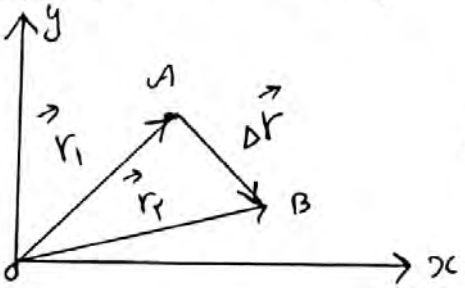
چهارمین دو ثانیه ⇐ از ۶ تا ۸

ثانیه دوم ⇐ از ۱ تا ۲

پنج ثانیه اول ⇐ از صفر تا ۵ . ۱۳

Scanned by CamScanner

بردار مکان: برداری است که مبدأ را در هر لحظه به مکان ذره وصل می کند. مطابق شکل اگر $\vec{r}_1$ و $\vec{r}_2$ بردارهای مکان در لحظات (t_1, t_2) باشند $\Delta\vec{r}$ بردار تغییر مکان بوده و داریم:



$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

تذکر: بردار تغییر مکان (جابجایی) برداری است که مبدأ حرکت را به معقصد حرکت وصل می کند.

تذکر: اگر بردارهای مکان و تغییر مکان را برحسب $\vec{i}$ و $\vec{j}$ بنویسیم داریم:

$$\begin{cases} \vec{r}_1 = A_x\vec{i} + A_y\vec{j} \\ \vec{r}_2 = B_x\vec{i} + B_y\vec{j} \end{cases} \Rightarrow \Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (B_x - A_x)\vec{i} + (B_y - A_y)\vec{j}$$

$$|\Delta\vec{r}| = \sqrt{(B_x - A_x)^2 + (B_y - A_y)^2}$$

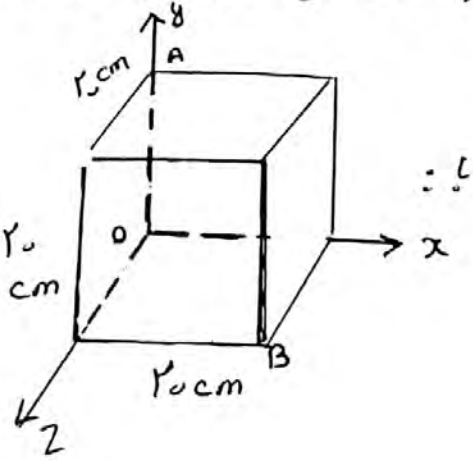
• تمرین) بردار مکان نقاط $A\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$ و $B\begin{pmatrix}5\\1\end{pmatrix}$ را رسم کرده و آنها را برحسب بردارهای یکه بنویسید، سپس بردار تغییر مکان و اندازه و جهت آنرا پیدا کنید.

حل:

Scanned by CamScanner

مثال) در شکل مقابل، متحرکی با حرکت بر روی سطوح جانبی یک مکعب توپر به ضلع ۲۰ cm، خود را از نقطه‌ی A به نقطه‌ی B می‌رساند. الف) اندازه بردارهای مکان و اندازه‌ی جابجایی متحرک در این تغییر مکان چند cm است؟

ب) اگر در لحظه‌ی $t=0$ متحرک در نقطه‌ی A و در لحظه‌ی $t=10s$ در نقطه‌ی B وارد شده باشد سرعت متوسط متحرک چقدر است؟



حل: الف) بردارهای مکان $\vec{A}$ و $\vec{B}$ به ترتیب برابرند با:

$$\vec{OA} = 20\,cm, \quad \vec{OB} = 20\sqrt{2}\,cm$$

بردار جابجایی:

$$AB = \sqrt{20^2 + (20\sqrt{2})^2}$$

$$AB = 20\sqrt{3}\,cm$$

ب) سرعت متوسط:

$$\bar{V} = \frac{AB}{\Delta t} = \frac{20\sqrt{3}}{10} = 2\sqrt{3}\,\frac{cm}{s}$$

مثال) متحرکی در لحظه‌ی $t_1=3s$ در مکان $x_1 i$ و در لحظه‌ی $t_2=8s$ در مکان $-10i$ قرار دارد اگر بردار سرعت متوسط آن $+10i$ باشد x_1 را بدست آورید.

حل:

$$\vec{V} = \vec{V}_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\vec{i} \Rightarrow +10i = \frac{\Delta x}{5} i$$

$$\rightarrow \Delta x = 50m \rightarrow \Delta x = x_2 - x_1$$

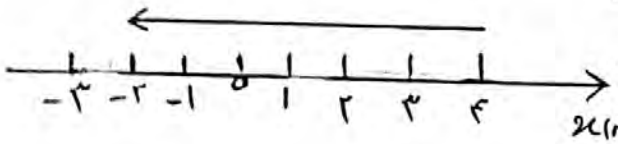
$$\rightarrow 50 = -10 - x_1 \rightarrow x_1 = -60m$$

سوال) سرعت متوسط و جابجایی یک متحرک از نظر علامت نسبت به هم چگونه هستند؟

حل: چون زمان کمیتی نرده‌ای و مثبت است، طبق رابطه‌ی $\bar{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ بردارهای سرعت و جابجایی هم جهت‌اند. هم چنین در حرکت روی خط راست بردارهای مکان و جابجایی هر راستا هستند ولی ممکن است هم جهت نباشند.

Scanned by CamScanner

مثال) در شکل مقابل متحرک A از $4m$ جلوی مبدأ در جهت x ها رها شده، شروع به حرکت می‌کند و پس از $3s$ به $2m$ پشت مبدأ می‌رسد.



الف) در مورد علامت مکان در لحظه‌ی شروع حرکت، نیز اندازه و علامت جابه‌جایی متحرک A بحث کنید.

ب) در مورد علامت سرعت متوسط و اندازه‌ی آن بحث کنید.

ج) جهت حرکت در شروع حرکت چگونه خواهد بود؟ (مثبت یا منفی)

حل: الف) مکان در لحظه‌ی شروع $x=+4m$ است، چون متحرک در خلاف جهت محور x در حال حرکت است، پس علامت جابه‌جایی و تندی آن منفی خواهد شد.

$$\Delta x = x_2 - x_1 = -2 - (+4) = -6m$$

ب) علامت سرعت متوسط، هم علامت با جابه‌جایی متحرک است.

علامت منفی سرعت بیانگر این $\bar{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-6}{3} = -2m/s$

موضوع است که متحرک در خلاف جهت محور x در حال حرکت است.

تذکر: علامت سرعت بیانگر جهت حرکت متحرک است.

ج) جهت حرکت در شروع حرکت منفی است.

نکته: بردار مکان به مبدأ وابستگی مختصاتی بستگی دارد، اما بردار جابه‌جایی مستقل از مبدأ مختصات است.

Scanned by CamScanner

فعالیت ۱-۲) جدول زیر را برای هر چهار متحرک کامل کنید، به شرطی که متحرک در مدت زمان ۴s فاصله‌ی بین مکان آغازین و مکان پایانی را طی کند.

	مکان آغازین	مکان پایانی	جابجایی	سرعت متوسط	جهت حرکت
متحرک A	$-2m$	$+8m$	$\Delta x = 8-(-2) = 10m$	$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10}{4} = 2.5 \frac{m}{s}$	$+x$
متحرک B	$+2m$	$-8m$	$\Delta x = -8-(+2) = -10m$	$\bar{v} = \frac{-10}{4} = -2.5 \frac{m}{s}$	$-x$
متحرک C	$+8m$	$+16m$	$\Delta x = 16-8 = 8m$	$\bar{v} = \frac{8}{4} = 2 \frac{m}{s}$	$+x$
متحرک D	$-4m$	$-16m$	$\Delta x = -16-(-4) = -12m$	$\bar{v} = \frac{-12}{4} = -3 \frac{m}{s}$	$-x$

توجه: مقدار دقیق اعداد به صورت زیر است:

$A \rightarrow \Delta x = 7.4 - (-2) = 9.4m \rightarrow \bar{v} = \frac{9.4}{4} = 2.35 \frac{m}{s}$ $(+x)$

$B \rightarrow \Delta x = -6.4 = -2.8 - (+3.6) = -6.4m \rightarrow \bar{v} = \frac{-6.4}{4} = -1.6 \frac{m}{s}$ $(-x)$

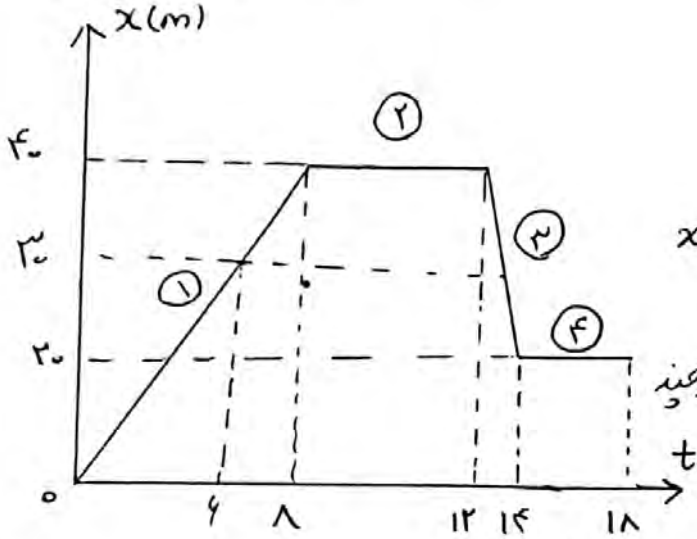
$C \rightarrow 6.4 = 8.2 - 2 \rightarrow \bar{v} = \frac{6.4}{4} = 1.6 \frac{m}{s}$ $(+x)$

$D \rightarrow \Delta x = 8.2 - (-1.4) = 9.6m \rightarrow \bar{v} = \frac{9.6}{4} = 2.4 \frac{m}{s}$ $(+x)$

نکته: هرگاه، متحرک موافق محور x حرکت کند Δx (جابجایی) و $\bar{v}$ سرعت متوسط مثبت و هرگاه، خلاف محور x حرکت کند Δx و $\bar{v}$ منفی خواهد بود.

Scanned by CamScanner

با توجه به نمودار مکان - زمان مقابل به سوالات زیر پاسخ دهید.



الف) در چه بازه زمانی متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند؟

ب) در چه بازه زمانی متحرک می‌ایستد؟ و در چند متری مبدأ ایستاده است؟

پ) در چه لحظه یا لحظاتی متحرک به $30m$ مبدأ می‌رسد؟

ت) در چه بازه زمانی متحرک بیشترین فاصله از مبدأ را دارد؟ و در چند متری مبدأ قرار دارد؟

ث) جابجایی و سرعت متوسط متحرک را در بازه‌های زمانی $(0-6s)$، $(6s-10s)$، $(4-10s)$، $(8s-18s)$ بدست آورید.

ج) در مورد جهت حرکت در هرکدام از بازه‌های زمانی $(0-6s)$ و $(4-10s)$، $(8s-18s)$ بحث کنید.

چ) در چه بازه زمانی متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند؟

ح) تندی متوسط متحرک را در کل مسیر حساب کنید.

الف) حل: اگر شیب نمودار مثبت و نمودار صعودی باشد، متحرک در جهت محور $+x$ حرکت کرده است. $(6s-8s)$

ب) در بازه زمانی $(8s-12s)$ متحرک ساکن است و در $40m$ مبدأ قرار دارد.

پ) در لحظات $6s$ و $13s$.

ت) در بازه زمانی $(8s-12s)$ متحرک ساکن است و در $40m$ مبدأ قرار دارد.

ث) $(0-6s)$:
$\Delta x = 30 - 0 = 30m$
$\bar{v} = 30/6 = 5\ m/s$

$(6s-8s)$:
$\Delta x = 40 - 30 = 10m$
$\bar{v} = 10/2 = 5\ m/s$

$(8s-12s)$:
$\Delta x = 40 - 40 = 0$
$\bar{v} = 0$

$(12s-14s)$:
$\Delta x = 20 - 40 = -20m$
$\bar{v} = -20/2 = -10\ m/s$

$(14s-18s)$:
$\Delta x = 20 - 20 = 0$
$\bar{v} = 0$

$(4-10s)$:
$\Delta x = 40 - 20 = 20m$
$\bar{v} = 20/6 = \frac{10}{3}\ m/s$

$(8s-18s)$:
$\Delta x = 20 - 40 = -20m$
$\bar{v} = -20/10 = -2\ m/s$

ج) در بازه $(0-6s)$ متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند.

چ) در بازه $(12s-14s)$ متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند.

ح) تندی متوسط متحرک را در کل مسیر حساب کنید.

$(0-18s)$:
$l = 40 + 40 + 20 + 0 = 100m$
$s = 100/18 = \frac{50}{9}\ m/s$

Scanned by CamScanner

ادامه‌ی پاسخ مثال صفحه قبل)

ح) در بازه‌های زمانی (۶s - ۰) متحرک در جهت $x+$ در حرکت است. در بازه زمانی (۱۰s - ۴) ابتدا در جهت $x+$ و پس ساکن است و در بازه زمانی (۱۸s - ۸) با توجه به نمودار، متحرک ابتدا ساکن، پس در خلاف جهت محور x و در نهایت ساکن می‌باشد.

ی) اگر نمودار نزولی باشد، خلاف جهت محور x حرکت کرده است. (۱۴s - ۱۲)

ن) کل مسافتی که متحرک طی کرده برابر است با:

$$L = ۴۰ + ۲۰ = ۶۰\ m$$

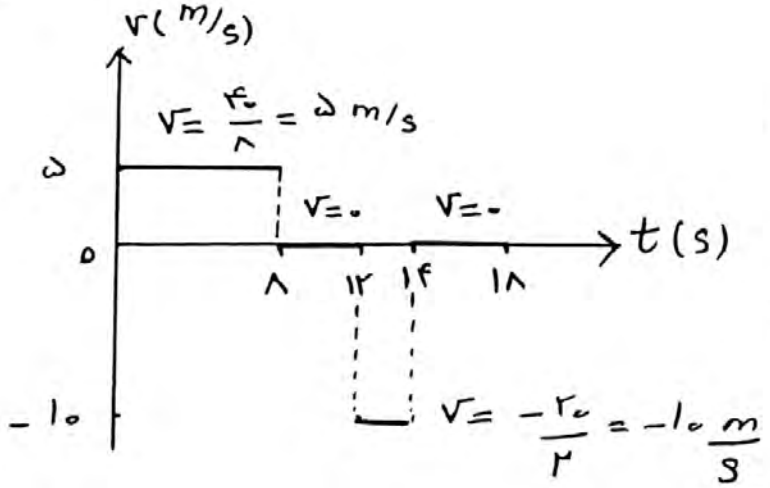
$$\bar{S} = \frac{۶۰}{۱۸} = \frac{۱۰}{۳}\ \frac{m}{s}$$

نکته: در مسائلی مانند بالا با توجه به شکل در حالت ① حرکت یکنواخت و در حالت ② متحرک ساکن و در حالت ③ حرکت یکنواخت و در حالت ④ متحرک ساکن است.

تذکر: در حرکت یکنواخت اندازه‌ی سرعت متوسط و اندازه‌ی سرعت لحظه‌ای برابرند.

$$\bar{V} = V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = V$$

تذکر: هرگاه بخواهیم نمودار سرعت - زمان را برای مسائلی مانند بالا رسم کنیم داریم:

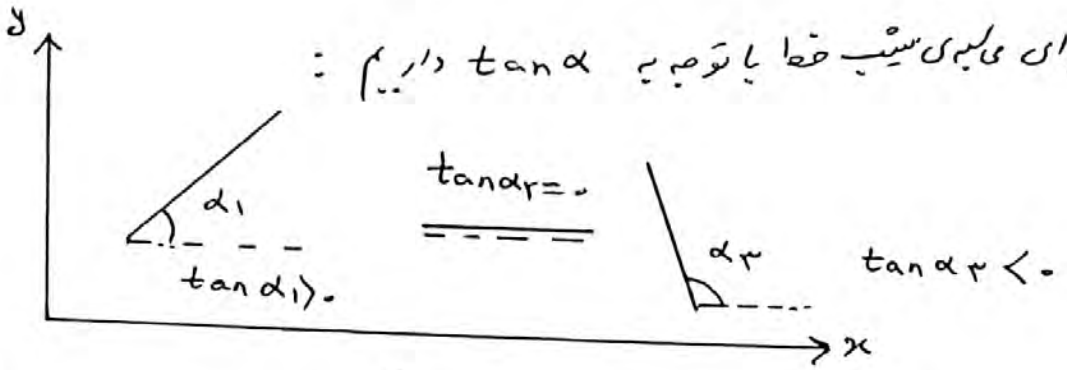


نکته: هرگاه متحرک موافق محور x حرکت کند علامت V مثبت و هرگاه خلاف محور x حرکت کند علامت V منفی خواهد بود.

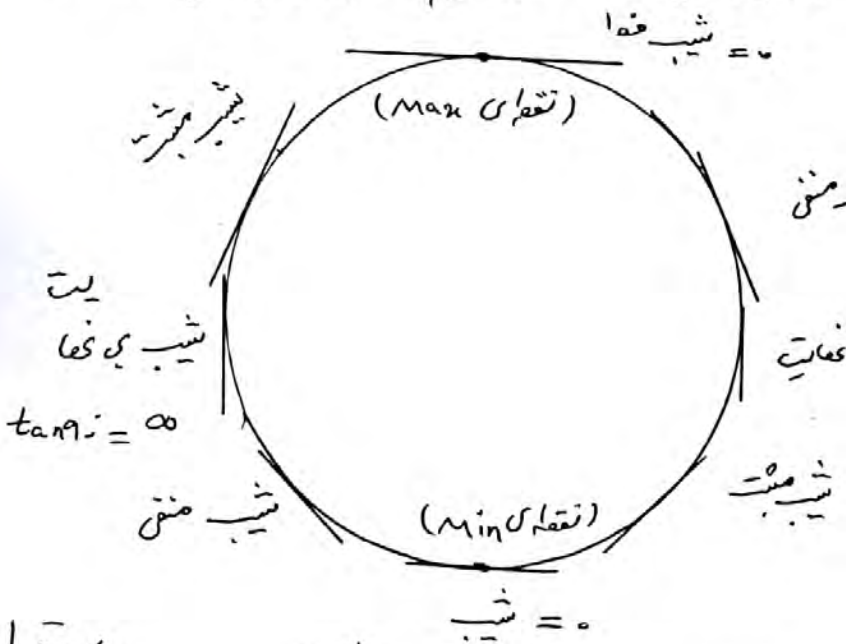
Scanned by CamScanner

یادداشت ریاضی:

نکته: برای محاسبه‌ی شیب خط با توجه به $\tan\alpha$ داریم:



نکته: هرگاه بخواهیم شیب خط را در مسیر دایره‌ای مشخص کنیم خط را بر مسیر دایره‌ای مماس می‌کنیم و داریم:



نکته ویژه: هرگاه سرعت و شتاب هم علامت باشند

$\begin{cases} \bar{v} < 0 \\ \bar{a} < 0 \end{cases}$ یا $\begin{cases} \overset{+}{v} > 0 \\ \overset{+}{a} > 0 \end{cases}$

آنگاه $\overset{+}{a}\overset{+}{v} > 0$ و حرکت تندشونده است ولی در صورتی که سرعت و شتاب هم علامت نباشند داریم:

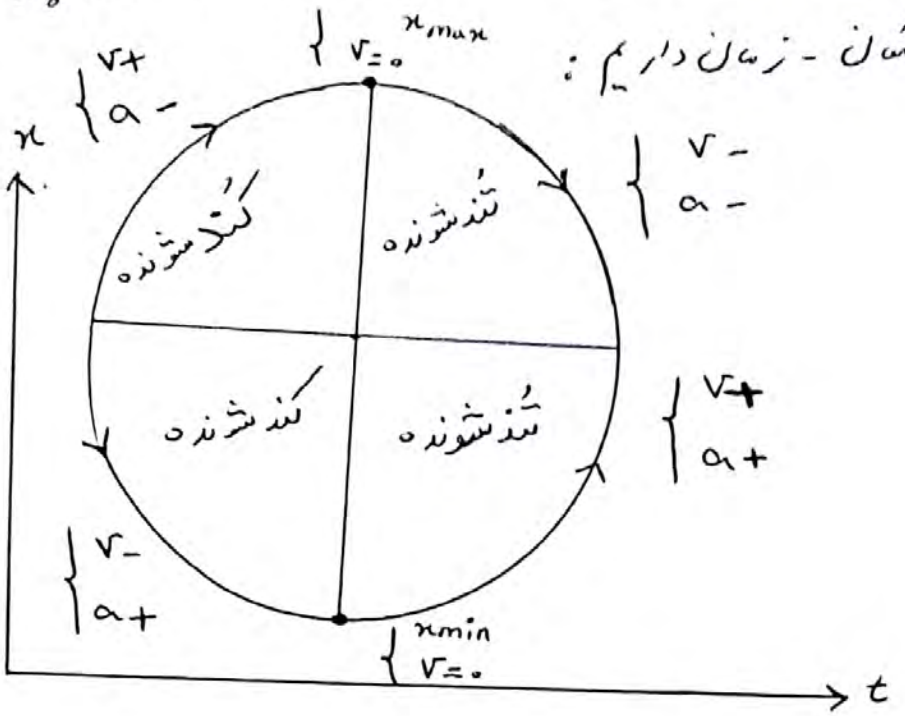
$\begin{cases} \bar{v} < 0 \\ \overset{+}{a} > 0 \end{cases}$ یا $\begin{cases} \overset{+}{v} > 0 \\ \bar{a} < 0 \end{cases}$

در این حالت $av < 0$ و حرکت کُند شونده خواهد بود.

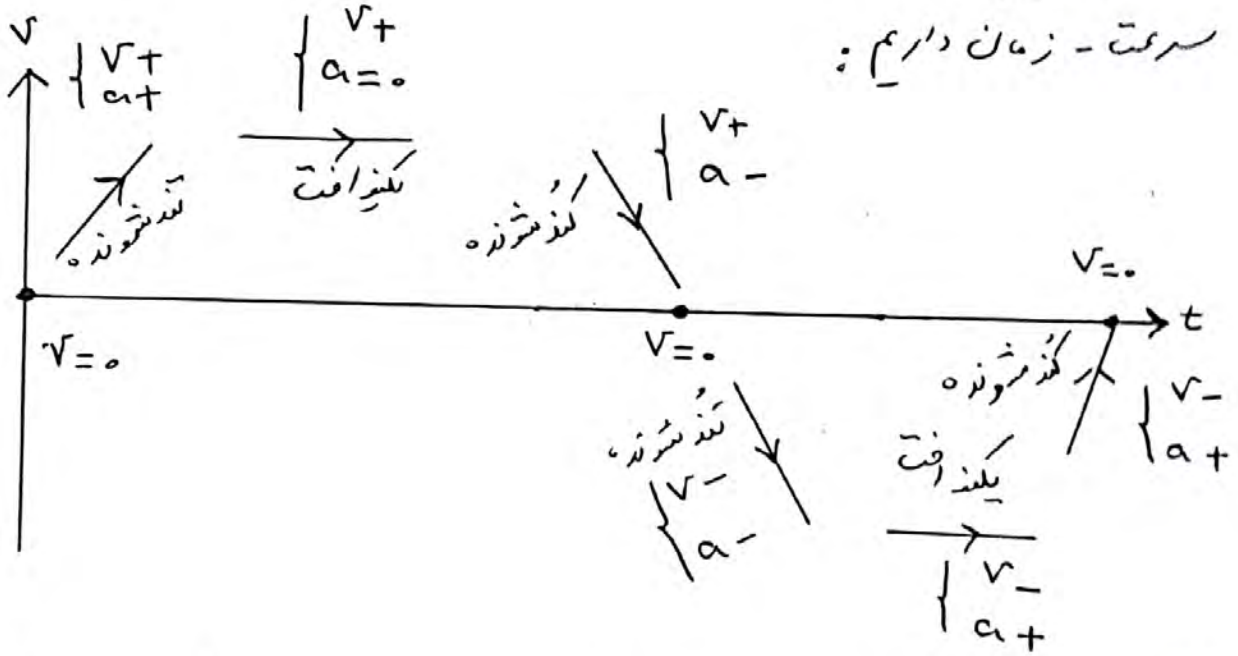
تذکر: در صفحه بعد با توجه به نمودارهای مکان - زمان و سرعت - زمان حرکت‌های تندشونده و کندشونده را مورد بررسی قرار میدهیم.

Scanned by CamScanner

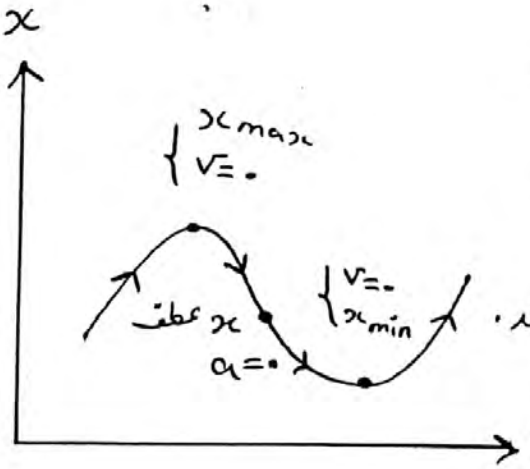
نکته: با توجه به نمودار مکان - زمان داریم:



نکته: با توجه به نمودار سرعت - زمان داریم:



نکته: با توجه به نمودار مکان - زمان داریم:



تذکر ویژه: در x_{min} یا x_{max} $v=0$ و متحرک در این حالت تغییر جهت میدهد.

تذکر ویژه: در x عطف شتاب صفر و تغییر جهت شتاب و نیرو را داریم.

Scanned by CamScanner

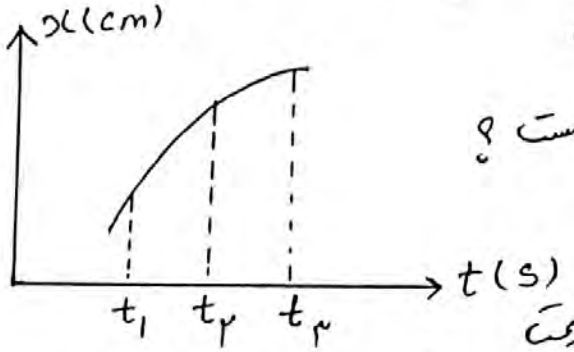
• سرعت متوسط: سرعت متوسط متحرک بین دو لحظه از زمان برابر شیب وتر خطی است که نقاط نظیر آن دو لحظه را در نمودار مکان - زمان به یکدیگر وصل می کند.

تذکر: سرعت متوسط را با V_{av} نیز نشان داده و داریم: $\bar{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

** توجه: علامت Δx و $\bar{V}$ الزاماً یکی است.

نکته ویژه: وقتی $\Delta x > 0$ است شیب $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ مثبت بوده یعنی $\bar{V} > 0$ و مثبت است، و وقتی که $\Delta x < 0$ است شیب $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ منفی بود، یعنی $\bar{V} < 0$ و منفی است.

• مثال) با توجه به نمودار مکان - زمان مقابل، سرعت متوسط متحرک در کدام بازه‌ی زمانی بیشتر است؟



حل: در نمودار مکان - زمان شیب نمودار همیشه برابر سرعت متوسط متحرک است، پس سرعت متوسط در بازه‌ی زمانی t_1 تا t_2 بیشتر است زیرا شیب خطی که نمودار را در این دو لحظه قطع می کند بیشتر است.

$$\bar{V}(t_1 - t_2) > \bar{V}(t_1 - t_3) > \bar{V}(t_2 - t_3)$$

نکته ویژه: اگر نمودار مکان - زمان خط راست باشد، سرعت متوسط در تمام بازه های زمانی یکسان است و در زمانهای برابر جابجایی ها یکسان است.

• سوال) در مورد رابطه جهت حرکت با علامت مکان، جابجایی و علامت سرعت متوسط چه می توان گفت؟

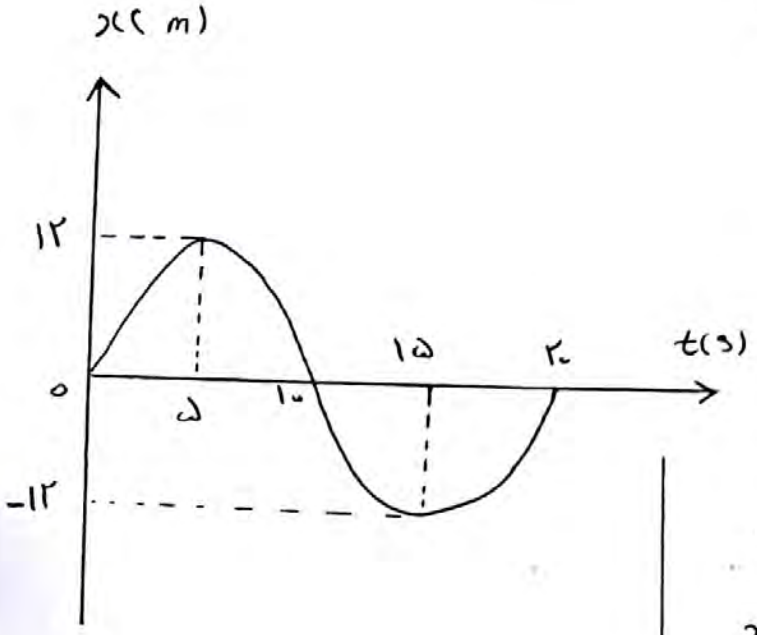
حل: اگر متحرک در جهت محور x حرکت کند، بردارهای جابجایی و سرعت متوسط مثبت و در خلاف محور x منفی است و به مکان ذره بستگی ندارد یعنی مکان می تواند مثبت یا منفی باشد.

Scanned by CamScanner

جزوه فیزیک دوازدهم - حرکت بر روی خط راست - فصل اول - تهیه و تنظیم: محمد حسین پور

• سوال) اگر متحرک برای لحظه‌ای از حرکت بایستد، سرعت متوسط متحرک صفر می‌شود؟

حل: خیر، در یک بازه زمانی متوقف شده و سرعت متوسط صفر نیست زیرا برای سرعت متوسط بایست کل جابجایی به زمان کل را در نظر می‌گیریم.



مثال) با توجه به نمودار مکان - زمان مقابل

الف) سرعت متوسط متحرک در ۲۰s اول چقدر است؟

ب) سرعت متوسط متحرک در بازه ۵s تا ۱۵s چقدر است؟ علامت سرعت متوسط در این بازه مثبت است؟

ج) در کدام لحظات متحرک تغییر مسیر می‌دهد؟

د) در چه بازه زمانی متحرک در خلاف محور x حرکت می‌کند؟

و) در چه بازه زمانی متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند؟

ی) بیشترین جابجایی به مسافت این متحرک را در بازه زمانی صفر تا ۱۵s بدست آورید.

ن) مسیر حرکت متحرک را بر روی پاره خط راست در بازه زمانی صفر تا ۱۵s رسم کنید.

حل: الف) $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0-0}{20} = 0$

ب) $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-12-12}{15-5} = -2.4 \frac{m}{s}$

علامت سرعت بیانگر این است که متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند.

ج) در لحظات ۵s و ۱۵s متحرک تغییر مسیر می‌دهد.

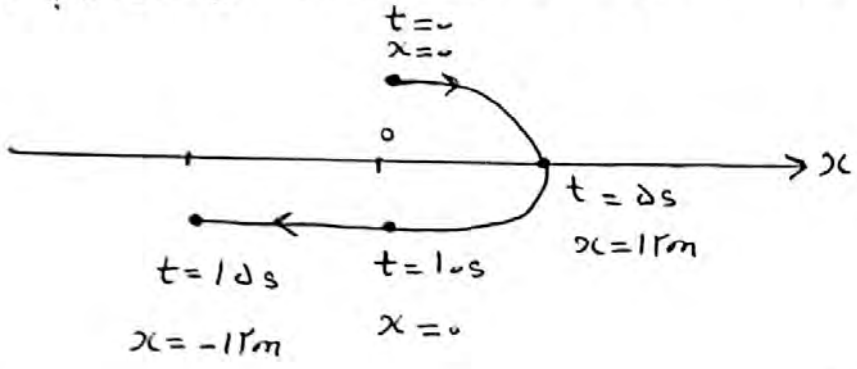
د) در بازه زمانی ۵s تا ۱۵s متحرک در خلاف محور x حرکت می‌کند.

و) در بازه زمانی ۰ تا ۵s و بازه زمانی ۱۵s تا ۲۰s.

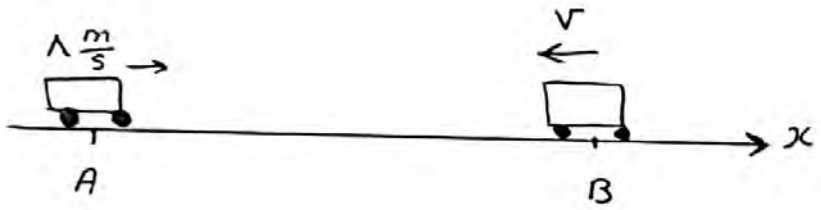
ی) $\begin{cases} \Delta x = x_{15} - x_0 = -12 - 0 = -12m \\ d = 12+12+12 = 36m \end{cases} \longrightarrow \frac{\Delta x}{d} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$

Scanned by CamScanner

ن) میرحرکت، مکان هندسی نقاطی است که متحرک از آنها می‌گذرد، به عبارت دیگر مکان رد پای متحرک.



مثال ← دو متحرک A و B بفاصله‌ی 160m از یکدیگر قرار دارند. اگر A با سرعت ثابت $8\frac{m}{s}$ و B با سرعت ثابت V همزمان به سوی هم حرکت کنند، پس از 4s بهم می‌رسند، V چند $\frac{m}{s}$ است؟



حل ← روش اول) با توجه به شکل به کمک سرعت نسبی داریم:

$$\Delta x = (V_A + V_B) \times \Delta t \rightarrow 160 = (8 + V_B) \times 4 \rightarrow (8 + V_B) = 40$$

$$\rightarrow V_B = 32\,m/s$$

روش دوم) مکان متحرک A را مبدأ در نظر می‌گیریم و معادله‌ی هر متحرک را می‌نویسیم، دو متحرک زمانی بهم می‌رسند که $x_A = x_B$ پس داریم:

$$\begin{cases} x_A = 8t \\ x_B = -Vt + 160 \end{cases} \xrightarrow{x_A = x_B,\ t = 4s}$$

$$8 \times 4 = -V \times 4 + 160$$

$$\rightarrow 32 = -4V + 160$$

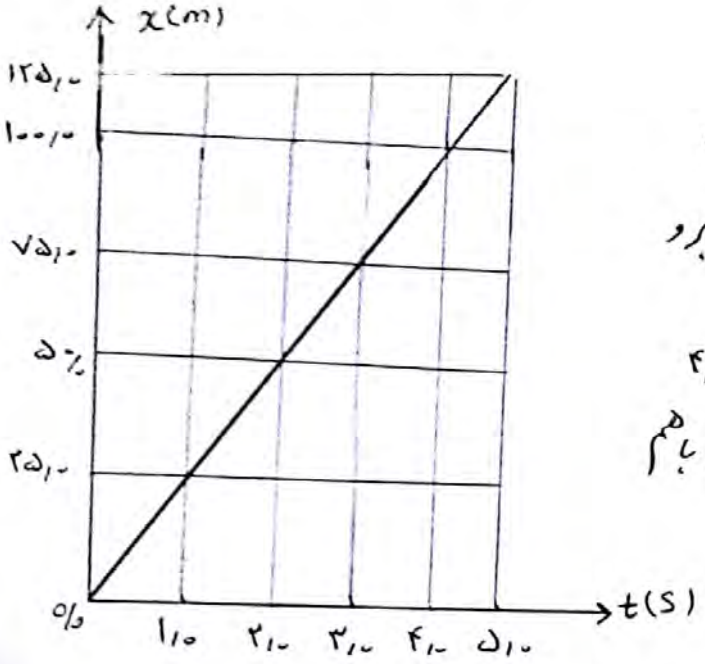
$$\rightarrow 4V = 160 - 32$$

$$\rightarrow V = \frac{128}{4} = 32\,m/s$$

Scanned by CamScanner

مثال ۱-۵

نمودار مکان - زمان موتورسواری که بر خط راست حرکت می‌کند مطابق شکل روبرو است. سرعت متوسط موتور را در هر یک از بازه‌های زمانی ۰/۰s تا ۱/۰s، ۲/۰s تا ۴/۰s و ۱/۰s تا ۵/۰s حساب کنید، نتایج بدست آمده را با هم مقایسه و تفسیر کنید.



حل با توجه به آنکه نمودار مکان - زمان ($x-t$) یک خط راست بوده، پس شیب خط در همه‌ی نقاط یکسان بوده و سرعت متوسط در تمام بازه‌های زمانی برابر است داریم:

$$\bar{v} = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۲۵/۰ - ۰}{۱/۰s - ۰/۰} = ۲۵ \frac{m}{s}$$

$$\bar{v} = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۱۰۰/۰ - ۵۰/۰}{۴/۰ - ۲/۰} = ۲۵ \frac{m}{s}$$

$$\bar{v} = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۱۲۵/۰ - ۲۵/۰}{۵/۰ - ۱/۰} = ۲۵ \frac{m}{s}$$

نکته: با توجه به ثابت بودن سرعت در حرکت یکنواخت مثال بالا حتماً حرکت مستقیم می‌باشد.

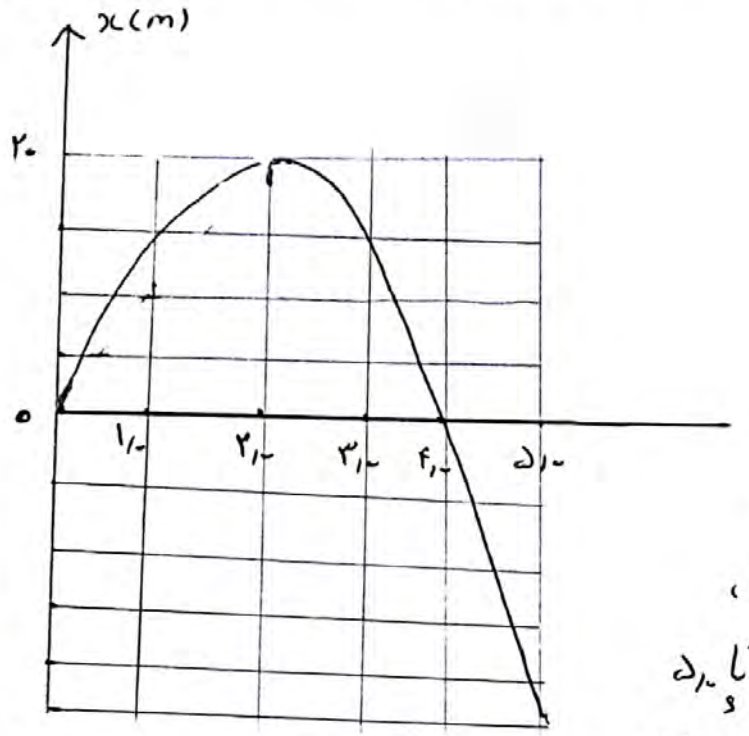
نکته ویژه: هرگاه بخواهیم معادله‌ی حرکت نمودار بالا را بنویسیم با توجه به معادله‌ی کلی حرکت یکنواخت داریم:

$$\begin{cases} x = vt + x_0 \\ x_0 = ۰ \text{ مکان اولیه} \end{cases} \rightarrow \boxed{x = ۲۵t}$$

معادله‌ی مکان - زمان این حرکت.

Scanned by CamScanner

مثال ۱-۶ (مهم)



شکل روبرو، نمودار مکان - زمان خودرویی را نشان می‌دهد که روی خط راست حرکت می‌کند.

الف) با استفاده از داده‌های شکل سرعت متوسط را در هر یک از بازه‌های زمانی ۰/۰ s تا ۲/۰ s، ۱/۰ s تا ۴/۰ s، ۲/۰ s تا ۴/۰ s، ۲/۰ s تا ۵/۰ s، ۴/۰ s تا ۵/۰ s حساب کنید. ب) در کدام یک از این بازه‌های زمانی، سرعت متوسط در جهت محور x و در کدام یک در خلاف جهت محور x است؟

حل: الف) با توجه به داده‌های مسأله سرعت متوسط خودرو را برای بازه‌های زمانی مورد تقاضا حساب می‌کنیم:

$$\bar{V} = V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۲۰ - ۰}{۲/۰ - ۰/۰} = ۱۰ \frac{m}{s}$$

$$V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۰ - ۰}{۴/۰ - ۰/۰} = ۰$$

$$V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۰ - ۲۰}{۴/۰ - ۲/۰} = -۱۰ \frac{m}{s}$$

$$V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-۲۵ - ۲۰}{۵/۰ - ۲/۰} = -۱۵ \frac{m}{s}$$

$$V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-۲۵ - ۰}{۵/۰ - ۴/۰} = -۲۵ \frac{m}{s}$$

ب) در بازه‌های زمانی که سرعت متوسط خودرو مثبت است سرعت متوسط خودرو در جهت محور x و در بازه‌های زمانی که سرعت متوسط منفی است، سرعت متوسط خودرو در خلاف جهت محور x است.

Scanned by CamScanner

نکته ویژه: همگام، بخواهیم معادله‌ی حرکت جسم را بنویسیم:

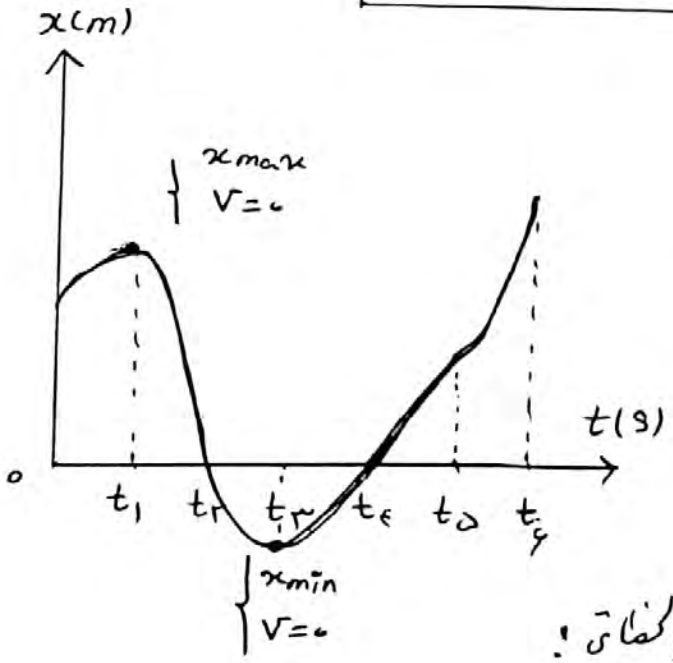
$$\begin{cases} x_0 = 0 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \\ 20 = \frac{1}{2}a(2)^2 + v_0(2) + 0 \\ 0 = \frac{1}{2}a\times(4)^2 + v_0 \times 4 + 0 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 2a + 2v_0 = 20 \\ 8a + 4v_0 = 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow -2 \begin{cases} 2a + 2v_0 = 20 \\ 8a + 4v_0 = 0 \end{cases} \longrightarrow 4a = -40 \rightarrow a = -10\ m/s^2$$

$$, \quad v_0 = 20\ m/s$$

$$\rightarrow \boxed{x = -5t^2 + 20t} \rightarrow$$ معادله‌ی مورد نظر معادله‌ی یک سهمی است.

فراتر از پرسش ۱_۳ کتاب درسی



- با توجه به نمودار مکان ـ زمان شکل روبرو به پرسش های زیر پاسخ دهید.

① متحرک چند بار از مبدأ عبور می‌کند؟

② در کدام بازه های زمانی متحرک در حال دور شدن از مبدأ است؟

③ در کدام بازه های زمانی متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ است؟

④ جهت حرکت چند بار تغییر کرده؟ در چه لحظاتی؟

⑤ جابجایی کل در جهت محور x است یا در خلاف آن؟

⑥ در چه لحظه یا لحظاتی سرعت متحرک صفر شده است؟

⑦ در چه لحظه یا لحظاتی متحرک از مبدأ می گذرد؟

Scanned by CamScanner

جزوه فیزیک دوازدهم - حرکت بر روی خط راست - فصل اول - تهیه و تنظیم: محمد حسین پور

پاسخ پرسش ۱-۳ کتاب درسی:

① مبدأ مکان $x=0$

$\begin{cases} t=t_2 \\ t=t_4 \end{cases}$

② ۰ تا t_1 ، t_3 تا t_2 ، t_4 تا t_5.

③ $\begin{cases} t_2 \text{ تا } t_1 \\ t_4 \text{ تا } t_3 \end{cases}$

④ دو بار جهت حرکت عوض شده. در لحظات t_1 ، t_3.

⑤ $\Delta x > 0$. جابجایی کل در جهت مثبت محور x است زیرا شیب نمودار به سمت بالا است.

⑥ در لحظات t_1 ، t_3 که شیب نمودار صفر شده سرعت متحرک صفر می‌شود.

⑦ در لحظات t_2 ، t_4 متحرک از مبدأ می‌گذرد.

نکات مربوط به این پرسش:

الف) از صفر تا t_1 حرکت کندشونده (a_- ، v_+) حرکت موافق محور x.

ب) از t_3 تا t_4 حرکت تندشونده ، (v_+ ، a_+) موافق محور x.

پ) از t_5 تا t_6 حرکت تندشونده موافق محور x (a_+ ، v_+).

تذکر: شیب نمودار مکان - زمان در هر لحظه بیانگر سرعت متحرک است.

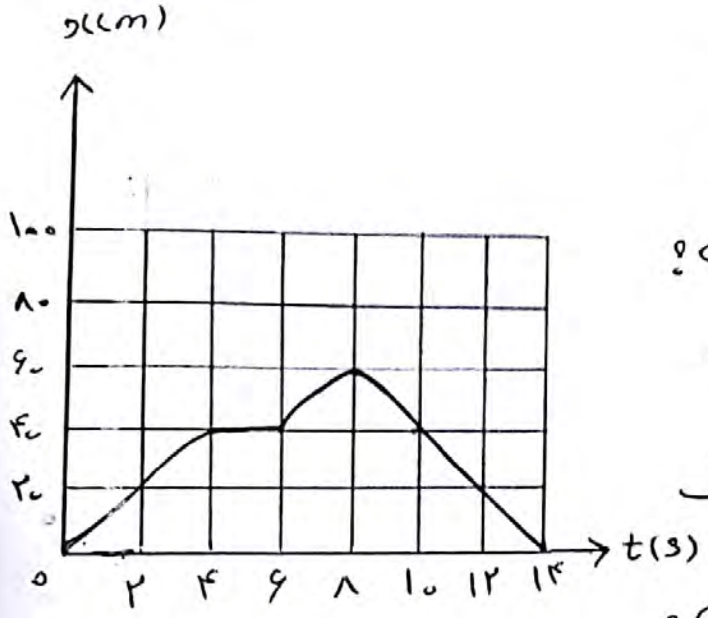
تذکر: در لحظه‌ی t_1 x_{max} و در لحظه‌ی t_3 x_{min} است.

Scanned by CamScanner

جزوه فیزیک دوازدهم - حرکت بررسی خط راست - فصل اول - تهیه و تنظیم: محمد حسین پور

• بیشتر از تمرین ۱-۱ کتاب درسی)

شکل زیر نمودار مکان - زمان دوچرخه سواری را نشان میدهد که روی مسیر مستقیم در حال حرکت است. ① در لحظه‌ای دوچرخه سوار بیشترین فاصله را از مبدأ دارد؟ این فاصله چند متر است؟



② در چه بازه زمانی دوچرخه سوار در جهت محور x حرکت می‌کند؟

③ در چه بازه زمانی دوچرخه سوار در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند؟

④ در چه بازه زمانی دوچرخه‌سوار ساکن است؟

⑤ جابجایی دوچرخه سوار در کل مدت حرکت چقدر است؟

⑥ سرعت متوسط دوچرخه سوار را در هرکدام از بازه‌های زمانی (۰,۲s) ، (۴s,۶s) ، (۲s,۵s) و (۸s,۱۴s) بدست آورید.

⑦ در مدت زمانی که دوچرخه سوار به مبدأ نزدیک می‌شود سرعت متوسط را حساب کنید.

حل: ① در لحظه‌ی $t=8s$ ← $x=60m$

② در بازه‌های زمانی (۰-۴s) و (۶s-۸s) ← $v>0$ در جهت محور x حرکت می‌کند.

③ در بازه‌ی زمانی (۸s-۱۴s) در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند.

④ در بازه‌ی زمانی (۴-۶) ثانیه دوچرخه سوار ساکن است. $v=0$

⑤ جابجایی کل برابر است با:

$$\begin{cases} t_1=0 \rightarrow x_1=0 \\ t_2=14s \rightarrow x_2=0 \end{cases} \longrightarrow \Delta x = x_2 - x_1 = 0$$

Scanned by CamScanner

⑥

$$\bar{V}_{(0,2s)} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{20-0}{2} = 10 \frac{m}{s} ,$$

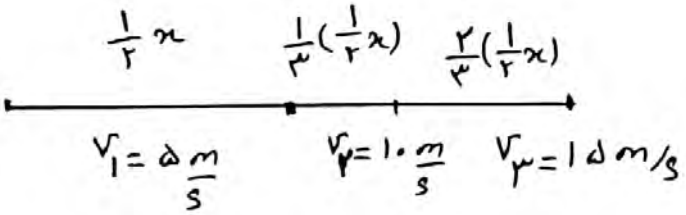
$$\bar{V}_{(4s,6s)} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{40-40}{6-4} = 0 ,$$

$$\bar{V}_{(2s,5s)} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{40-20}{5-2} = \frac{20}{3} m/s$$

⑦ در بازه ی زمانی $(4s, 8s)$ در جهت سوار به مبدأ نزدیک می شود داریم:

$$\bar{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0-60}{14-8} = -\frac{60}{6} = -10 \frac{m}{s}$$

• مثال)
متحرکی که با حرکت برروی خط راست، $\frac{1}{2}$ کل مسیری را با سرعت ثابت $5 m/s$، $\frac{1}{3}$ باقی‌مانده مسیر را با سرعت ثابت $30 m/s$ و بقیه‌ی مسیر را با سرعت ثابت $15 m/s$ طی می‌کند. اگر این متحرک جهت حرکت خود را در طول مسیر عوض نکرده باشد، سرعت متوسط متحرک در کل مسیر چند m/s است؟ حل:



$$\bar{V} = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{x}{\frac{x_1}{V_1} + \frac{x_2}{V_2} + \frac{x_3}{V_3}}$$

$$\rightarrow \bar{V} = \frac{x}{\frac{\frac{1}{2}x}{5} + \frac{\frac{1}{3}x}{10} + \frac{\frac{2}{3}x}{15}} = \frac{1}{\frac{1}{10} + \frac{1}{30} + \frac{1}{45}} = \frac{360}{50} = 7.2 \frac{m}{s}$$

30

Scanned by CamScanner

جزوه فیزیک دوازدهم - حرکت بر روی خط راست - فصل اول - تهیه و تنظیم: محمد حسین پور

تمرین: متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، چه کسری از فاصله‌ی بین دو نقطه را با سرعت $10\frac{m}{s}$ و بقیه‌ی آن را در همان جهت با سرعت $30\frac{m}{s}$ طی کند تا سرعت متوسط آن در کل مسیرش برابر $15\frac{m}{s}$ گردد؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $\frac{3}{4}$ ۴) $\frac{4}{5}$

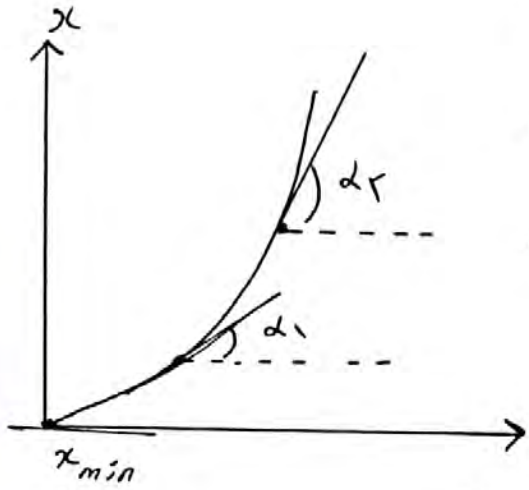
Scanned by CamScanner

جزوه فیزیک دوازدهم – حرکت بررسی خط راست فصل اول – تهیه و تنظیم: محمد حسین پور

• تندی لحظه‌ای: تندی متحرک در هر لحظه را تندی لحظه‌ای گوییم که کمیتی نرده‌ای بوده و جهت ندارد.

• سرعت لحظه‌ای: هرگاه در گزارش تندی حرکت به جهت حرکت هم اشاره کنیم، آن گزارش سرعت لحظه‌ای بود. که کمیتی برداری است.

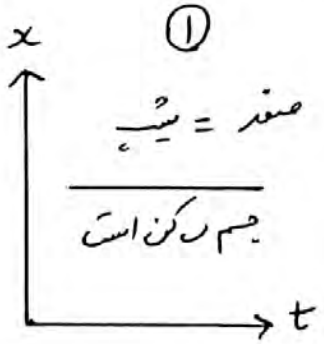
• پرسش ۱-۴ کتاب درسی) از روی نمودار مکان – زمان توضیح دهید در چه صورت سرعت لحظه‌ای متحرک همواره با سرعت متوسط آن برابر است.



حل: با توجه به نقش شیب نمودار مکان – زمان یعنی α در حال افزایش بوده و حرکت تندشونده است $\begin{cases} v, a \\ +, + \end{cases}$.

• تذکر: وقتی سرعت لحظه‌ای و متوسط با هم برابرند که شیب خط در همه‌ی نقاط یکسان باشد، یعنی در حرکت یکنواخت.

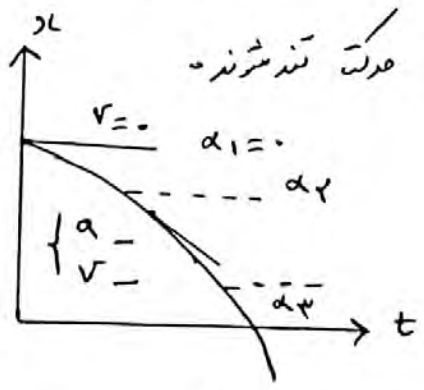
•• نکته مهم: شیب نمودار مکان – زمان در حالتهای مختلف:



① صفر = شیب

جسم ساکن است

$v_{av} = v = 0$

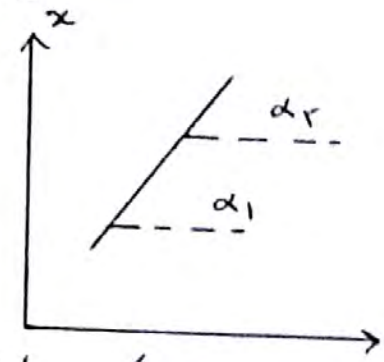


② حرکت تندشونده.

در این حالت شیب مثبت و در حال افزایش است.

Scanned by CamScanner

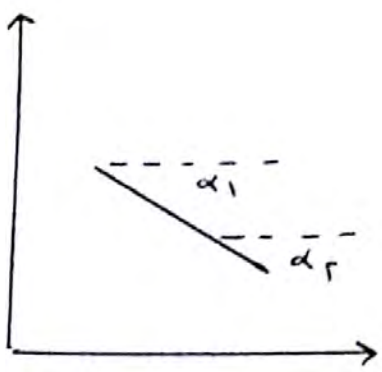
③



حرکت یکنواخت که شتاب حرکت صفر است.

$a = 0$
v شیب ثابت $+$ $(v+)$
$v = v_{av}$

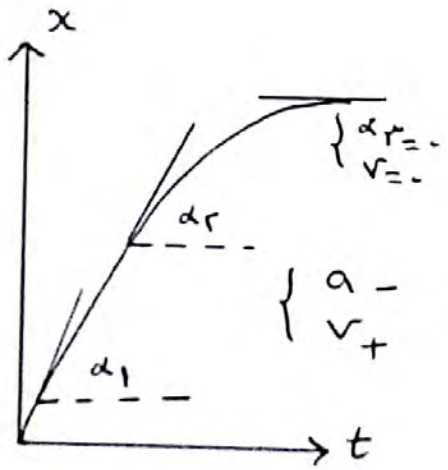
④



حرکت یکنواخت که شتاب حرکت صفر است.

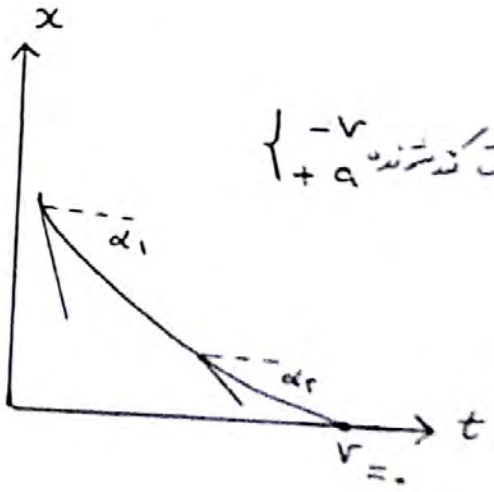
$a = 0$
v شیب ثابت $-$ $(v-)$
$v = v_{av}$

⑤



(شیب کم شده و حرکت کندشونده)

⑥



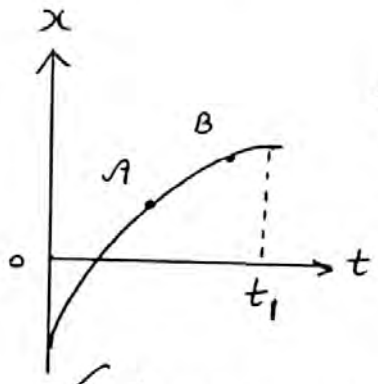
(شیب خط منفی و در حال کاهش است.)

Scanned by CamScanner

جزوه فیزیک دوازدهم - حرکت بر روی خط راست - فصل اول - تهیه و تنظیم: محمد حسین پور

• قرارتر از تمرین ۱-۲ کتاب درسی)

شکل روبرو، نمودار مکان - زمان متحرکی است که در راستای محور x در حال حرکت است. الف) از لحظه صفر تا $t = t_1$ سرعت متحرک رو به افزایش است یا کاهش؟



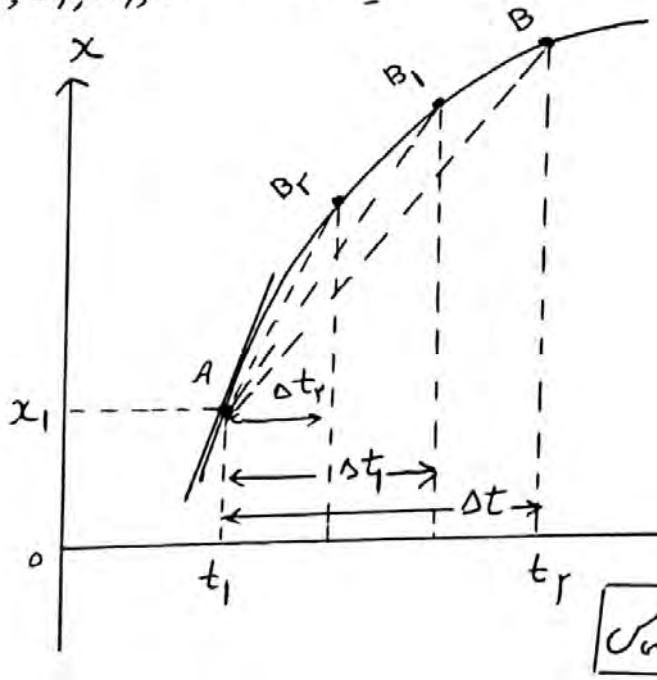
ب) اگر در لحظه‌ی t_1 مماس بر منحنی موازی زمان باشد، سرعت متحرک چقدر است؟ ج) سرعت متحرک را در دو نقطه A و B با هم مقایسه کنید.

حل: الف) سرعت متحرک رو به کاهش بود، زیرا شیب خط در حال کاهش است.

ب) سرعت در این لحظه صفر است، زیرا شیب خط صفر است.

ج) شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در هر لحظه بیانگر سرعت متحرک بود، پس شیب در نقطه‌ی A بیشتر از B بود، پس $V_A > V_B$ است.

• سرعت لحظه‌ای: شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در هر لحظه‌ای دلخواه است. مانند شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در شکل زیر در نقاط A, B_2, B_1, B.



تذکر: سرعت متوسط شیب خط بین دو نقطه بود، و سرعت لحظه‌ای شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در هر لحظه‌ای باشد.

• تذکر: با کوچک شدن تدریجی Δt، نقطه‌ی B به نقطه‌ی A نزدیک می‌شود. در این صورت خط واصل بین این دو نقطه در حالتی که بازه‌ی زمانی Δt خیلی خیلی کوچک شود، به خط مماس بر منحنی در نقطه‌ی A میل می‌کند. بنابراین شیب این خط برابر با سرعت متحرک در لحظه‌ای است.

$$\text{۷ = شیب خط مماس}$$

۳۴

Scanned by CamScanner

جزوه فیزیک دوازدهم - حرکت بر روی خط راست - فصل اول - تهیه و تنظیم: محمد حسین پور

شتاب Acceleration

• شتاب متوسط: نسبت تغییرات سرعت به تغییرات زمان است و داریم:

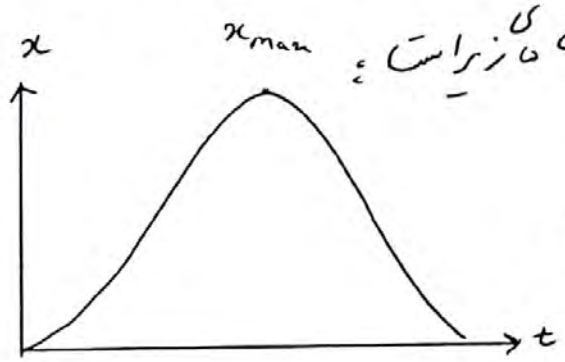
$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

• شتاب لحظه‌ای: شتاب متحرک در هر لحظه از زمان را می‌گوییم.

• تذکر: شتاب متوسط و شتاب لحظه‌ای بردار بوده و دارای اندازه و جهت و یکا هستند.

• تذکر: شتاب متوسط شیب خط بین دو نقطه از نمودار سرعت-زمان بوده و شتاب لحظه‌ای شیب خط مماس بر نمودار سرعت-زمان در هر لحظه می‌باشد.

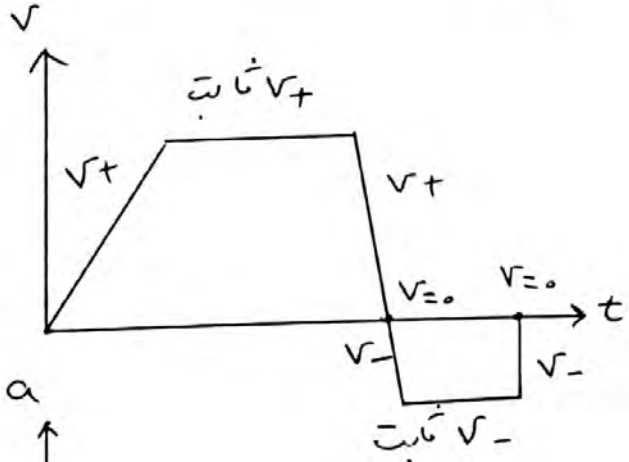
• نکته: نمودارهای حرکت با شتاب ثابت به صورت کلی زیر است:



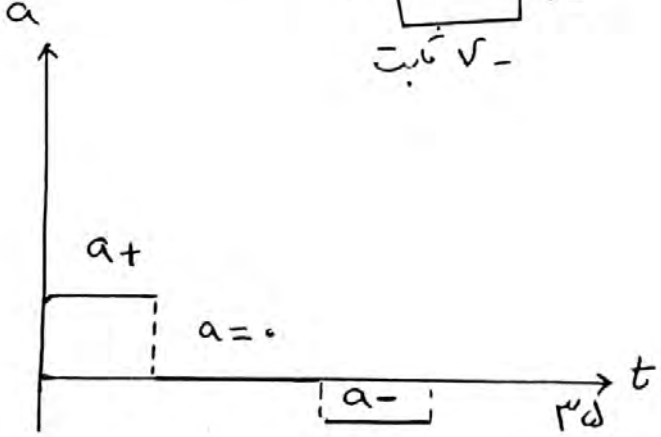
(نمودار x-t)

(مثالی از نمودار مکان - زمان)

تذکر: نمودار مکان-زمان بصورت سهمی است.



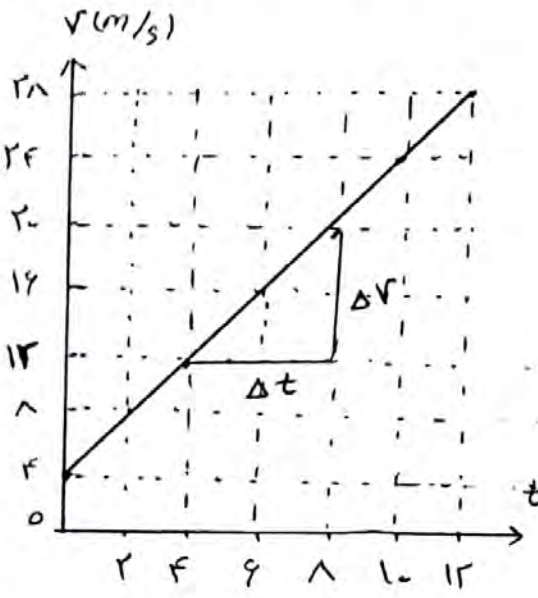
(نمودار v-t)



(نمودار a-t)

Scanned by CamScanner

• مثال) نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند مطابق شکل زیر در ۱۲s رسم شده است (فراتر از مثال ۱-۸ کتاب درسی)



الف) اندازه و جهت شتاب متحرک را در بازه‌های زمانی (۰,۲s)، (۴s,۸s) و (۱۰s,۱۲s) بدست آورده، و با هم مقایسه کنید.

ب) اندازه‌ی شتاب بدست آمده را با شیب نمودار مقایسه کرده، و نتیجه را بیان کنید.

ج) این نمودار مختص چه نوع حرکتی است؟

• حل: الف)

$$(0,2_s) \rightarrow \bar{a} = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{8-4}{2-0} = 2\frac{m}{s^2}$$

$$(4_s,8_s) \longrightarrow \bar{a} = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20-12}{8-4} = 2\frac{m}{s^2}$$

$$(10_s,12_s) \longrightarrow \bar{a} = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{28-24}{12-10} = 2\frac{m}{s^2}$$

اندازه‌ی شتاب متوسط در همه‌ی بازه‌های زمانی یکسان است زیرا شیب نمودار سرعت - زمان ثابت و مثبت است و در جهت مثبت محور x است.

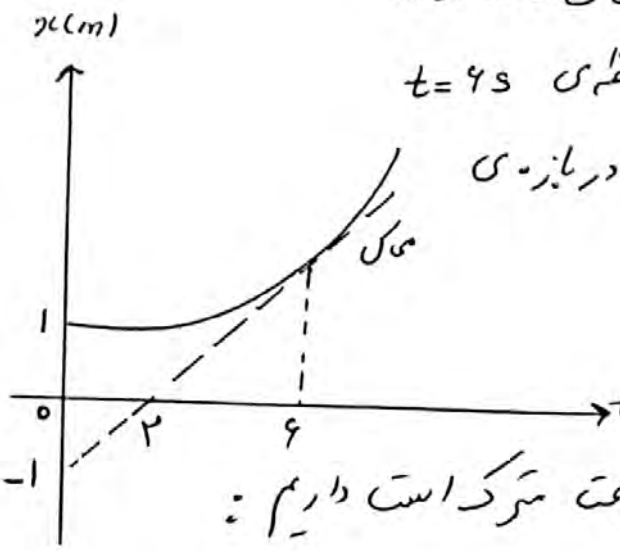
ب) شیب نمودار با توجه به شکل: $\tan\theta = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20-12}{8-4} = \frac{2m}{s^2}$، این شیب با مقدار شتاب در همه بازه‌های زمانی برابر است.

نتیجه: شیب نمودار سرعت - زمان همان شتاب متحرک است.

ج) این نمودار مربوط به حرکت شتابدار با شتاب ثابت است.

Scanned by CamScanner

● مثال) در نمودار مکان - زمان مسیر نشان داده شده با توجه به مماس رسم شده، سرعت متحرک در لحظه‌ی $t=6s$ برابر $\frac{1}{2} m/s$ می‌باشد، سرعت متوسط متحرک را در بازه‌ی زمانی $(0s, 6s)$ حساب کنید.

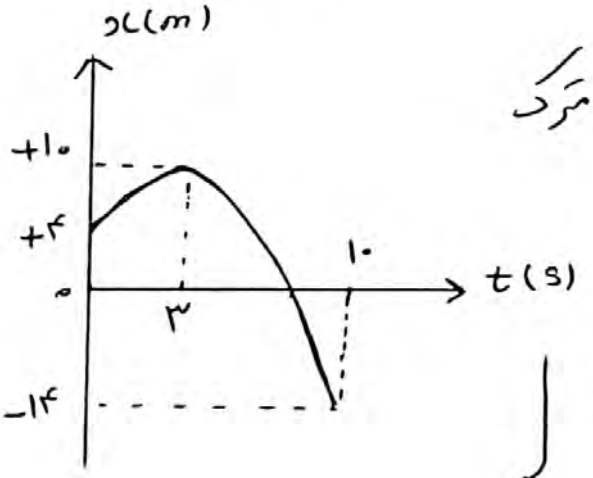


حل : با توجه به اینکه شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در هر لحظه، بیانگر سرعت متحرک است داریم :

$$V=\frac{1}{2} m/s \rightarrow V=\tan\alpha \rightarrow \frac{1}{2}=\frac{x_6-(-1)}{6-0}=\frac{x_6+1}{6}$$

$$\rightarrow x_6=2m \quad , \quad \bar{V}=V_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_6-x_0}{6-0}=\frac{2-1}{6}=\frac{1}{6}\frac{m}{s}$$

● مثال) الف) مکان اولیه‌ی متحرک را معلوم کنید و مشخص کنید در کدام لحظه متحرک در بیشترین فاصله از مبدأ قرار دارد ؟ ب) سرعت متوسط متحرک در $10s$ اول چند برابر سرعت متوسط متحرک در $3s$ اول است ؟



حل : الف) $x_0=+4m$ ، در لحظه‌ی $t=10s$ متحرک بیشترین فاصله را از مبدأ دارد.

ب)

$$(0, 10s) \quad \bar{V}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{-14-4}{10-0}=-2/8\frac{m}{s}$$

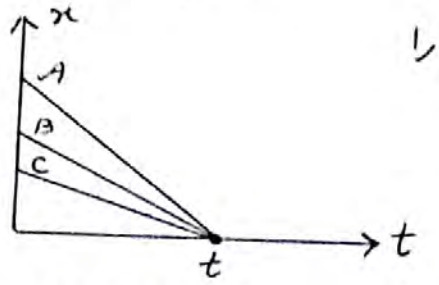
$$(0, 3s) \quad \bar{V}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{10-4}{3-0}=2 m/s$$

$$\rightarrow \frac{2/8}{2}=1/4$$

پس سرعت متوسط متحرک در $10s$ اول $1/4$ برابر سرعت متوسط در $3s$ اول است.

Scanned by CamScanner

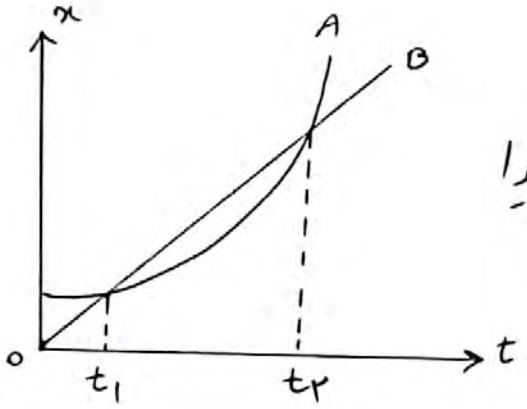
• مثال) بزرگی سرعت متوسط متحرک ها را در t ثانیه‌ی اول را با یکدیگر مقایسه کنید.



حل: هرچه شیب نمودار بیشتر باشد، سرعت متوسط بیشتر است، زیرا بازه‌ی زمانی هر سه نمودار یکسان است، پس داریم:

$$\bar{V}_A > \bar{V}_B > \bar{V}_C$$

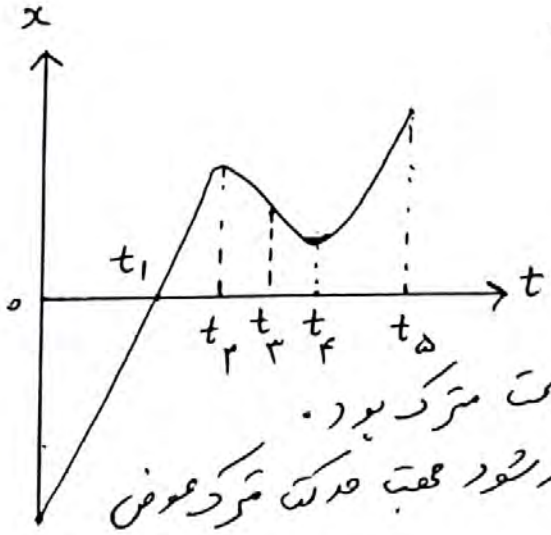
• مثال) سرعت متوسط متحرک‌های A و B را در بازه‌ی زمانی t_1 تا t_2 مقایسه کنید.



حل: سرعت متوسط هردو متحرک یکسان است، زیرا در بازه‌ی زمانی یکسان $\Delta t = t_2 - t_1$ جابجایی هردو متحرک یکسان است.

• مثال) نمودار متحرکی در حرکت بر روی خط راست مطابق شکل زیر است. الف) در چه لحظاتی (لحظه‌ای) جهت حرکت عوض می‌شود؟

ب) در کدام بازه‌ی زمانی، حرکت خلاف محور بوده، و اندازه‌ی سرعت زیاد می‌شود؟



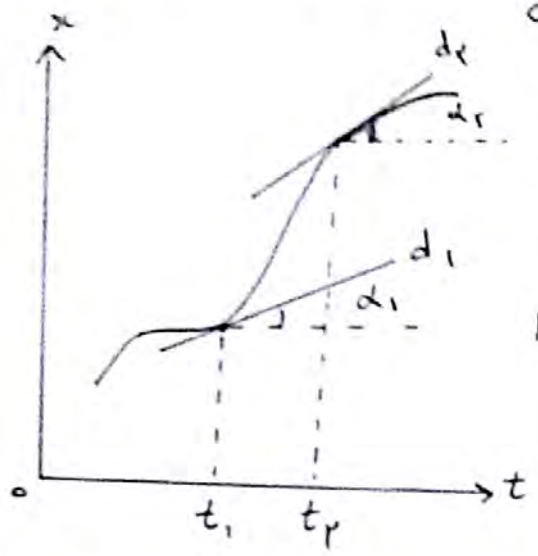
حل: الف) لحظات t_2، t_4 جهت حرکت عوض می‌شود.

ب) در بازه‌ی زمانی t_2 تا t_4 حرکت خلاف جهت محور x می‌باشد. و در بازه‌ی t_3 تا t_4 سرعت افزایش یافته است.

• تذکر) شیب نمودار مکان - زمان بیانگر سرعت متحرک بود. و هرچه شیب نمودار یعنی سرعت متحرک صفر شود جهت حرکت متحرک عوض می‌شود.

Scanned by CamScanner

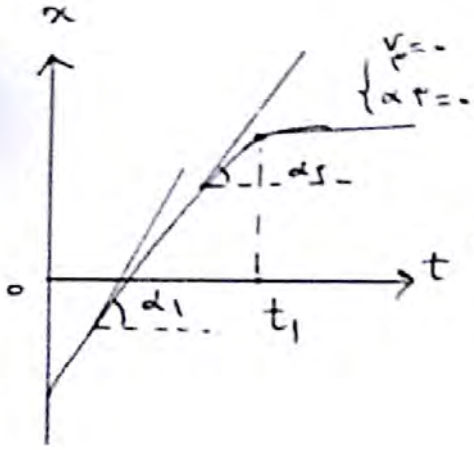
• مثال ۱-۷ کتاب درسی) شکل روبرو نمودار مکان - زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x در حرکت است. d_1 و d_2 خطوط مماس بر منحنی را در دو لحظه‌ی متفاوت نشان می‌دهند. در کدام لحظه سرعت متحرک بیشتر است؟



حل: با توجه به شکل، شیب خط d_2 بیشتر از شیب خط d_1 است پس سرعت متحرک در لحظه‌ی t_2 بیشتر از سرعت آن در لحظه‌ی t_1 است. ($V_2 > V_1$)

توجه: باید داشته باشیم که شیب همه در خط مثبت بود. پس سرعت هم در همه‌ی لحظه مثبت یعنی در جهت محور x است.

• پرسش ۱-۵ کتاب درسی) شکل روبرو نمودار مکان - زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x در حرکت است.



الف) از لحظه‌ی صفر تا لحظه‌ی t_1 سرعت متحرک رو به افزایش است یا کاهش؟

ب) اگر در لحظه‌ی t_1 خط مماس بر منحنی موازی محور زمان باشد، سرعت متحرک در این لحظه چقدر است؟

حل: الف) شیب نمودار مکان - زمان بیانگر سرعت متحرک بود. یعنی $\tan\alpha$ که در حال کاهش بود. یعنی

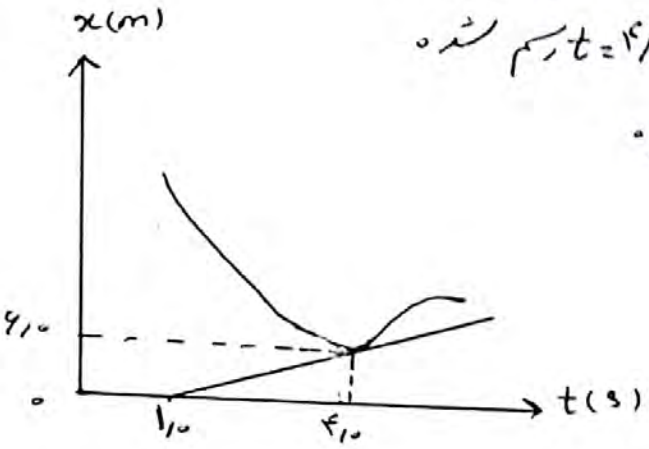
$$\left\{\begin{array}{l}\tan\alpha_1 > \tan\alpha_2 > \tan\alpha_3 \\ \rightarrow V_1 > V_2 > V_3\end{array}\right.$$

و حرکت کندشونده (V_+ و a_-) است.

ب) در لحظه‌ی t_1 خط مماس بر منحنی موازی محور زمان (t) بوده و شیب خط یعنی $\left\{\begin{array}{l}\tan\alpha = 0 \\ \alpha = 0\end{array}\right.$ پس سرعت هم صفر می‌شود.

Scanned by CamScanner

• تمرین ۱-۳ کتاب (درسی) شکل روبرو نمودار مکان - زمان متحرکی را نشان میدهد، خطا مماس بر منحنی در لحظه‌ی $t = 4/0\ s$ رسم شده است. سرعت متحرک را در این لحظه پیدا کنید.



حل: $V = \tan\alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}$

$\rightarrow V = \text{شیب خط مماس} = \frac{6}{3} = 2\ m/s$

نکته: کمیتی برداری فقط اندازه دارد، مانند تندی، طول، زمان، جرم، حجم، کار و انرژی و توان و ... ولی کمیت برداری علاوه بر اندازه دارای جهت و راستا هم می‌باشد، مانند سرعت، نیرو، شتاب، وزن، میدان الکتریکی، میدان مغناطیسی و نیروی خطی و جاذبه‌ی و ... .

• نکته: سرعت کمیتی برداری بوده، و اگر تغییر کند شتاب ایجاد می‌شود.

$|\vec{V}| = 72\ \frac{km}{h} = 20\ \frac{m}{s}$ بطرف شمال یعنی جهت ←

اندازه

یکا (واحد)

• تذکر مهم) برای ایجاد شتاب (یعنی تغییر سرعت) سه روش وجود دارد یا اندازه‌ی سرعت و یا جهت سرعت و یا اندازه و جهت سرعت تغییر کند شتاب ایجاد می‌شود.

• تذکر: اندازه‌ی سرعت یعنی شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان.

• تذکر: بردار سرعت همواره بر مسیر حرکت در هر نقطه مماس است.

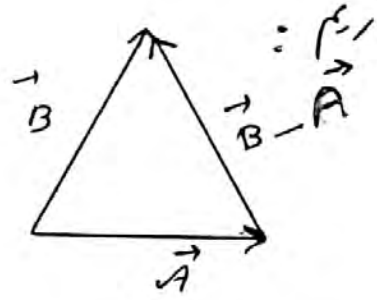
Scanned by CamScanner

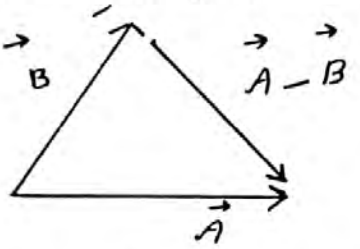
• شتاب متوسط: تغییرات سرعت به تغییرات زمان را می گوییم و داریم:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad (\frac{m}{s^2})$$

• توجه: شتاب متوسط بردار بوده پس جهت و اندازه دارد و چون Δt الزاماً عددی مثبت بوده پس شتاب متوسط الزاماً با تغییر سرعت هم جهت است.

• نکته: برای بردار تفاضل با تفاوت اشکال زیر را داریم:

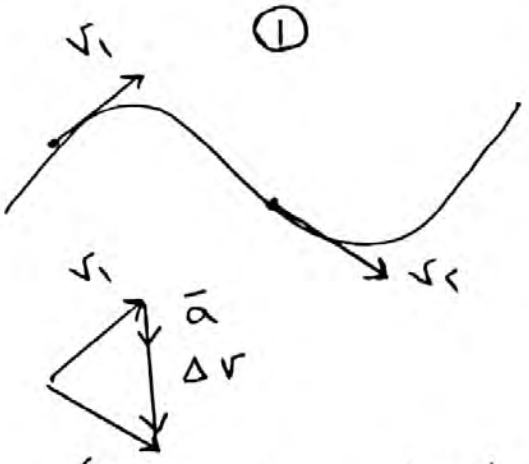




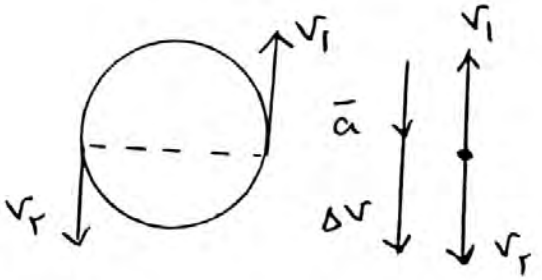
• نکته: در اشکال زیر a_{av} شتاب متوسط را بصورت های زیر داریم:

$a_{av} = \bar{a}$

(1)



(2)



• توجه: بردار $\bar{a}$ یا a_{av} هم جهت با بردار تغییر سرعت یا Δv است.

• توجه: بردار سرعت مماس بر مسیر حرکت است.

• توجه: چون Δt یک عدد بوده و بردار نیست در جهت $\bar{a}$ هم نقشی ندارد.

Scanned by CamScanner

- حرکت یکنواخت بر روی خط راست: هرگاه اندازه و جهت سرعت متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند تغییر نکند (ثابت باشد) حرکت آن را حرکت یکنواخت بر روی خط راست می‌نامیم.
- نکته: با توجه به اینکه سرعت متحرک ثابت است پس می‌توان گفت شتاب حرکت یکنواخت بر روی خط راست برابر با صفر ($a=0$) است.
- نکته: چون سرعت متحرک در تمام مراحل حرکت ثابت است پس می‌توان گفت سرعت متوسط در هر بازه‌ی زمانی با سرعت لحظه‌ای در هر لحظه از زمان برابر است. ($V_{av}=V$)
- نکته: چون اندازه و جهت سرعت، همواره ثابت است و متحرک تغییر جهت نمی‌دهد پس می‌توان گفت مسافت پیموده شده توسط متحرک با اندازه‌ی جابجایی در هر بازه‌ی زمانی دلخواه برابر است.

∴ چون اندازه و جهت سرعت متحرک ثابت است، جابجایی متحرک در بازه‌های زمانی مساوی یکسان بوده، یعنی جابجایی متحرک در تمام دو ثانیه‌ها، سه ثانیه‌ها و بطور کلی در تمام n ثانیه‌ها با هم برابر می‌باشد بطور مثال جابجایی متحرک در دو ثانیه‌ی دوم با در ثانیه‌ی پنجم با هم برابر خواهد بود.

نکته: هرگاه متحرک در لحظه‌ی $t_0=0$ در مکان x_0 و در لحظه‌ی t در مکان x باشد

با توجه به رابطه‌ی $V=\bar{V}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$ داریم: $V=\frac{x-x_0}{t-t_0}$

$$\rightarrow V=\frac{x-x_0}{t-0} \rightarrow x-x_0=Vt \rightarrow \boxed{x=Vt+x_0}$$

✓ معادله‌ی حرکت یکنواخت

- توجه: هرگاه متحرک در لحظه‌ی t_1 در مکان x_1 و در لحظه‌ی t_2 در مکان x_2 قرار داشته باشد معادله‌ی بالا به صورت زیر نوشته می‌شود داریم:

$$x_2=V(t_2-t_1)+x_1$$

تذکر: در بالا لحظه‌ی اولیه صفر بود و از x استفاده کردیم و t برابر t بود اما در پایین لحظه‌ی اولیه صفر نیست.

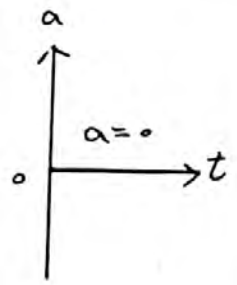
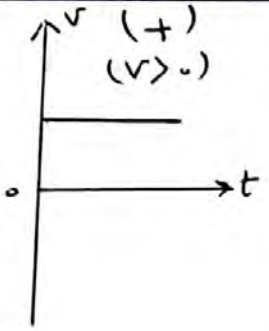
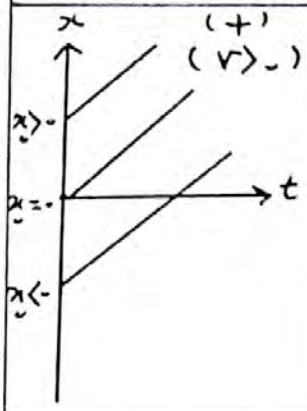
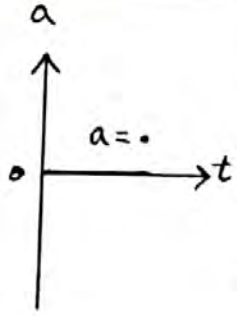
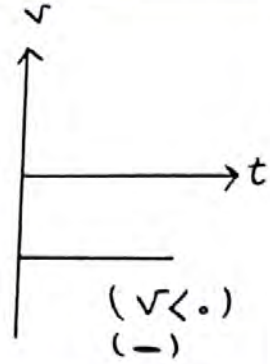
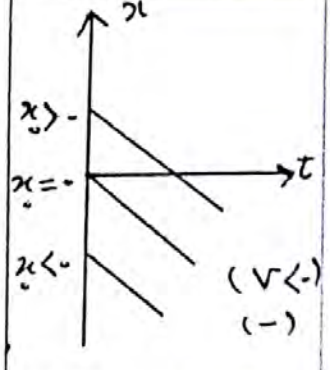
Scanned by CamScanner

• نکته: با توجه به معادله‌ی حرکت یکنواخت بر روی خط راست می‌توان گفت که Δx با v متناسب است، پس اگر در یک بازه‌ی زمانی مکان دو متحرک که حرکت آنها یکنواخت است، متحرکی که جابه‌جایی بیشتری دارد سرعت آن هم بیشتر خواهد بود.

◀ نمودارهای حرکت یکنواخت بر روی خط راست:

با توجه به معادله‌ی مکان - زمان حرکت یکنواخت بر روی خط راست ← $x = vt + x_0$

معادله‌ی مورد نظر تابع درجه‌ی اول از زمان بوده یعنی توان زمان آن یک است و نمودار مکان - زمان آن به صورت یک خط راست بوده که شیب آن برابر v و عرض از مبدأ آن مکان اولیه یعنی x_0 است و نمودار سرعت - زمان آن هم به علت ثابت بودن سرعت به صورت یک خط افقی خواهد بود و شیب این حرکت هم صفر برابر صفر است. با توجه به موارد فوق نمودارهای مکان - زمان، سرعت - زمان و شتاب - زمان حرکت یکنواخت به صورتهای زیر می‌باشد:

نمودار / وضعیت متحرک	نمودار شتاب - زمان	نمودار سرعت - زمان	نمودار مکان - زمان
هرگاه، متحرک با سرعت ثابت در جهت محور x جابجا شود.			
هرگاه، متحرک با سرعت ثابت در خلاف جهت محور x جابجا شود.			

Scanned by CamScanner

جزوه فیزیک دوازدهم - حرکت بردار خطا است - فصل اول - تهیه و تنظیم: [illegible]

▶ سرعت نسبی: فرض کنید در جاده با سرعت $120\frac{km}{h}$ حرکت می‌کنیم و اتومبیل دیگری در کنار ما هم با سرعت $120\frac{km}{h}$ در حال حرکت است و در طول مسیر با گذشت زمان، فاصله‌ی ما نسبت بهم تغییر نمی‌کند چون سرعت ما با سرعت آن اتومبیل یکسان است. حال اگر ما با سرعت $120\frac{km}{h}$ و اتومبیل دیگر با سرعت $125\frac{km}{h}$ حرکت کند بعد از یک ساعت ما $120km$ و اتومبیل دیگر $125km$ جابجا شده است. به عبارتی نسبت به ما $5km$ جابجا شده است، حال اگر ساکن بودیم و اتومبیل دیگر با سرعت $5\frac{km}{h}$ از کنار ما رد می‌شد بعد از یک ساعت $5km$ جابجا می‌شد در هردو حالت جابجایی مرکز ها نسبت بهم $5km$ می‌شد. به عبارتی دیگر اتومبیل دیگری با سرعت $5\frac{km}{h}$ نسبت به اتومبیل ما ست.

• توجه: بطور کلی همگاه، در مرکز با سرعت های v_1 و v_2 در یک جهت حرکت کنند، اندازه‌ی سرعت نسبی آنها از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید.

$$|v_{نسبی}| = |v_2 - v_1| \quad ، \quad \Delta x = v_{نسبی}\Delta t = |v_2 - v_1|\Delta t$$

• تذکر: هرگاه، در مثال فوق با سرعت $120\frac{km}{h}$ و اتومبیل دیگری با سرعت $125\frac{km}{h}$ از روبرو نسبت به ما حرکت می‌کرد پس از یک ساعت ما $120km$ و اتومبیل دیگری $125km$ به ما نزدیک شده است و در مجموع $120+125=245km$ نسبت بهم نزدیک شده‌ایم.

• تذکر: هرگاه، در مرکز با سرعتهای v_1 و v_2 در خلاف جهت هم حرکت کنند اندازه‌ی سرعت نسبی از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید: $|v_{نسبی}| = |v_1 + v_2|$

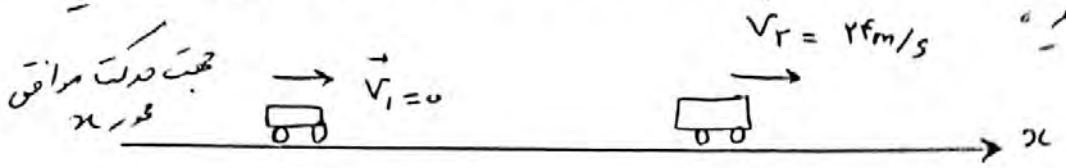
• توجه: چون در مرکز بهم نزدیک می‌شوند جهت سرعت آنها مخالف هم بوده، و یکی از آنها مثبت و دیگری را برای حل آنها را جداجدا داخل قدر مطلق قرار دادیم.

• تذکر: جابجایی نسبی آنها در این حالت:

$$\Delta x_{نسبی} = v_{نسبی}\Delta t = (|v_1| + |v_2|)\Delta t$$

Scanned by CamScanner

مثال ۱-۸ کتاب درسی) خودرویی از حال سکون در امتداد محور x شروع به حرکت می‌کند. پس از ۱۲s، سرعت خودرو به ۲۴m/s در جهت محور x می‌رسد. شتاب متوسط خودرو را در این بازه زمانی بدست آورید.



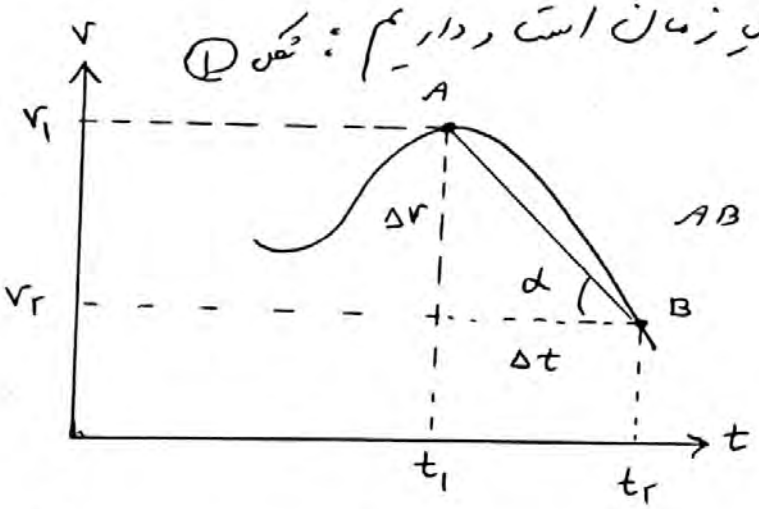
حل:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\vec{V}_2 - \vec{V}_1}{\Delta t = t_2 - t_1} = \frac{(24 m/s)\vec{i} - 0}{12 - 0} = (2 m/s^2)\vec{i}$$

این اتومبیل حرکت تند شونده و در جهت محور x دارد. ($a_+ , +V$).

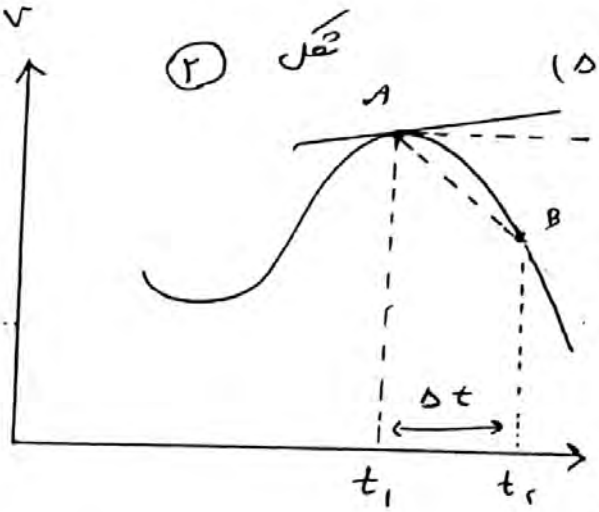
◀ تعیین شتاب متوسط و شتاب لحظه‌ای به کمک نمودار سرعت - زمان:

• شتاب متوسط شیب نمودار سرعت - زمان بین دو نقطه و شتاب لحظه‌ای شیب نمودار سرعت زمان در یک نقطه یا در یک زمان است و داریم: شکل ①



$$\text{شیب خط } AB = \tan\alpha = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

• در شکل ② اگر Δt به سمت صفر میل کند ($\Delta t \to 0$) خط راس بین نقاط A و B به خط مماس بر نمودار در نقطه‌ی A میل می‌کند در این حالت شیب خط مماس یا شتاب متوسط در لحظه‌ای t_1 است.



شکل ②

• توجه: برای سادگی در فیزیک شتاب لحظه‌ای را شتاب می‌گوییم و با a نشان می‌دهیم.

Scanned by CamScanner

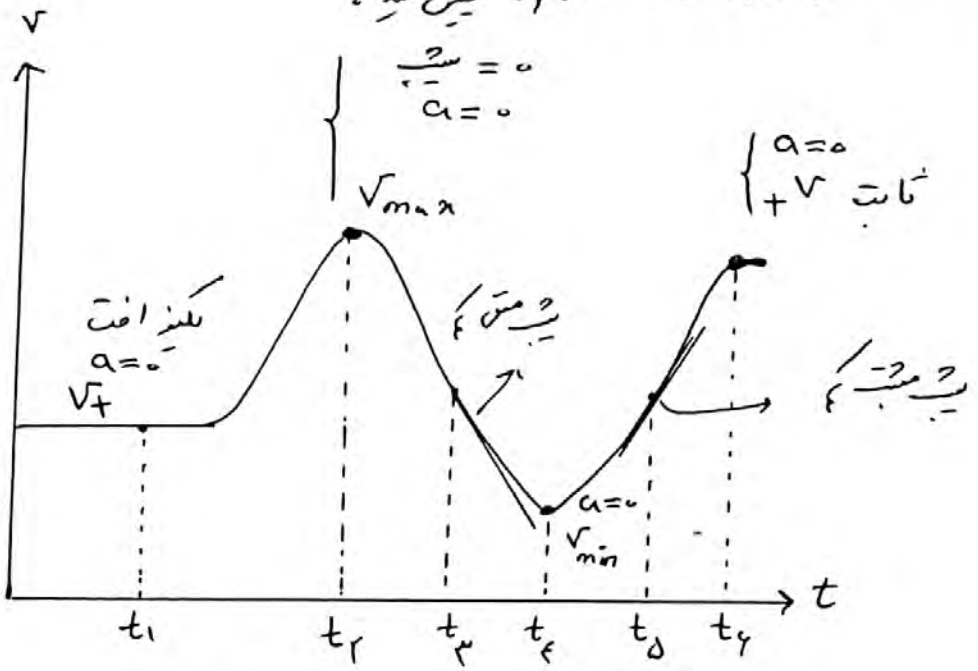
جزوه فیزیک دوازدهم - دکتر بزرگ خدا راست - فصل اول - تهیه و تنظیم: محمد حسین پور

• مثال ۱-۹ کتاب درسی) ←

• این مثال نمودار سرعت - زمان متحرک بوده که شیب نمودار شتاب متحرک که مثبت بعنی در جهت محور x (+a) بوده و حرکت تندشونده است.

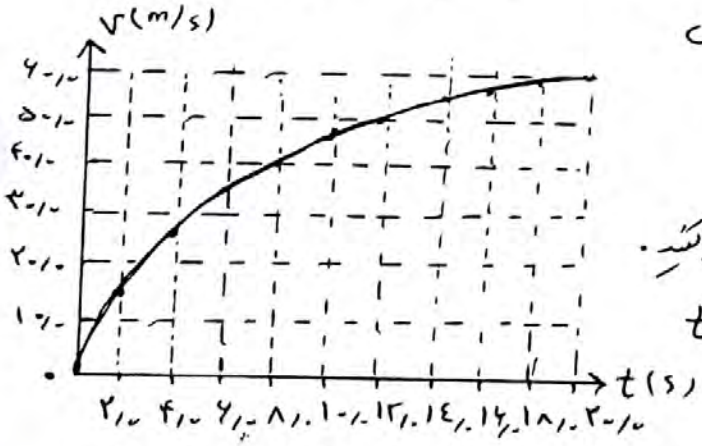
$\begin{cases} V+ \\ a+ \end{cases}$

◀ پرسش ۱-۶ کتاب درسی) شکل روبرو نمودار سرعت - زمان دوچرخه سواری را نشان میدهد که در امتداد محور x در حرکت است جهت شتاب دوچرخه سوار را در هرکدام از لحظات $t_1, t_2, \dots, t_6$ تعیین کنید.



• توجه: هر جا نمودار (v-t) منحنی شد یعنی شتاب حرکت متحرک متغیر است.

◀ تمرین ۱-۴ کتاب درسی) نمودار سرعت - زمان خودروی که در راستای محور x حرکت می‌کند در بازه زمانی 0 تا $20\ s$ مطابق شکل است. الف) شتاب متوسط خودرو را حساب کنید.
ب) شتاب خودرو را در لحظه‌ی $t = 8\ s$ حساب کنید.



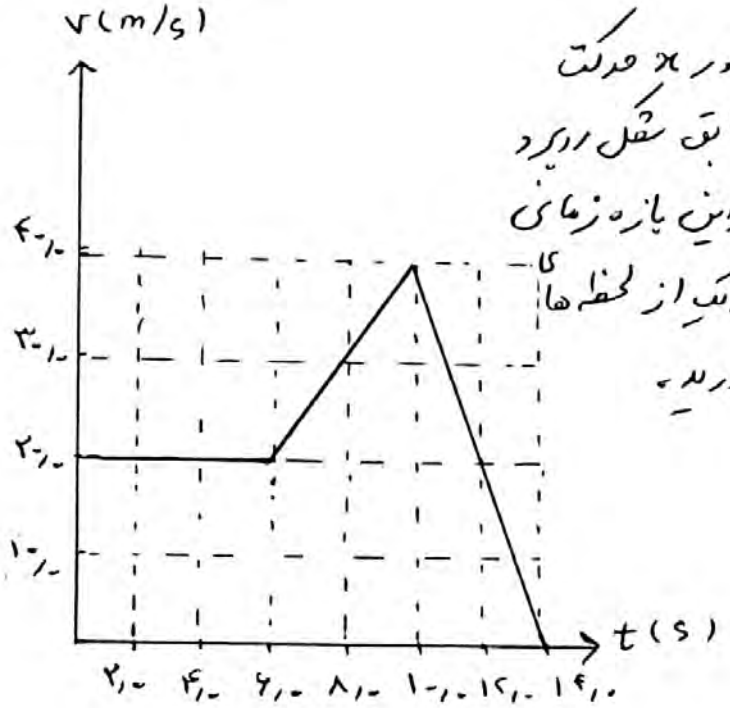
حل: الف) شتاب متوسط شیب خط بین دو نقطه در نمودار سرعت - زمان است:

$$a_{av} = \bar{a} = \tan\alpha = \frac{60}{20} = 3\ m/s^2$$

ب) شتاب لحظه‌ای شیب خط مماس در لحظه‌ی $8\ s$ است: $a = \frac{20}{8} = 2.5\ m/s^2$

Scanned by CamScanner

● تمرین ۱-۵) کتاب درسی)



نمودار سرعت - زمان خودرویی که در راستای محور x حرکت می کند در بازه‌ی زمانی صفر تا $14/0\,s$ مطابق شکل روبرو است. الف) شتاب متوسط خودرو در این بازه زمانی چقدر است؟ ب) شتاب خودرو را در هر یک از لحظه‌های $t = 2/0\,s$ ، $t = 8/0\,s$ ، $t = 11/0\,s$ بدست آورید.

حل:

● مثال) معادله‌ی حرکت متحرکی بصورت $x = -2t + 6$ است در چه لحظه‌ای متحرک به مبدأ مکان می‌رسد و سرعت متحرک چند $\frac{m}{s}$ است؟

حل: وقتی متحرک به مبدأ مکان می‌رسد $x = 0$

$$\rightarrow \quad -2t + 6 = 0 \rightarrow t = -\frac{6}{-2} = 3\,s$$

$$\begin{cases} x = vt + x_0 \rightarrow v = -2\,m/s \\ x = -2t + 6 \end{cases}$$

معادله‌ی حرکت متحرک، حرکت یکنواخت می‌باشد.

Scanned by CamScanner

• مثال) جسم $\frac{2}{3}$ مسیر حرکت خود را با سرعت $10\ m/s$ و بقیه ی را با سرعت v_2 طی می کند اگر سرعت متوسط آن در کل مسیر $12\ m/s$ باشد v_2 کدام یک از گزینه های زیر است؟

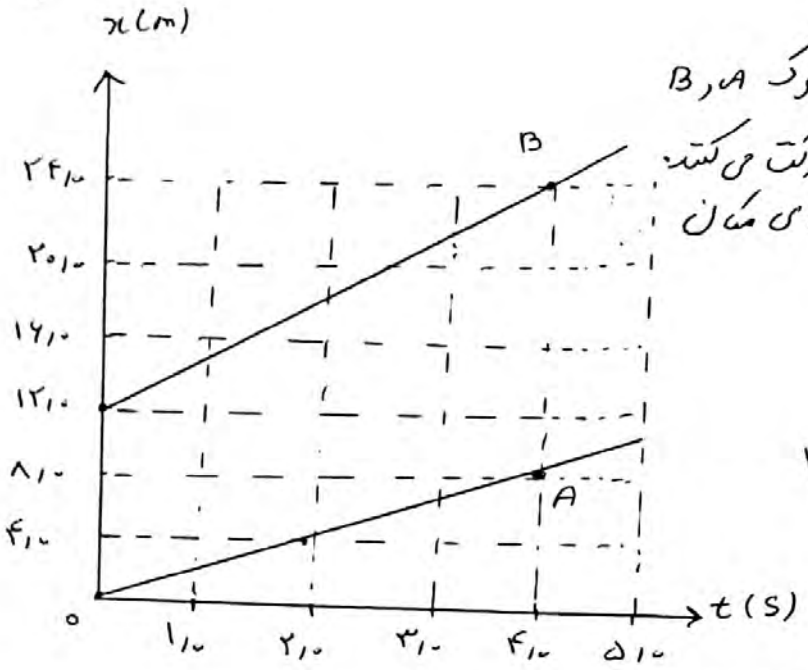
۱) ۱۵ ۲) ۳۰ ۳) ۱۸ ۴) ۲۵

حل:

Scanned by CamScanner

تمرین ۱-۶ کتاب درسی)

شکل مقابل نمودار مکان - زمان دو متحرک B و A را نشان می‌دهد که در راستای محور x حرکت می‌کنند. سرعت هر متحرک را پیدا کنید و معادله‌ی مکان - زمان آن‌ها را بنویسید.



حل:

$$V_A = \frac{8}{4} = 2\ m/s$$

$$V_B = \frac{12}{4} = 3\ m/s$$

معادله‌ی حرکت یکنواخت $x = vt + x_0$

$$\rightarrow A \begin{cases} x = 2t + 0 \rightarrow \boxed{x = 2t} \\ B \begin{cases} x = 3t + 12 \end{cases} \end{cases}$$

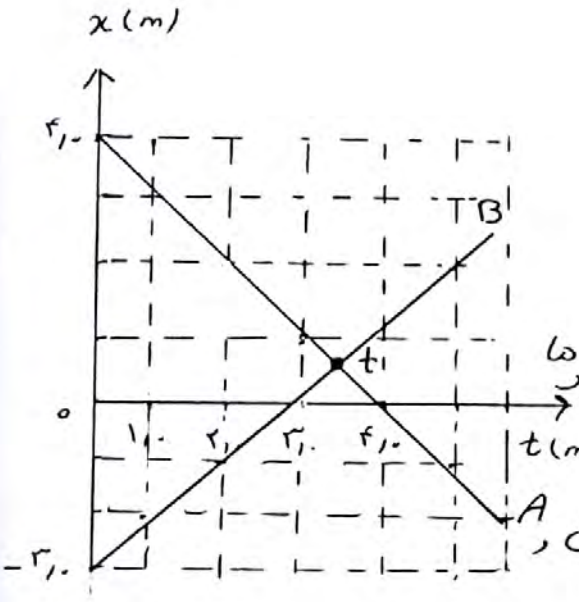
• تمرین) متحرکی بر روی خط راست در حرکت است و ثلث مسیرش را با سرعت $10\ m/s$ و ثلث دیگر را با سرعت $20\ m/s$ و در همان جهت و ثلث دیگر را با سرعت $30\ m/s$ در همان جهت طی می‌کند. سرعت متوسط آن در کل مسیر و کدام یک از گزینه‌های زیر است؟

۱) $\frac{180}{13}$ ۲) ۱۵ ۳) $\frac{180}{11}$ ۴) ۱۸

حل:

Scanned by CamScanner

● تمرین ۱-۷ کتاب درسی)



شکل الف مکان دو کفش دوزک A و B را که در راستای محور x حرکت می‌کنند در لحظه‌های $t=0$ نشان میدهد. نمودار مکان - زمان این کفش دوزک‌ها در شکل ب رسم شده است.

الف) از روی نمودار بطور تقریبی تعیین کنید کفش دوزک‌ها در چه لحظه و در چه مکانی به یکدیگر می‌رسند.

ب) با استفاده از معادله‌ی مکان - زمان زمان و مکان هم‌رسی کفش دوزک‌ها را پیدا کنید.

حل:

Scanned by CamScanner

• حرکت با شتاب ثابت:

هرگاه، در حرکت شتاب دار تغییرات سرعت ثابت باشد حرکت را شتاب دار ثابت گوییم.

• نکات حرکت با شتاب ثابت:

① نمودار $(v-t)$ خط راست با شیب ثابت است.

② مقدار و جهت شتاب در هر بازه‌ی زمانی ثابت است.

③ سرعت و زمان رابطه‌ی خطی دارند.

④ شتاب لحظه‌ای و شتاب متوسط برابرند. $a_{av} = \bar{a} = a$

⑤ حرکت روی سطح شیبدار هوا یا سقوط آزاد نمونه‌ای از حرکت با شتاب ثابت است.

⑥ سرعت گیری هواپیما روی باند پرواز هم حرکت شتاب دار ثابت است.

⑦ فشار دادن پدال گاز اتومبیل با آهنگ ثابت هم حرکت شتاب دار ثابت است.

▶ معادلات حرکت شتاب دار ثابت:

① معادله‌ی سرعت - زمان در حرکت شتاب دار ثابت:

چون در حرکت شتاب دار ثابت، شتاب متوسط و شتاب لحظه‌ای با هم برابرند داریم:

$$\bar{a} = a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{v - v_0}{t} = a$$

فرض $\begin{cases} v_2 \to v \\ v_1 \to v_0 \\ t_2 \to t \\ t_1 = 0 \end{cases}$

$$\longrightarrow v - v_0 = at$$

$$\longrightarrow \boxed{v = at + v_0} \quad (1)$$

(معادله‌ی سرعت در حرکت شتاب دار ثابت)

② معادله‌ی مکان - زمان متقل از شتاب در حرکت شتاب دار ثابت:

$$\boxed{x = \left(\frac{v_0 + v}{2}\right)t + x_0} \quad (2)$$

Scanned by CamScanner

③ معادله‌ی مکان - زمان در حرکت شتاب‌دار ثابت:

$$\begin{cases} x = \left(\frac{v_0+v}{2}\right)t + x_0 = \left(\frac{v_0+v_0+at}{2}\right)t + x_0 \\ v = at + v_0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \boxed{x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \quad ③ \qquad \text{یا} \quad \Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t}$$

④ معادله‌ی مستقل از سرعت اولیه در حرکت شتاب‌دار ثابت:

$$\begin{cases} v = at + v_0 \rightarrow \\ v_0 = v - at \end{cases}$$

$$\rightarrow x = \left(\frac{v_0+v}{2}\right)t + x_0 = \left(\frac{v-at+v}{2}\right)t + x_0$$

$$\rightarrow \boxed{x = -\frac{1}{2}at^2 + vt + x_0 \quad ④}$$

⑤ معادله‌ی مستقل از زمان در حرکت شتاب‌دار ثابت:

$$v = at + v_0$$

$$\rightarrow t = \frac{v-v_0}{a}, \quad x = \left(\frac{v_0+v}{2}\right)t + x_0$$

$$\rightarrow x = \left(\frac{v+v_0}{2}\right)\times\left(\frac{v-v_0}{a}\right) + x_0 \rightarrow x - x_0 = \frac{v^2-v_0^2}{2a}$$

$$\rightarrow \boxed{v^2 - v_0^2 = 2a(x-x_0) \text{ یا } v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \quad ⑤}$$

⑥ مسافت طی شده در t ثانیه‌ی n ام حرکت:

$$\boxed{(n-0/5)a t^2 + v_0 t \text{ یا } d\left(\frac{t}{n}\right) = \frac{1}{2}at^2(2n-1) + v_0 t \quad ⑥}$$

⑦ مسافت طی شده در ثانیه‌ی t ام حرکت:

$$\boxed{d_t = \frac{1}{2}a(2t-1) + v_0 \quad ⑦} \rightarrow \text{یا} \rightarrow \boxed{d_t = (t-0/5)a + v_0}$$

Scanned by CamScanner

⑧ مسافت طی شده در n ثانیه‌ی آخر حرکت :

$$\text{مسافت } n \text{ ثانیه‌ی آخر حرکت} = \frac{1}{2}a(2t-n) + V_0 n \quad ⑧$$

• نکته : در حرکت با شتاب ثابت که در یک جهت صورت می‌گیرد مسافت‌های پیموده شده در ثانیه‌های متوالی تشکیل یک تصاعد حسابی با قدرنسبت a می‌دهند و داریم :

$$\text{قدرنسبت (شتاب)} \quad a = \frac{d_n - d_m}{n-m} = \frac{x_n - x_m}{n-m} \quad (n, m \text{ اعداد طبیعی هستند})$$

$$d_n = d_1 + (n-1)a$$

• مثال) متحرکی در ثانیه‌ی پنجم حرکت خود ۱۲ متر کمتر از ثانیه‌ی سوم طی می‌کند. اگر جهت حرکت متحرک مثبت فرض شود شتاب این حرکت مشروط بر آنکه ثابت باشد چند m/s^2 است ؟ ۱) -5 ۲) -6 ۳) -12 ۴) -10

حل :

$$a = \frac{d_n - d_m}{n-m} = \frac{-12}{5-3} = -6 \ m/s^2$$

$$a = -6 \ \frac{m}{s^2}$$

• نکته : در حالت کلی مسافت‌های طی شده در t ثانیه‌های متوالی بر روی خط راست و شتاب ثابت تشکیل یک تصاعد حسابی با قدرنسبت at^2 می‌دهند. اگر متحرک در t ثانیه‌ی nام مسافت $d(t_n)$ و در t ثانیه‌ی mام $d(t_m)$ را طی کند داریم :

$$\text{قدرنسبت} = at^2 = \frac{d(t_n) - d(t_m)}{n-m}$$

Scanned by CamScanner

• مثال) متحرکی در چهارثانیه سوم حرکت خود بررسی خط راست مسافت 10m و در چهار ثانیه‌ی ششم حرکت خود مسافت 16 متر را طی می‌کند شتاب این حرکت که ثابت فرض می‌شود چقدر است؟ 1) 0/625 2) 0/125 3) 0/25 4) 0/7

حل:

$$a t^2 = \frac{d(t_n) - d(t_m)}{n - m} \rightarrow a \times 4^2 = \frac{16 - 10}{6 - 3} = 2$$

$$\rightarrow a = \frac{2}{16} = \frac{1}{8} = 0/125 \ m/s^2$$

• مثال) متحرکی با شتاب ثابت $2 m/s^2$ در حرکت است اگر جابجایی او از ۳ تا ۵ ثانیه برابر ۳۲ متر باشد سرعت اولیه‌ی متحرک چند $\frac{m}{s}$ است؟

1) 2 2) 4 3) 6 4) 8

• نکته: در حرکت با شتاب ثابت جابجایی از t_1 تا لحظه‌ی t_2 بصورت زیر است:

$$x = \frac{1}{2} a (t_2^2 - t_1^2) + v_0 (t_2 - t_1) \quad (9)$$

t_2 تا t_1

حل:

$$32 = x = \frac{1}{2} \times 2 (5^2 - 3^2) + v_0 (5 - 3)$$

5 تا 3

$$\rightarrow 32 = 16 + 2v_0 \rightarrow 2v_0 = 16 \rightarrow v_0 = 8 \ m/s$$

• نکته: در معادلات حرکت x برحسب t اگر توان t یک باشد حرکت یکنواخت و اگر توان t دو باشد حرکت شتاب‌دار ثابت و اگر توان t سه یا بیشتر باشد حرکت شتاب‌دار متغیر است.

نکته: در حرکت شتاب‌دار ثابت برای سرعت متوسط داریم:

$$\bar{v} = \frac{v_0 + v}{2}, \quad \bar{v} = \frac{1}{2} a t + v_0 \quad (10) \quad (11)$$

Scanned by CamScanner

• تمرین) متحرکی بررسی مسیر مستقیم از حال سکون شروع به حرکت نموده و قسمتی از مسیرش را با شتاب ثابت تند شونده ۹ و بقیه‌ی مسیرش را با شتاب کند شونده ۲۹ طی می‌کند اگر زمان کل حرکت t باشد نشان دهید که کل مسیر $x=\frac{1}{3}at^2$ می‌باشد.

حل:

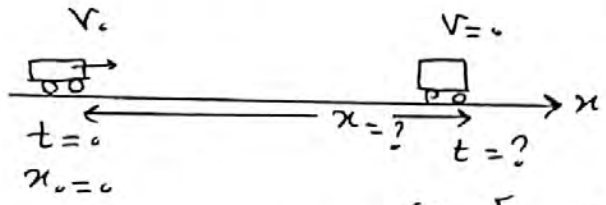
• تمرین) متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت ۹ براه می‌افتد پس از مدت t مسافت 100m را در یک جهت طی می‌کند اگر متحرک ۳۶ متر آخر این مسافت را در مدت ۲s طی کند t در ۹ر ۷ چقدر است؟

حل:

Scanned by CamScanner

• مثال) هنگامی که اتومبیلی در حال حرکت ناگهان با شتاب $2\ m/s^2$ ترمز کند و طول خط ترمز ۵۰ متر باشد سرعت اولیه را حساب کنید.

• نکته: هنگامی که متحرکی با شتاب ثابت بر روی خط راست در حرکت است ترمز کرده و متوقف شده زمان توقف و طول خط ترمز را می‌توان از روابط زیر به دست آورد:



$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x = 2ax$$

$$\text{طول خط ترمز} = |x| = \left|-\frac{v_0^2}{2a}\right|$$

$$v = at + v_0 \rightarrow 0 = a \times t + v_0 \rightarrow t = -\frac{v_0}{a}$$

$$\text{زمان توقف} \rightarrow t = \left|-\frac{v_0}{a}\right|$$

حل: با توجه به رابطه‌ای فوق طول خط ترمز داریم:

$$|x| = \left|-\frac{v_0^2}{2a}\right| \rightarrow v_0^2 = 2ax$$

$$\rightarrow v_0^2 = 2 \times 2 \times 50 = 200$$

$$\rightarrow v_0 = \sqrt{200} \rightarrow v_0 = 10\sqrt{2}\ m/s$$

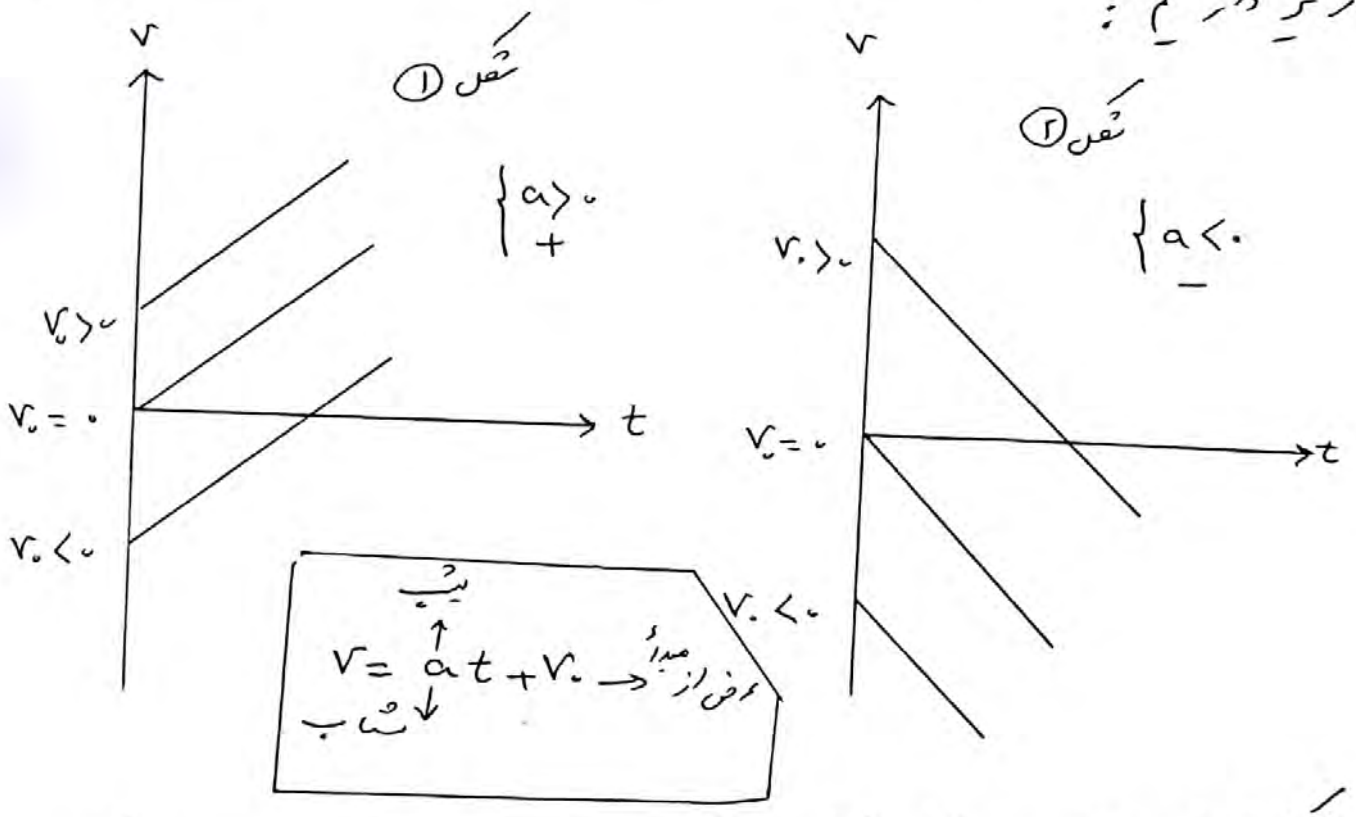
$$\rightarrow v_0 \simeq 10 \times 1{,}4 = 14\ m/s$$

$$\sqrt{2} \simeq 1{,}4$$

Scanned by CamScanner

▶ نمودار سرعت - زمان در حرکت با شتاب ثابت:

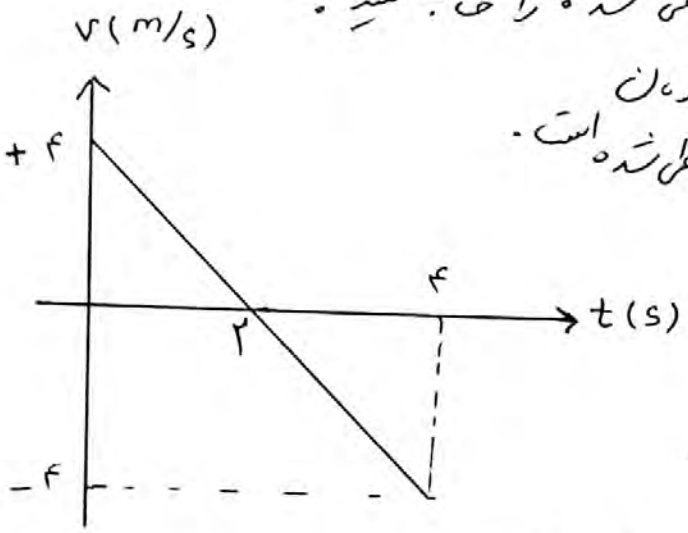
با توجه به معادله‌ی سرعت - زمان ($v = at + v_0$) در حرکت بر روی خط راست با شتاب ثابت می‌توانیم بگوییم، سرعت تابع درجه‌ی اول از زمان بوده پس نمودار آن بصورت یک خط راست بوده که شیب خط برابر با a (شتاب) و عرض از مبدأ آن v_0 (سرعت اولیه) می‌باشد، اگر شتاب آن مثبت باشد ($a > 0$) شیب نمودار بصورت صعودی و اگر شتاب آن منفی باشد ($a < 0$)، شیب نمودار بصورت نزولی خواهد بود و اگر سرعت اولیه‌ی آن مثبت باشد ($v_0 > 0$) شروع نمودار از بالای محور زمان و اگر سرعت اولیه‌ی آن منفی باشد ($v_0 < 0$) شروع نمودار از پایین نمودار زمان خواهد بود که در شکل زیر داریم:



• نکته: جمع جبری مساحتهای نمودار سرعت - زمان جابجایی و قدر مطلق مساحت‌ها مسافت طی شده است.

Scanned by CamScanner

• مثال) با توجه به نمودار جابجایی و مسافت طی شده را حساب کنید.



• تذکر: جمع جبری مساحت نمودار سرعت - زمان جابجایی و قدر مطلق مساحت ها، مسافت طی شده است.

حل:

جابجایی $\Delta x = S_1 + S_2$

$$\Delta x = \frac{2\times 4}{2} + \frac{(-4)\times 2}{2} = 0$$

مسافت طی شده $x = S_1 + |S_2|$

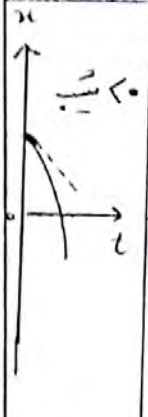
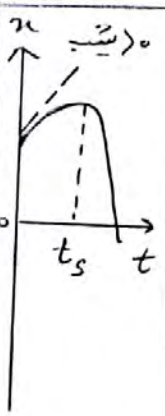
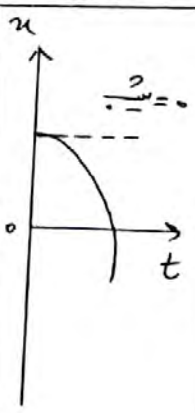
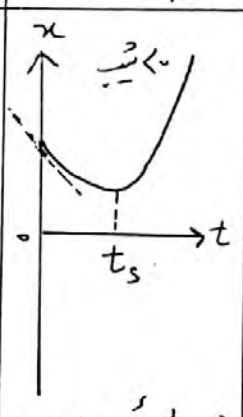
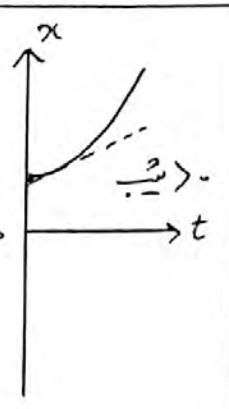
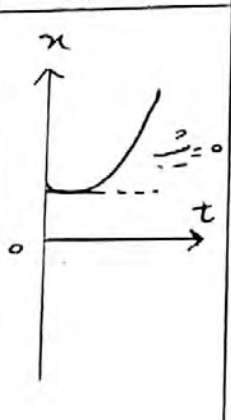
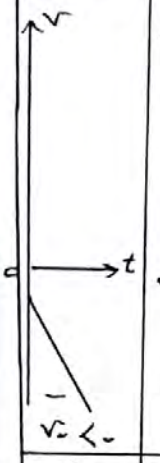
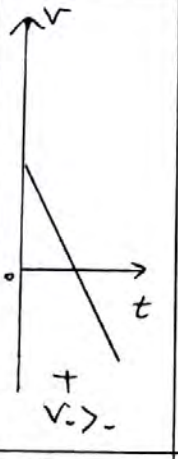
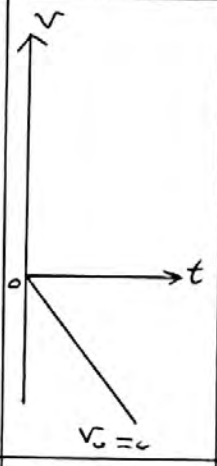
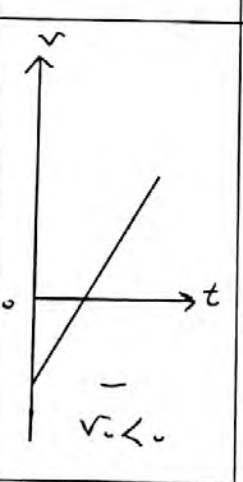
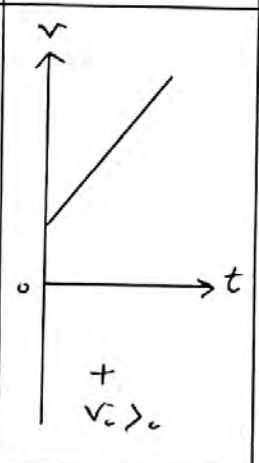
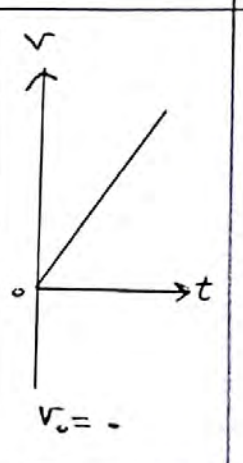
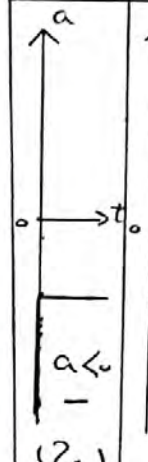
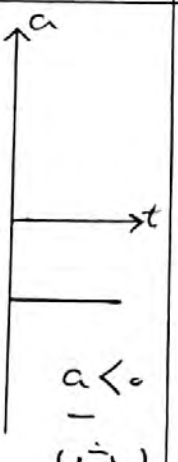
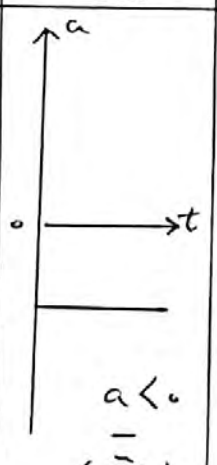
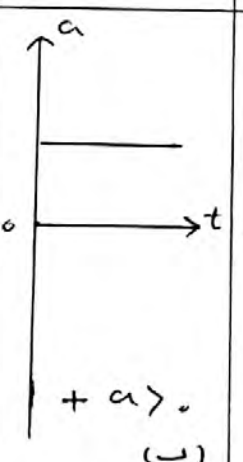
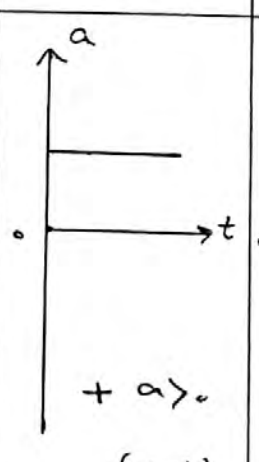
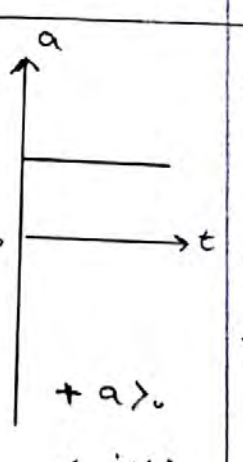
$$x = \frac{2\times 4}{2} + \left|-\frac{4\times 2}{2}\right| = 8m$$

◀ نمودار مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت:

در حرکت با شتاب ثابت بر روی خط راست مکان، تابع درجه‌ی دوم از زمان می‌شود پس نمودار مکان - زمان آن بصورت سهمی است که جهت تقعر آن همواره شتاب (a) را نشان می‌دهد که اگر جهت تقعر رو به بالا باشد (سهمی دارای دره باشد) $a>0$ و اگر جهت تقعر رو به پایین باشد (سهمی دارای قله باشد) $a<0$ و اگر سرعت اولیه‌ی آن مثبت باشد، نیمخط مماس بر نمودار در لحظه‌ی شروع بصورت تندی و اگر سرعت اولیه‌ی آن منفی باشد نیمخط مماس بر نمودار در لحظه‌ی شروع بصورت صعودی خواهد بود و اگر مکان اولیه‌ی آن مثبت باشد، لحظه‌ی شروع بالای محور زمان و اگر مکان اولیه‌ی آن منفی باشد، لحظه‌ی شروع نمودار پایین محور زمان خواهد بود که با توجه به شرایط مختلف نمودار های مکان - زمان، سرعت - زمان و شتاب - زمان متحرک در حالتهای مختلف در جدول صفحه‌ی بعد مشاهده می‌کنیم.

Scanned by CamScanner

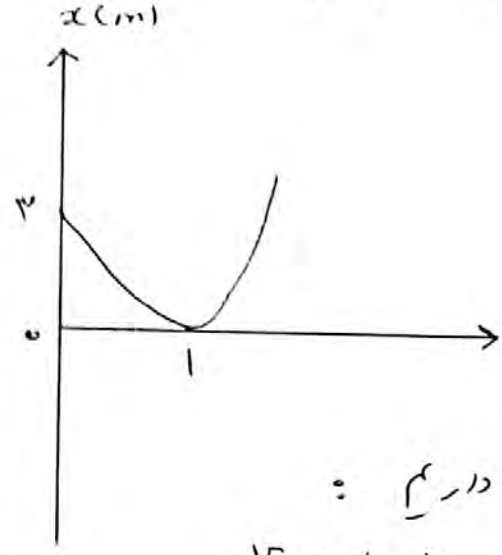
نمودارها:

$v_0<0, x_0>0$ $a<0$	$v_0>0, x_0>0$ $a<0$	$v_0=0, x_0>0$ $a<0$	$v_0<0, x_0>0$ $a>0$	$v_0>0, x_0>0$ $a>0$	$v_0=0, x_0>0$ $a>0$	نوع حرکت / نمودار
						مکان - زمان
						سرعت - زمان
						شتاب - زمان

Scanned by CamScanner

• مثال) نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت در مسیر مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. در ثانیه‌ی سوم پس از عبور متحرک از مبدأ مکان سرعت متحرک چند m/s است؟

(خارج از کشور ۹۶) ۱) ۶ ۲) ۱۲ ۳) ۶٫۵ ۴) ۱۳



حل:

$$\Delta x = \left(\frac{v_0 + v}{2}\right)\Delta t$$

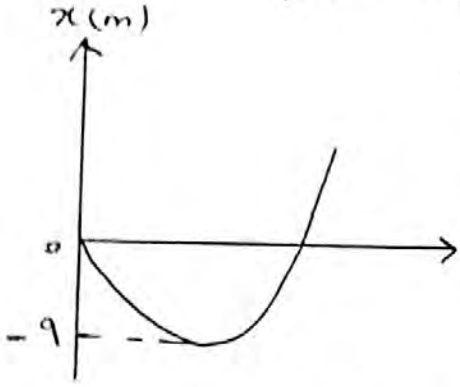
$$0 - 3 = \frac{v_0 + 0}{2} \times 1 \rightarrow v_0 = -6\,m/s$$

$$v = at + v_0 \rightarrow 0 = a \times 1 - 6 \rightarrow a = 6\,m/s^2$$

در ثانیه‌ی سوم پس از عبور از مبدأ مکان یعنی $t = 3s$ داریم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow{t = 1 + 2 = 3s} v = 6 \times 3 - 6 = 12\,m/s$$

مثال، (خارج از کشور ۹۶) نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور x ها حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر سرعت جسم در مکان $x = 27m$ برابر $12\,m/s$ باشد، سرعت اولیه‌ی متحرک چند m/s است؟ ۱) ۳ ۲) ۳- ۳) ۶- ۴) ۶



حل: با توجه به نمودار در مکان $x = -9m$ سرعت متحرک صفر است زیرا نقطه خط صفر است پس داریم:

$$\begin{cases} x_1 = -9m, v_1 = 0 \\ x_2 = 27m, v_2 = 12\,m/s \end{cases}$$

$$\rightarrow v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \rightarrow 144 - 0 = 2 \times a \times (27 - (-9)) \rightarrow a = 2\,m/s^2$$

$$\begin{cases} x_1 = 0, v_0 = ? \\ x_2 = -9m, v_2 = 0 \end{cases} \rightarrow v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x$$

$$\rightarrow 0 - v_0^2 = 2 \times 2 \times (-9) \rightarrow v_0 = \pm 6\,m/s$$

چون نقطه نمودار در شروع حرکت است $\rightarrow v_0 = -6\,m/s$.

Scanned by CamScanner

• نکته: با توجه به نمودارهای حرکت اگر $x_0 < 0$ باشد شروع نمودارهای مکان - زمان از پایین محور زمان خواهد بود.

در نمودار مکان - زمان قسمت های (ب) و (ث) حرکت متحرک از لحظه‌ی شروع تا لحظه‌ی t_s کند شونده است و از لحظه‌ی t_s به بعد تند شونده است و متحرک در لحظه‌ی t_s برای لحظه‌ای متوقف می‌شود که t_s را می‌توانیم از رابطه‌ی زیر بدست آوریم.

$$t_s = -\frac{v_0}{a}$$

در صورتی که قسمت های «الف» و (ب) و (ج) و (ت) نمودار مکان - زمان حرکت همواره تند شونده است و متحرک در هیچ لحظه‌ای متوقف نمی‌شود.

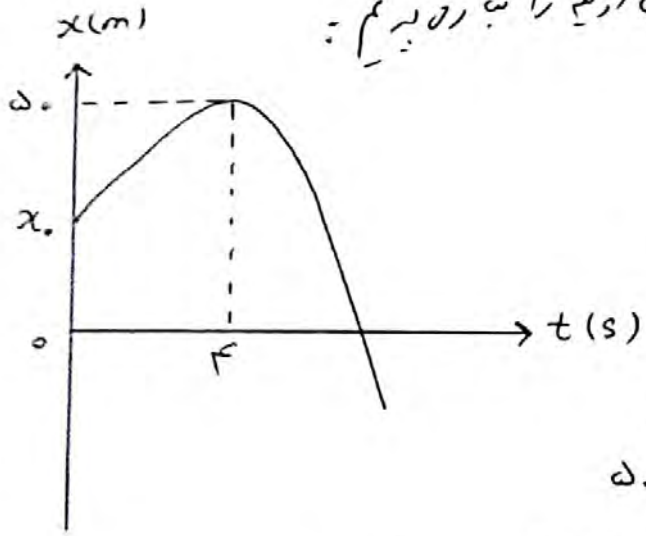
• تذکر: اگر $x_0 = 0$ باشد شروع نمودارهای مکان - زمان از مبدأ مختصات خواهد بود.

• مثال) نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور x ها حرکت می‌کند بصورت سهمی مقابل است. اگر اندازه‌ی شتاب $3 \frac{m}{s^2}$ باشد مکان اولیه (x_0) بر حسب متر کدام گزینه است؟

۱) ۲۸ ۲) ۲۶ ۳) ۲۴ ۴) ۳۲

حل: معادله‌ی مستقل از سرعت اولیه را یک بار می‌نویسیم:

$$|a| = 3 \rightarrow a = -3 m/s^2$$



$$x = -\frac{1}{2}at^2 + vt + x_0$$

$$\begin{cases} t = 4s \\ v = 0 \end{cases}$$

$$50 = -\frac{1}{2} \times (-3) \times 4^2 + 0 \times 4 + x_0$$

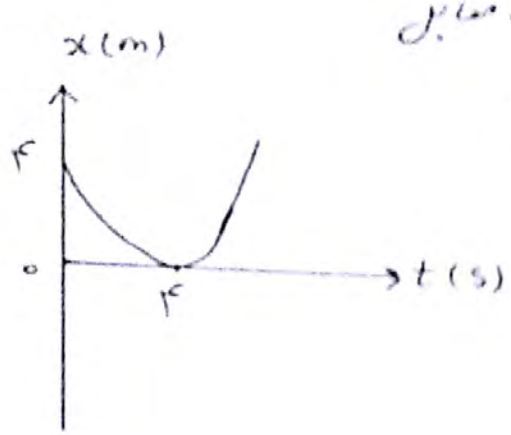
$$\rightarrow 50 = 1.5 \times 16 + x_0 \rightarrow x_0 = 50 - 24$$

$$\rightarrow x_0 = 26 m$$

Scanned by CamScanner

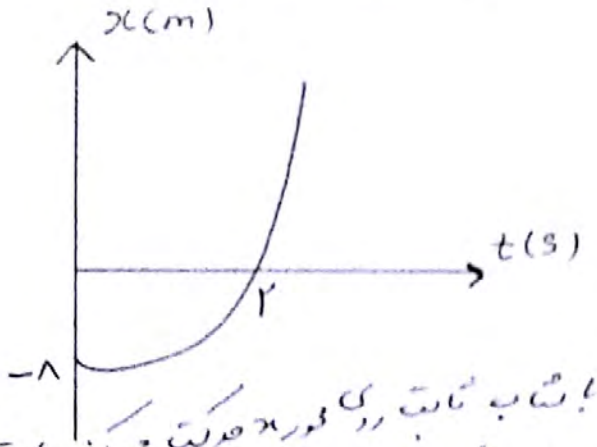
• تمرین) نمودار مکان - زمان سهمی و بصورت شکل مقابل است شتاب این متحرک چند $\frac{m}{s^2}$ است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴



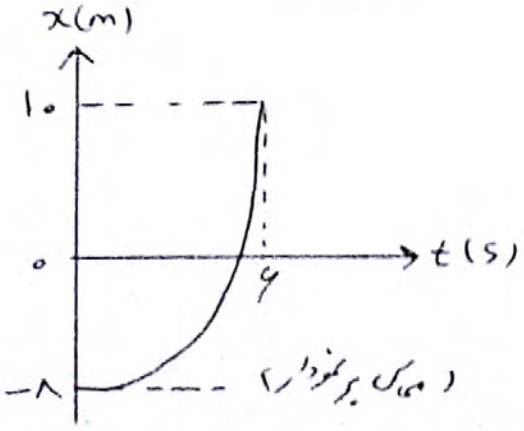
حل:

• تمرین بجری ۸۸) متحرکی بدون سرعت اولیه و با شتاب ثابت روی خط راست حرکت می‌کند و نمودار مکان - زمان آن مطابق شکل روبرو است سرعت آن در لحظه‌ی $t=2s$ چند m/s است؟ ۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸



حل:

• تمرین ریاضی ۸۴) نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور x حرکت می‌کند مطابق شکل است سرعت متحرک در لحظه‌ای که متحرک از مبدأ مکان عبور کرده است چند m/s است؟ ۱) صفر ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۸



حل:

Scanned by CamScanner

جزوه فیزیک دوازدهم - حرکت بردی هوا راست - فصل اول - تحقیق و تنقیح: محمد حسین پور

• مثال) درستی و یا نادرستی جملات زیر را تعیین کنید.

الف) شتاب یک جسم مستقل از سرعت آن است.

ب) زمانی که جسم در حال سکون است، شتاب آن صفر است.

پ) علامت شتاب یک جسم بستگی به دستگاه مختصات دارد.

ت) معادله‌ی سرعت جسمی که با شتاب ثابت در حرکت است یک معادله‌ی درجه‌ی اول بوده که قرینه‌ی t همان شتاب جسم و ثابت معادله همان سرعت اولیه‌ی جسم است.

ث) نمودار سرعت - زمان جسمی که با شتاب ثابت حرکت می‌کند، خطی مورب است که شیب آن برابر با شتاب جسم و برخورد از مبدأ آن همان سرعت اولیه جسم است.

ج) تندی یک اتومبیل برروی یک عدد ثابت شده است، این اتومبیل شتاب ندارد.

چ) یک موشک از حال سکون به راه می‌افتد، در همین حال یک هواپیما با سرعت ثابت در حال پرواز است، شتاب موشک بیشتر از هواپیماست.

ح) جسمی با سرعت V_1 به یک مانع برخورد کرده و با سرعت V_2 بازمی‌گردد. شتاب این جسم در اثر تغییر در اندازه‌ی سرعت است.

حل: الف) نادرست ب) درست پ) درست ت) درست ث) درست

ج) درست چ) درست ح) نادرست.

• مثال: معادله‌ی سرعت - زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند در SI بصورت $V=-2t+4$ است. الف) سرعت متحرک در لحظه‌ی $t=4s$ چقدر است؟

ب) سرعت متوسط متحرک در ۴ ثانیه دوم حرکت چقدر است؟

ج) نمودار $V-t$ این متحرک را رسم کنید.

د) معادله‌ی مکان - زمان متحرک را بنویسید.

(متحرک در مبدأ زمان در ۸ متری مبدأ قرار دارد.)

Scanned by CamScanner

حل مثال (ادامه) الف)

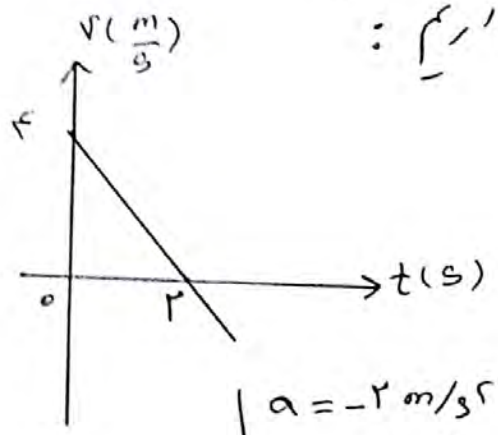
$$t=4s \rightarrow v=-2t+4=-2\times4+4=-4\,m/s$$

ب) چهارمین ثانیه‌ی دوم یعنی از ثانیه‌ی چهارم تا ثانیه‌ی هشتم و داریم:

$$\bar{v}=\frac{v_4+v_8}{2}=\frac{-4+(-12)}{2}=-8\ m/s$$

ج) نمودار $v-t$ بصورت یک خط راست می‌شود داریم:

t	0	2
v	4	0



د) با توجه به داده‌های مسأله داریم:

$$\begin{cases} a=-2\,m/s^2 \\ v_0=4\,m/s \\ x_0=+8m \end{cases} \rightarrow x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0 \rightarrow \boxed{x=-t^2+4t+8}$$

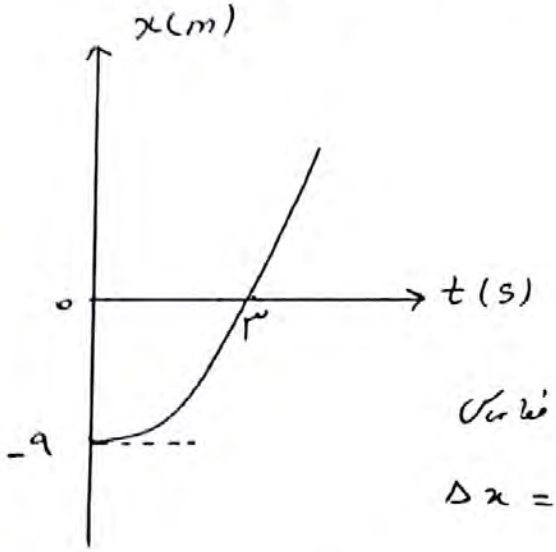
- مثال (فرازی از مثال 1-11 کتاب درسی)

شکل روبرو نمودار $x-t$ متحرکی را نشان می‌دهد که با شتاب ثابت در امتداد محور x حرکت می‌کند. الف) شتاب متحرک را حساب کنید.

ب) معادله‌ی $v-t$ متحرک را بنویسید و رسم کنید.

ج) در لحظه‌ای که متحرک از مبدأ مکان می‌گذرد سرعتش چند m/s است؟

د) معادله‌ی مکان - زمان متحرک را بنویسید.



حل: الف) در لحظه‌ی $t=3s$ متحرک $x=0$ و $v=0$ است. فاصله‌ی

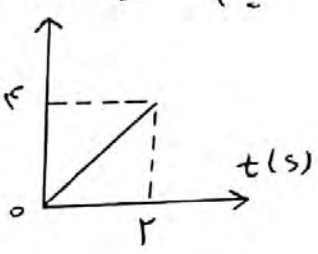
$$\Delta x=\frac{v_0+v}{2}\Delta t \rightarrow 0-(-9)=\frac{0+v_3}{2}\times3 \rightarrow v_3=6\ m/s$$

$$\rightarrow v=at+v_0 \rightarrow 6=a\times3+0 \rightarrow a=+2\,m/s^2$$

Scanned by CamScanner

حل: ادامه‌ی مثال صفحه‌ی ۶۴)

ب)
$$\begin{cases} v_0 = 0 \\ a = 2\,m/s^2 \end{cases} \longrightarrow v = at + v_0 = 2t + 0 \longrightarrow \boxed{v = 2t}$$

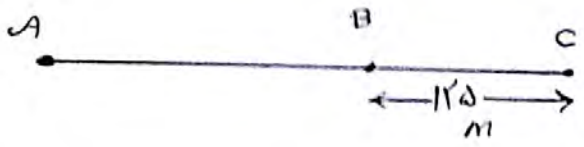


ج)
$$\begin{cases} a = +2\,m/s^2 \\ v_0 = 0 \\ x_0 = -9\,m \end{cases} \longrightarrow x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$
$$\longrightarrow \boxed{x = t^2 - 9} \longrightarrow \text{(معادله‌ی مکان - زمان)}$$

در لحظه‌ای که متحرک از مبدأ مکان می‌گذرد $x = 0$

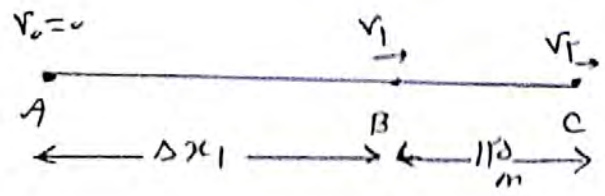
$$\rightarrow x = t^2 - 9 \rightarrow 0 = t^2 - 9 \rightarrow t = 3s$$
$$\rightarrow v = at + v_0 \Rightarrow v = 2 \times 3 + 0 \rightarrow \boxed{v = 6\,\frac{m}{s}}$$

• مثال: (آزمون مدارس برتر - ۹۷) خودرویی با شتاب $2\,m/s^2$ از نقطه‌ی A از حال سکون به راه می‌افتد و با سرعت $30\,m/s$ به نقطه‌ی C می‌رسد. این خودرو فاصله‌ی AB را در چند ثانیه طی کرده است؟ ۱) ۱۵ ۲) ۱۰ ۳) ۵ ۴) ۱۲/۵



حل: گزینه‌ی ۲ درست است:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x$$
$$\rightarrow 30^2 - v_1^2 = 2 \times 2 \times 125 =$$
$$900 - 500 = v_1^2 \rightarrow v_1 = 20\,m/s$$



$$\rightarrow v_1 = at + v_0 \rightarrow 20 = 2t + 0$$
$$\rightarrow t = \frac{20}{2} = 10\,s$$
$$\rightarrow \boxed{t = 10\,s}$$

Scanned by CamScanner

• مثال) نفت‌کش بر روی جاده مستقیم در حال حرکت است. قطرات نفت از نفتکش بر روی سطح جاده می‌ریزد، به کمک فواصل این قطرات روی جاده نوع حرکت متحرک را تعیین کنید.

حل: اگر فاصله‌ی قطرات روی جاده، یکسان و با هم برابر باشد، نفتکش با حرکت یکنواخت بر روی خط راست در حال حرکت است. اگر فاصله‌ی قطرات روی جاده، رو به افزایش باشد، نفتکش با حرکت شتابدار تندشونده بر روی خط راست در حال حرکت است.

و اگر فاصله‌ی قطرات روی جاده رو به کاهش باشد، نفتکش با حرکت شتابدار کندشونده بر روی خط راست در حال حرکت است.

• مثال) در یک مسیر مستقیم اتومبیل با سرعت $20\ m/s$ در حرکت است، 36 متر جلوتر، کامیونی با شتاب $2\ m/s^2$ از حال سکون در همان جهت به راه می‌افتد. در این حرکت اتومبیل و کامیون دو بار از هم سبقت می‌گیرند فاصله‌ی زمانی این دو سبقت چند ثانیه است؟

حل:

$$\begin{cases} x_1 = 20t \\ x_2 = t^2 + 36 \end{cases} \longrightarrow x_1 = x_2 \longrightarrow 20t = t^2 + 36$$

$$t^2 - 20t + 36 = 0 \longrightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{20+16}{2} = 18\ s \\ t_2 = \frac{20-16}{2} = 2\ s \end{cases}$$

فاصله‌ی زمانی دو سبقت $16\ s$ می‌باشد.

• مثال) اتومبیلی با سرعت ثابت $72\ km/h$ به مدت $5\ s$ حرکت می‌کند، راننده اتومبیل ناگهان مانعی را می‌بیند و ترمز می‌کند. هنگامی که شتاب حرکت کندشونده اتومبیل $4\ m/s^2$ و مانع در $40\ m$ اتومبیل باشد،

الف) آیا اتومبیل به مانع برخورد می‌کند؟ با ذکر دلیل.

ب) راننده‌ی اتومبیل حداقل با چه شتابی باید ترمز کند تا به مانع برخورد نکند؟

Scanned by CamScanner

جزوه فیزیک دوازدهم - حرکت بررسی خط راست - فصل اول - تهیه و تنظیم: محمد حسن پور

حل مثال صفحه ۶۶) الف) برخورد می کند، زیرا خط ترمز بیشتر از ۴۰ متر است.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \rightarrow 0 - 20^2 = 2(-2)\Delta x \rightarrow \Delta x = 50m$$

ب) اگر $\Delta x = 40m$ در نظر بگیریم اتومبیل با شتاب بیشتر از $5m/s^2$ باید ترمز کند.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \rightarrow 0 - 20^2 = 2(a) \times 40 \rightarrow a = -5m/s^2$$

• مثال) اتومبیلی با سرعت $20m/s$ در حال حرکت است که راننده‌ی آن ناگهان متوجه مانعی شده و ترمز می کند. اگر اندازه‌ی شتاب حاصل از ترمز $4m/s^2$ و زمان عکس العمل راننده $\frac{1}{2}$ ثانیه باشد، مسافتی که اتومبیل از لحظه‌ای دیده شدن مانع تا توقف کامل طی می کند چقدر است؟

حل: مسافتی که اتومبیل با سرعت ثابت طی می کند.

$$\Delta x_1 = v_0 t = 20 \times \frac{1}{2} = 10m$$

مسافت خط ترمز:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x_2 \rightarrow 0 - 20^2 = 2(-4)\Delta x_2$$

$$\rightarrow \Delta x_2 = 50m$$

کل مسافت: $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2$

$$\rightarrow \Delta x = 10 + 50 = 60m \rightarrow \boxed{\Delta x = 60m}$$

• تمرین) اگر سرعت متوسط متحرکی که از حال سکون روی مسیر مستقیم به حرکت درمی آید، در t ثانیه‌ی اول حرکت $4m/s$ و در t ثانیه‌ی دوم حرکت $6m/s$ و در t ثانیه سوم حرکت هم $6m/s$ باشد، نوع حرکت آن (با توجه به این که شتاب حرکت در هر مرحله ثابت است) از شروع حرکت به ترتیب کدام است؟

۱) تندشونده، تندشونده، کندشونده ۲) تندشونده، تندشونده، یکنواخت

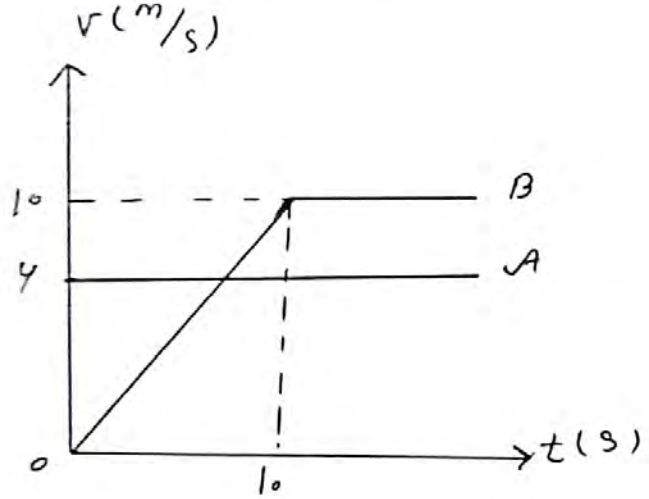
۳) تندشونده، کندشونده، یکنواخت ۴) تندشونده، کندشونده، تندشونده

Scanned by CamScanner

حل:

- مثال، (جامع ۹۶) در شکل زیر، نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که در مسیری مستقیم حرکت می‌کنند، در یک دستگاه مختصات رسم شده است. چند ثانیه پس از شروع حرکت جابه‌جایی دو متحرک با هم برابر است؟

۱) ۶ ۲) ۱۵ ۳) ۲۰ ۴) ۱۲٫۵

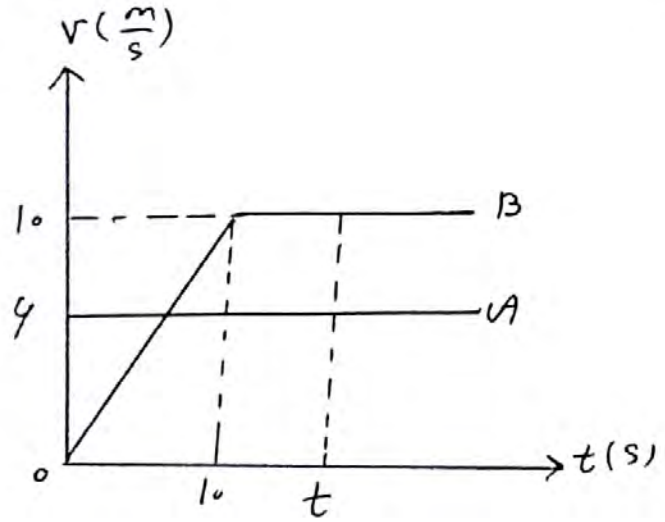


گزینه‌ی ۴) درست است، داریم:

$$\Delta x_B = S = \frac{1}{2} \times \left(t + (t-10)\right) \times 10$$
$$\rightarrow \Delta x_B = 10t - 50$$
$$\Delta x_A = S = 6t$$

$$\Delta x_A = \Delta x_B \rightarrow$$

$$\rightarrow 6t = 10t - 50$$
$$\rightarrow 4t = 50 \rightarrow t = \frac{50}{4}$$
$$\rightarrow t = 12{,}5\,s$$

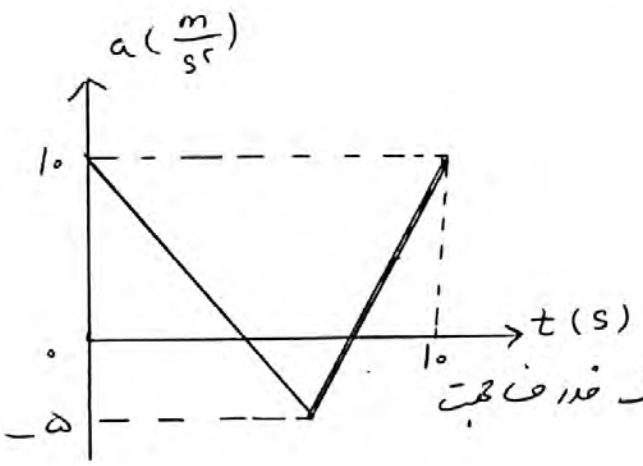


Scanned by CamScanner

• مثال: (کنکور خارج ۹۶)

نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند مطابق شکل زیر است. اندازه‌ی شتاب متوسط این متحرک در مدت زمانی که شتاب متحرک در خلاف جهت محورها است، چند m/s^2 است؟

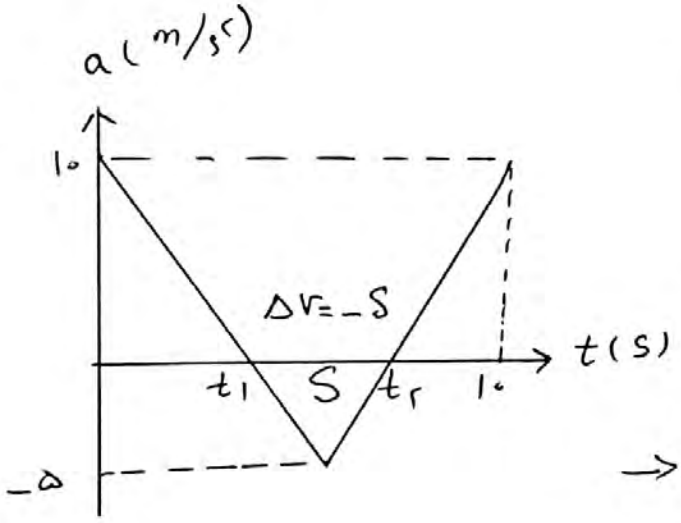
۱) ۲/۵ ۲) ۵ ۳) ۱/۶ ۴) ۱/۸



حل: گزینه‌ی یک درست است.

سطح محصور بین نمودار $(a-t)$ بیانگر تغییرات سرعت است.

در بازه‌ی زمانی $(t_1 - t_2)$ متحرک خلاف جهت محور در حرکت است.



$$\bar{a} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = -\frac{S}{\Delta t}$$

$$\bar{a} = \frac{-\frac{1}{2} \times 5 \times \Delta t}{\Delta t}$$

$$\rightarrow |\bar{a}| = 2/5 \ \frac{m}{s^2}$$

Scanned by CamScanner

• تمرین ۱-۸ کتاب درسی)

معادله‌ی سرعت - زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند در SI بصورت $V=-1/8t+2/12$ است. الف) سرعت متحرک در لحظه‌ی $t=4/0s$ چقدر است؟
ب) سرعت متوسط متحرک در بازه‌ی زمانی صفر تا $4/0s$ چقدر است؟
پ) نمودار سرعت - زمان این متحرک را رسم کنید.

حل: الف) $t=4s \rightarrow V=-1/8\times4+2/12=-5\ m/s$

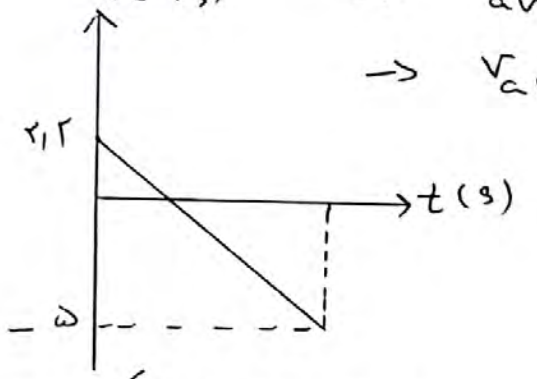
ب) $\begin{cases} V=at+V_0 \\ V=-1/8t+2/12 \end{cases} \rightarrow a=-1/8\ m/s^2,\ V_0=2/12\ m/s$

$\rightarrow V_{av}=\bar{V}=\frac{V_0+V}{2}=\frac{2/12-5}{2}=-1/44\ m/s$

$\rightarrow V_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow -1/44=\frac{\Delta x}{4} \rightarrow \Delta x=-5/76\ m$

پ)

t	0	4
V	2/12	-5

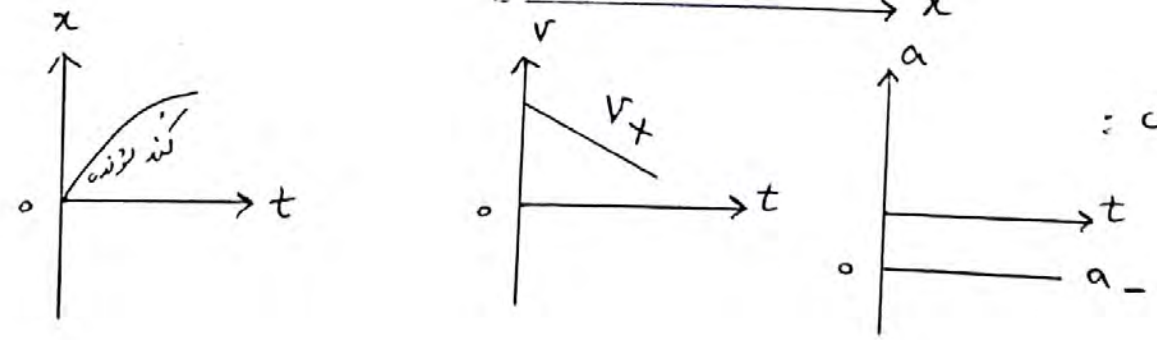


• فعالیت ۱-۲ کتاب درسی)

در تمامی حالت های شکل زیر، خودروها در امتداد محور x و با شتاب ثابت در حرکت اند. حرکت هرکدام از خودروها، توسط کدامیک از نمودارهای (V-t) توصیف می‌شود؟ هم‌چنین توضیح دهید تندی کدام خودرو در حال افزایش (حرکت تندشونده) و یا تندی کدام خودرو در حال کاهش (حرکت کندشونده) است.

الف)

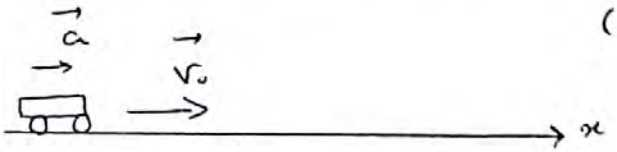
حل:



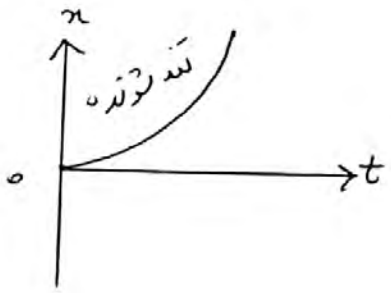
Scanned by CamScanner

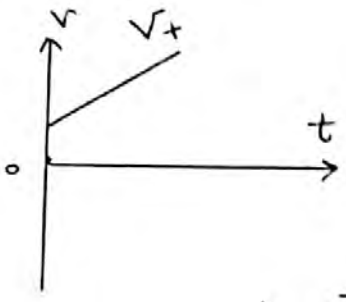
• ادامه‌ی فعالیت ۱-۲ کتاب درسی)

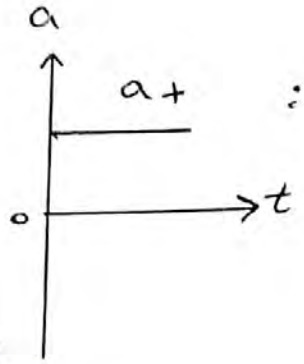
ب)



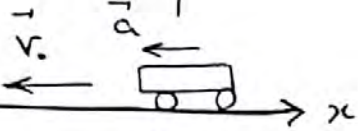
حل:

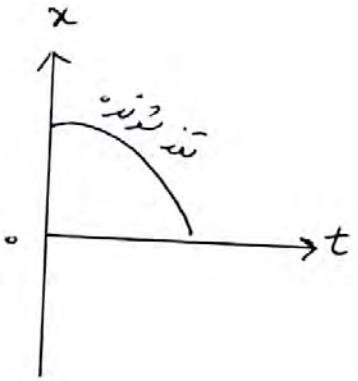


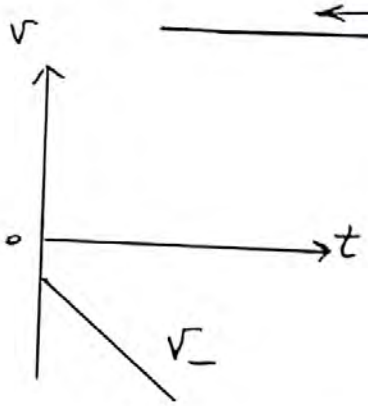


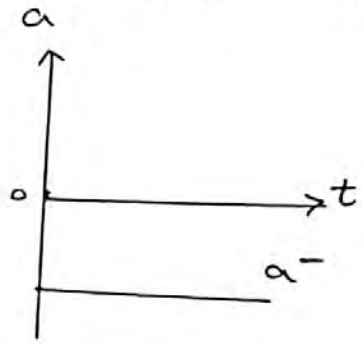


پ)

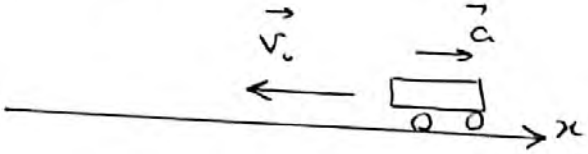


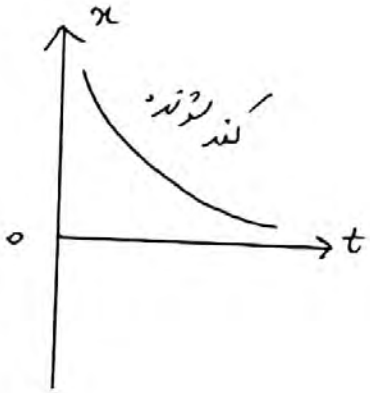


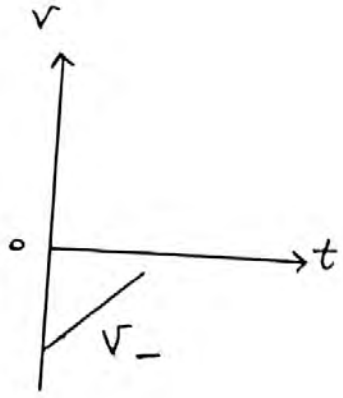


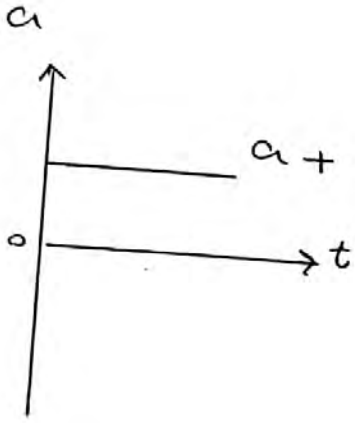


ت)









• مثال ۱-۱۲) مثال (۱-۱۲) کتاب درسی بسیار مهم بود - که بطور کامل در کتاب درسی بررسی شده است.

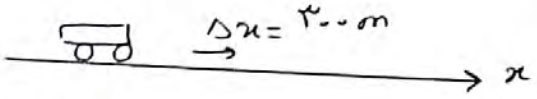
Scanned by CamScanner

جزوه فیزیک دوازدهم - حرکت بررسی خطا راست - فصل اول - تهیه و تنظیم: محمد حسین پور

• تمرین ۱-۹ کتاب درسی)

خودرویی با سرعت $18/0 km/h$ در امتداد مسیری مستقیم از چهارراهی می‌گذرد تندی آن با شتاب $1/0 m/s^2$ افزایش می‌یابد. سرعت خودرو پس از ۳۰۰ متر جابجایی چقدر است؟

حل:



$V_0 = 18/3.6 = 5 m/s$

از معادله‌ی مستقل از زمان استفاده می‌کنیم:

$V^2 - V_0^2 = 2a\Delta x$

$\rightarrow V^2 - 25 = 2 \times 1 \times 300 \rightarrow V^2 = 625 \rightarrow V = 25 m/s$

• توجه: اگر مسأله زمان را از ما می‌خواست در این صورت:

$V = at + V_0$

$25 = 1 \times t + 5 \rightarrow \boxed{t = 20 s}$

• مثال ۱-۱۳ و ۱-۱۴ مهم بوده، که بطور کامل در کتاب درسی بررسی شده است.

• پرسش ۱-۷ کتاب درسی مهم)

نمودار شتاب - زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند مطابق شکل زیر است.

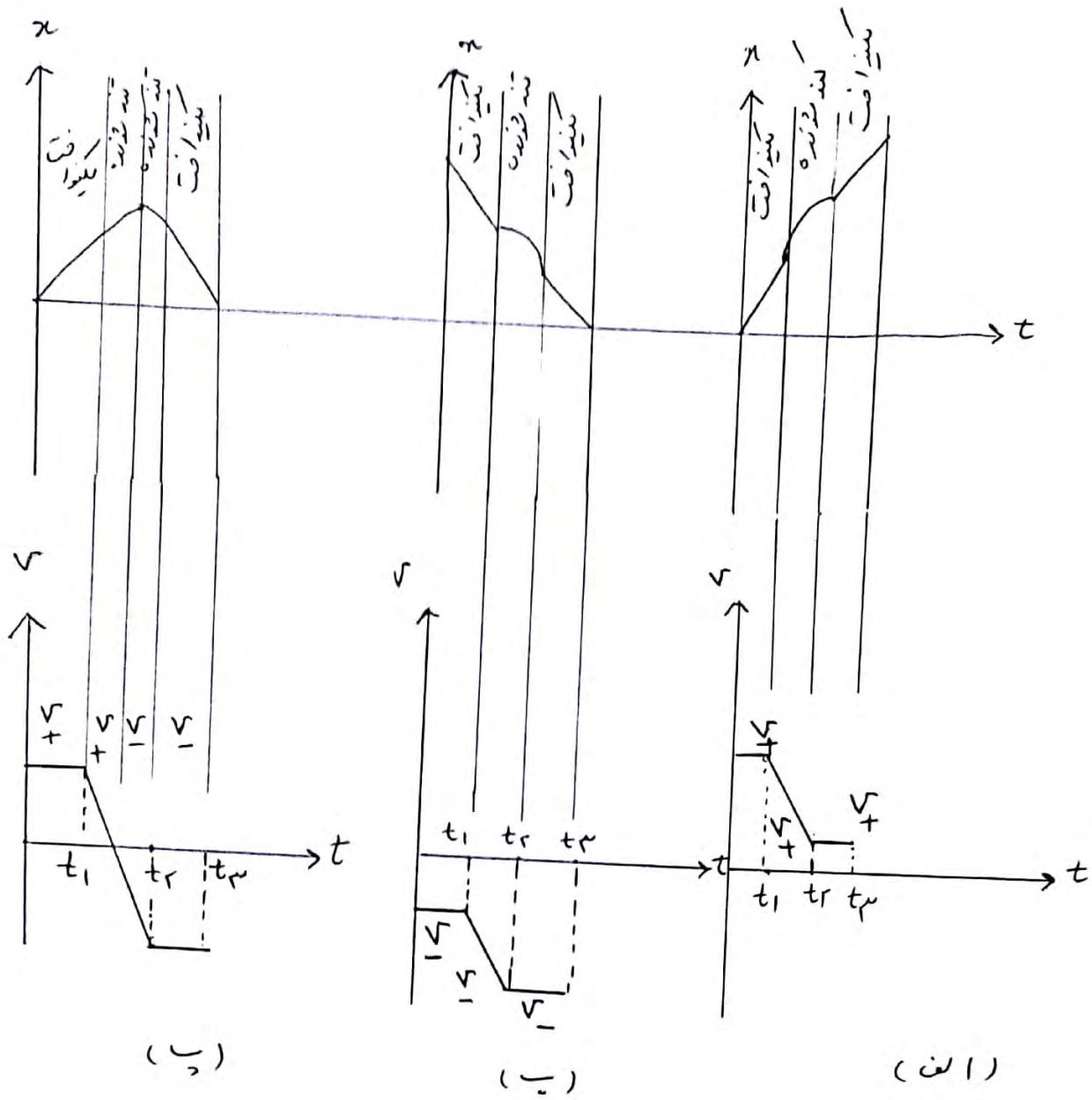
تا فیلم دهید چگونه هرکدام از نمودارهای سرعت - زمان شکل‌های الف، ب و پ می‌توانند متناظر با این نمودار شتاب - زمان باشد.

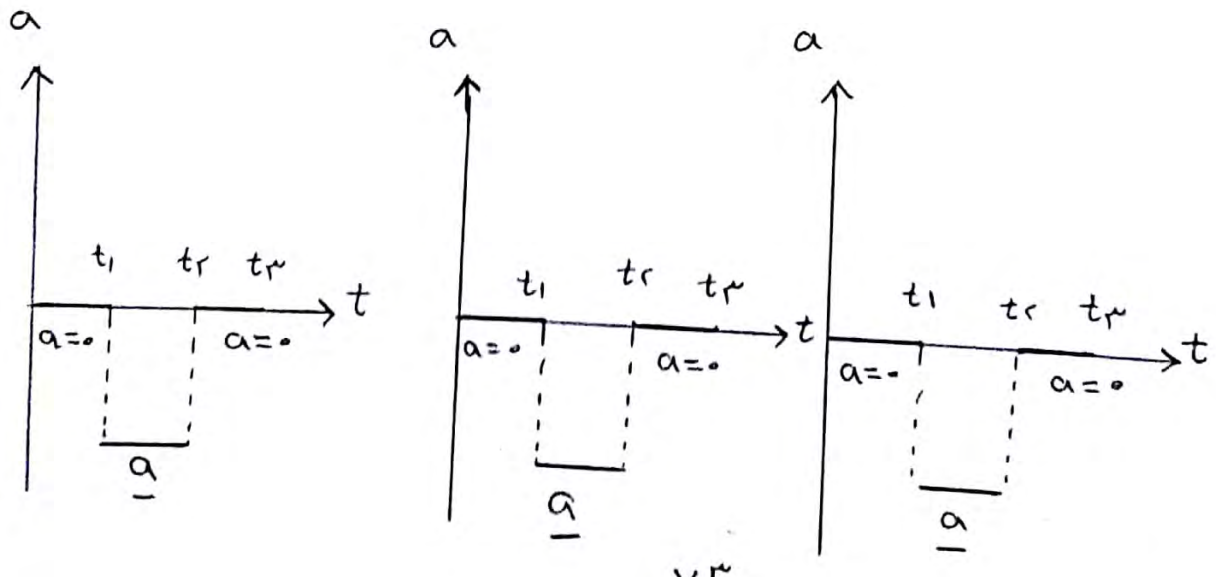
حل: شکل‌ها در صفحه بعد با جواب آمده است.

(صفحه ۷۳ جزوه)

Scanned by CamScanner

جزوه فیزیک دوازدهم - حرکت بردار خط راست - فصل اول - تهیه و تنظیم: محمد حسین پور





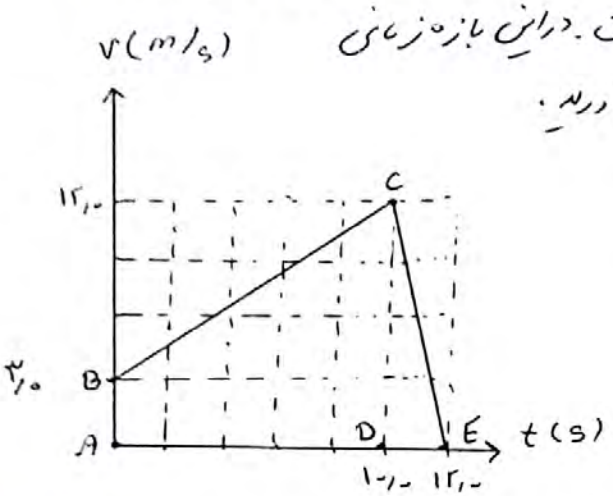
Scanned by CamScanner

• تمرین ۱-۱۰ کتاب درسی) آهوی در مسیری مستقیم در امتداد محور x ها می‌دود. نمودار سرعت - زمان آهو در بازه زمانی صفر تا ۱۲٫۱۰ مطابق شکل است. در این بازه زمانی

الف) مسافت طی شده توسط آهو را بدست آورید.

ب) جابجایی آهو را پیدا کنید.

پ) نمودار شتاب - زمان آهو را رسم کنید.



حل: الف) با توجه به اینکه مساحت نمودار (محصور) سرعت - زمان بیانگر جابجایی است پس داریم:

$$\Delta x_1 = S_{ABCD} = \frac{(3+12)\times 10}{2} = 75\,m$$ مساحت ذوزنقه

$$\Delta x_2 = S_{CDE} = \frac{12\times 2}{2} = 12\,m$$ مساحت مثلث

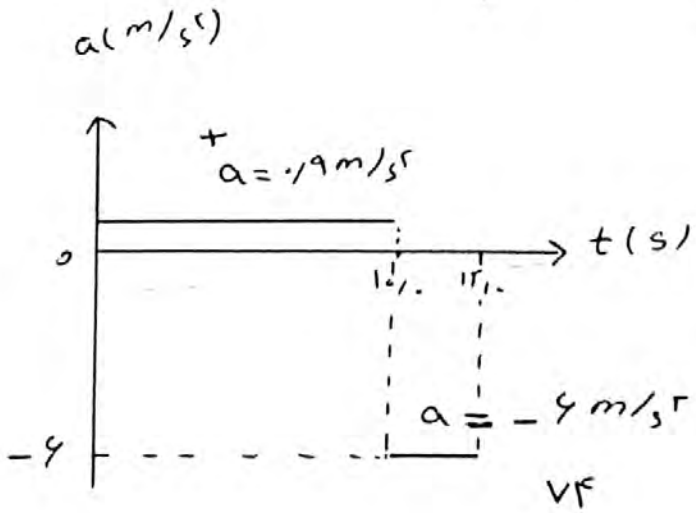
$$= 75 + 12 = 87\,m$$ مسافت طی شده توسط آهو

ب) با توجه به اینکه جهت حرکت عوض نشده است پس مسافت و جابجایی برابر است. و داریم:

$$\text{مسافت} = \text{جابجایی} = 75 + 12 = 87\,m$$

پ)

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{12-3}{10} = 0.9\ m/s^2 \\ a_2 = \frac{0-12}{2} = -6\ m/s^2 \end{cases}$$



Scanned by CamScanner

• تمرین ۱-۱۱ کتاب جدید) شکل مقابل نمودار شتاب - زمان یک ماشین اسباب بازی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x حرکت می‌کند با فرض $x_0 = 0$ و $v_0 = 0$ در بازه‌ی زمانی صفر تا $25/0\ s$،

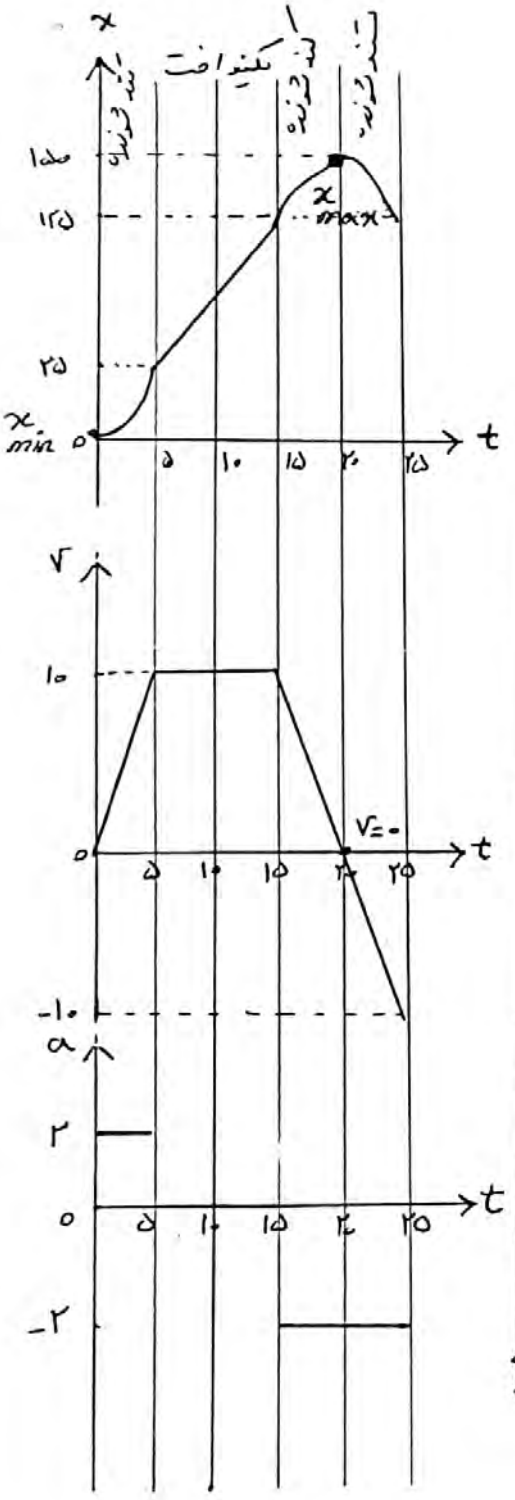
الف) نمودارهای سرعت - زمان و مکان - زمان این ماشین را رسم کنید.

ب) با توجه به نمودار سرعت - زمان مشخص کنید در کدام یک از بازه‌های زمانی، حرکت ماشین تند شونده، کند شونده یا با سرعت ثابت است.

پ) شتاب متوسط ماشین را پیدا کنید.

ت) جابجایی ماشین را پیدا کنید.

(حل: الف و ب)



حل: (پ)

$$\bar{a}_{کل} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-10-(1-)}{25} = -\frac{9}{5}\ m/s^2$$

(ت)

$$\Delta x = 25 + 100 + 25 - 25 \rightarrow \Delta x = 125\ m$$

جابجایی

• هدگام مسافت را نیز داریم:

$$\text{مسافت} = 25 + 100 + 25 + 125 + 125 = 175\ m$$

• با توجه به نمودار $(v-t)$ در ۲ و ۳ جهت حرکت عوض شده.

$$\Delta v_1 = 2 \times 5 = 10\ m/s$$
$$\Delta v_2 = 10 \times 0 = 0$$
$$\Delta v_3 = -2 \times 10 = -20\ m/s$$
$$v_3 = -20 + 10 = -10\ \frac{m}{s}$$

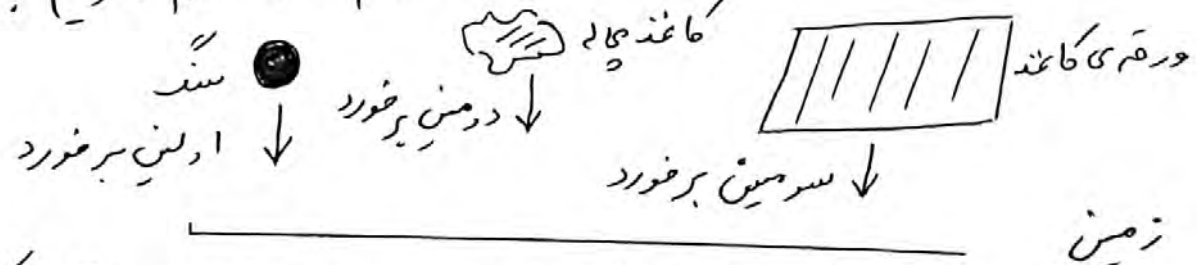
$$\Delta x_1 = 10 \times 5/2 = 25\ m$$
$$\Delta x_2 = 10 \times 10 = 100\ m$$
$$\Delta x_3 = 10 \times 5/2 = 25\ m$$
$$\Delta x_4 = \frac{-10 \times 5}{2} = -25\ m$$

Scanned by CamScanner

جزوه مخصوص (ویژه) رشته دوازدهم ریاضی

سقوط آزاد: حرکت جسم در نزدیکی سطح زمین که فقط تحت تأثیر نیروی گرانش (وزن جسم) حرکت می‌کند و از مقاومت هوا بتوان صرف نظر کرد.

- تذکر: حرکت سقوط آزاد آرمانی بوده و شتاب حرکت ثابت است.
- نکته: مقدار شتاب هم به جاذبه محل بستگی دارد و برای سطح کره‌ی زمین این مقدار تقریباً $9/8\ m/s^2$ می‌باشد.
- نکته: هر اجسامی که از نزدیکی سطح زمین در راستای قائم به علت گرانش بطرف زمین سقوط می‌کنند به شرط آنکه مقاومت هوا در مقابل حرکت آنها ناچیز باشد، سرعت آنها با آهنگ یکنواختی افزایش می‌یابد یعنی با شتاب ثابت سقوط می‌کنند. اندازه‌ی این شتاب را که شتاب ناشی از گرانش نامیده می‌شود با g نشان می‌دهیم.
- نکته: طبق آزمایش گالیله هرگاه شرایط خلاء باشد پر و توپ رها شوند هردو به سطح زمین می‌رسند (در یک زمان) یعنی در این حالت جرم جسم در زمان سقوط تأثیری ندارد.
- نکته: هرگاه مقاومت هوا وجود داشته باشد و شکل جسم را رها کنیم داریم:



- تذکر: نباید اشتباه نماییم و خلأ را به کاهش نیروی وزن ربط دهیم در مکانی که زندگی می‌کنیم می‌توانیم هوا را از یک مکان تخلیه کنیم و به خلأ تر دست یابیم ولی وزن جسم تغییری نخواهد کرد.

Scanned by CamScanner

• آیا حرکت ماهواره سقوط آزاد محسوب می‌شود؟

حل: در سقوط آزاد الزاماً سرعت اولیه صفر نیست، یعنی آزاد بودن حرکت صرفاً به معنی فقط وارد شدن نیروی گرانش زمین به جسم است و این حرکت در تراکم سطح زمین روی خط راست انجام می‌گیرد. ولی حرکت ماهواره تحت تأثیر نیروی جاذبه زمین می‌باشد ولی روی خط راست نمی‌گردد پس حرکت ماهواره بدور زمین سقوط آزاد نیست.

◀ مثال) درست یا نادرست بودن عبارتهای زیر را در حرکت سقوط آزاد تعیین کنید.

① حرکت سقوط آزاد حرکت تندشونده است.

② اندازه سرعت در هر ثانیه به اندازه‌ی $10\frac{m}{s}$ تغییر می‌کند.

③ هر چه جرم جسم بیشتر باشد، (با صرف نظر از اصطکاک هوا) با سرعت بیشتری به زمین می‌رسد.

④ جابجایی جسم در ثانیه‌های متوالی به اندازه‌ی ثابت افزوده می‌شود.

⑤ برای جسمی که از ارتفاعی رها می‌شود مدت زمان کل سقوط و سرعت برخورد به زمین هر دو با ارتفاع متناسب است.

⑥ در حرکت سقوط آزاد، مسافتهای پیموده شده در ثانیه‌های متوالی تشکیل یک تصاعد حسابی می‌دهند که قدرنسبت آنها g است.

⑦ حرکت برگشته شده از در فت به سمت زمین، یک حرکت سقوط آزاد است.

⑧ اگر دو گلوله با اختلاف زمانی یک ثانیه از هم رها شوند، در هر ثانیه فاصله‌ی آنها از هم ۱۰ متر افزایش می‌یابد.

⑨ برای گلوله‌ای که داخل یک آسانسور شتابدار، از دست شخص ساکن رها می‌شود می‌توان از روابط سقوط آزاد استفاده کرد.

⑩ در سقوط آزاد اندازه جابجایی با مسافت طی شده برابر است.

⑪ یک گلوله و یک کاغذ در شرایط خلأ با شتاب یکسان سقوط می‌کنند.

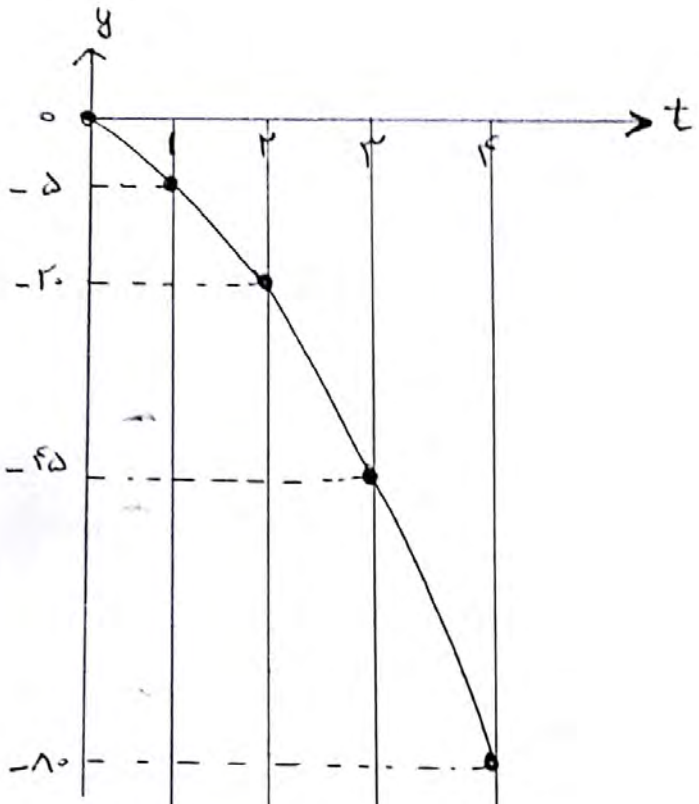
⑫ هر متحرکی که با شتاب g حرکت کند سقوط آزاد انجام می‌دهد.

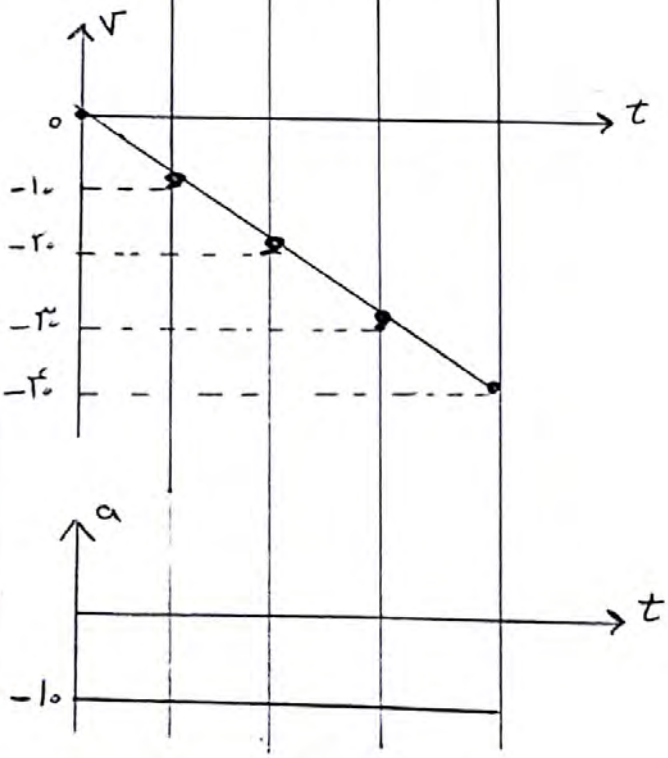
حل. ① نادرست ② درست ③ نادرست ④ درست ⑤ نادرست ⑥ نادرست ⑦ نادرست ⑧ درست ⑨ نادرست ⑩ نادرست ⑪ درست ⑫ نادرست

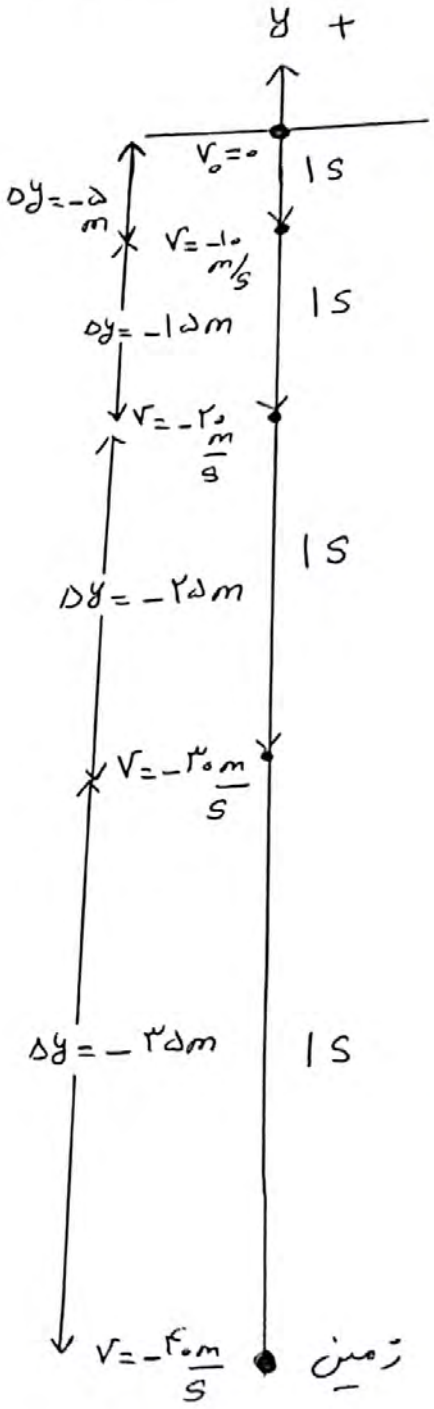
Scanned by CamScanner

• تذکر: در این کتاب فقط حالت سقوط بدون سرعت اولیه را مورد بررسی قرار میدهیم.

نکته: نمودارهای مکان - زمان و سرعت - زمان و شتاب - زمان در سقوط آزاد اجسام:







Scanned by CamScanner

• تذکر: برای تبدیل فرمولهای حرکت افقی شتاب دار با شتاب ثابت (x) به حرکت عمودی (y) کافیست که:

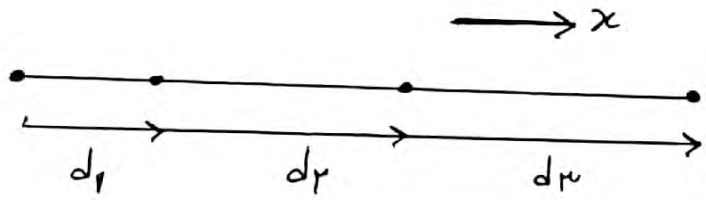
$$\begin{cases} a \to -g \\ x \to y \end{cases}$$

• نکته: با توجه به تذکر فوق داریم:

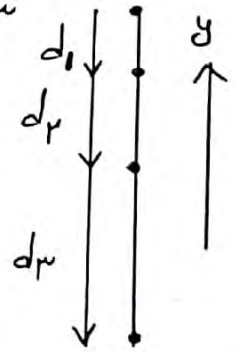
$$\begin{cases} v = v_0 + at \longrightarrow v = v_0 - gt \\ \Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \longrightarrow \Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \\ v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \longrightarrow v^2 - v_0^2 = -2g\Delta y \\ \Delta x = -\frac{1}{2}at^2 + vt \longrightarrow \Delta y = \frac{1}{2}gt^2 + vt \end{cases}$$

• تذکر: بقیه‌ی معادلات هم فقط طبق تذکر فوق $\begin{cases} a \to -g \\ x \to y \end{cases}$ خواهند بود.

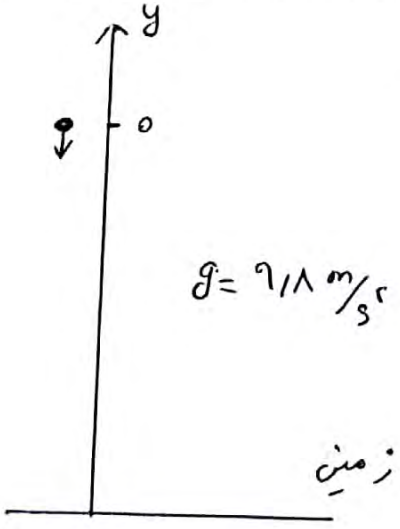
• نکته: هرگاه، شتاب ثابت باشد بین جابجایی های متوالی جسم تنها عددهایی (عدد) وجود دارد:



$$d_2 = \frac{d_1 + d_3}{2}$$



• مثال ۱-۱۵ کتاب درسی) شکل مقابل شخص را نشان میدهد که از بالای دیواری بلند، گلوله‌ای را رها می‌کند. الف) پس از 1.0 s گلوله چه مسافتی را طی می‌کند و سرعت آن به چقدر می‌رسد؟
ب) اگر ارتفاع دیوار 10.0 m باشد سرعت برخورد گلوله به سطح زمین و مدت زمان کل حرکت آن را پیدا کنید. $g = 9.8\ m/s^2$



Scanned by CamScanner

حل مثال صفحه قبل) الف)

$$\Delta y = -\frac{1}{2} g t^2 = -\frac{1}{2} \times (9{,}8) \times (1)^2 = -4{,}9\,m$$

$\rightarrow$ مسافت $= 4{,}9\,m$

تذکر: علامت منفی جهت حرکت به سمت پایین را نشان میدهد.

$$V = -gt = -9{,}8 \times 1 = -9{,}8\,m/s$$

ب) $\Delta y = -\frac{1}{2} g t^2 \rightarrow -10 = -\frac{1}{2} \times 9{,}8\, t^2 \rightarrow t^2 = \frac{10}{4{,}9}$

$$\rightarrow t^2 = \frac{100}{49} \rightarrow t = \frac{10}{7}\,s$$

$$V = -gt + \cancel{V_0} = -9{,}8 \times \frac{10}{7} = -\frac{98}{7} = -14\,m/s$$

• مثال 1-16) این مثال کتاب درس بسیار مهمی بود، که بطور کامل در کتاب مورد بررسی قرار گرفت.

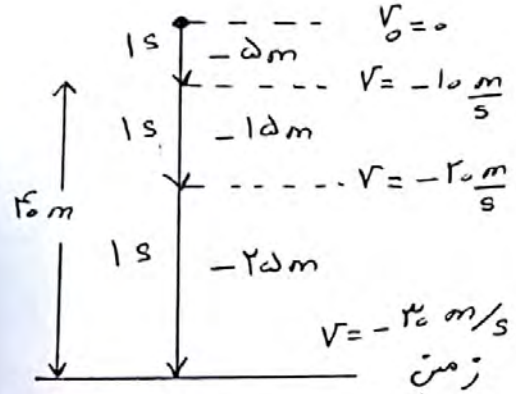
• مثال) جسمی در شرایط خلأ سقوط می‌کند و در ۲ ثانیه‌ی آخر حرکت ۴۰m را طی می‌کند.

الف) کل جابجایی

ب) کل زمان

پ) سرعت در لحظه‌ی برخورد به زمین.

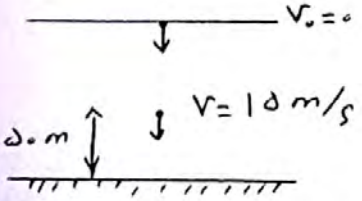
حل: الف و ب و پ در شکل مشخص است.



• کنکور ریاضی ۸۹) گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع h رها می‌شود و در لحظه‌ای که به ۵۰ متری سطح زمین می‌رسد سرعتش $15\,m/s$ می‌شود. این گلوله چند ثانیه پس از رها شدن به زمین می‌رسد؟ $g = 10\,m/s^2$

۱) ۲ ۲) ۳٫۵ ۳) ۶٫۵ ۴) ۵

حل:



$$V^2 - V_0^2 = -2g\Delta y \rightarrow V^2 - 225 = -20(-50) = 1000$$

$$\rightarrow V^2 = 1225 \rightarrow V = \pm 35 \rightarrow V = -35\,m/s \text{ قابل قبول}$$

$$V = -gt + \cancel{V_0} \rightarrow -35 = -10t + 0 \rightarrow t = 3{,}5\,s$$

Scanned by CamScanner

• مثال) دو گلوله را از ارتفاع معینی با فاصله‌ی زمانی ۲s رها می‌کنیم. فاصله‌ی دو گلوله پس از ۵s از رها کردن اولی یا ۳s از رها کردن دومی چند متر است؟ $g=10\ m/s^2$

۱) ۲۰ ۲) ۴۰ ۳) ۶۰ ۴) ۸۰

حل: روش اول:

$$\begin{cases} y_1 = -\frac{1}{2}gt_1^2 = -\frac{1}{2}\times10\times25 = -125m \\ y_2 = -\frac{1}{2}gt_2^2 = -\frac{1}{2}\times10\times9 = -45 \end{cases} \longrightarrow \Delta y = y_1 - y_2$$

$$\longrightarrow \Delta y = -125 - (-45) = -80m \longrightarrow |\Delta y| = 80m$$

روش دوم: $\Delta y = \frac{1}{2}gn^2 - gnt = \frac{1}{2}\times10\times2^2 - 10\times2\times5 = -80m$

$$\longrightarrow \boxed{|\Delta y| = +80m}$$

• مثال) از ارتفاع h نسبت به زمین جسمی را در شرایط خلا رها می‌کنیم در ثانیه‌ی آخر حرکت خود ۳۵ متر را طی می‌کند، h را حساب کنید. ($g=10\ m/s^2$، h کدام گزینه است؟)

۱) ۲۰ ۲) ۴۰ ۳) ۶۰ ۴) ۸۰

حل:

① $0/5g + \cancel{V_0} = 0/5\times10 = 5m$

② $10 + 5 = 15m$

③ $10 + 15 = 25m$

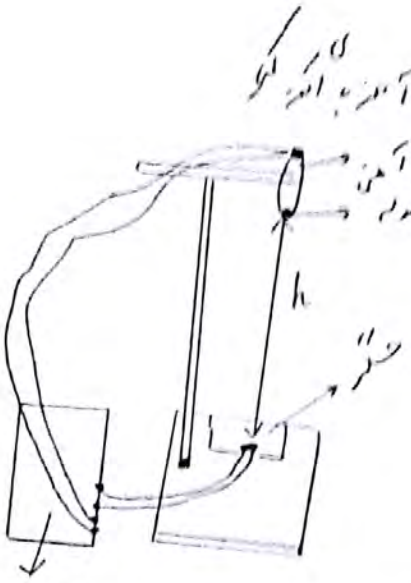
④ $10 + 25 = 35m$

ارتفاع $h = 5 + 15 + 25 + 35 = 80m$

$$\longrightarrow \boxed{h = 80m}$$

Scanned by CamScanner

• تمرین ۱-۱۲ کتاب (درس) شکل مقابل است. انجام آزمایش ساده‌ای را نشان می‌دهد که به کمک آن می‌توان شتاب گرانش را در محل آزمایش اندازه گرفت.



الف) به نظر شما این وسیله آزمایش چگونه کار می‌کند؟

ب) در یک آزمایش نوعی، داده‌های زیر به‌دست آمده است:

$h = 0/27\,m$ ، $t = 0/234\,s$

با توجه به این داده‌ها، اندازه‌ی شتاب گرانش را در محل آزمایش چقدر به‌دست می‌آورید؟

حل: الف) این زمان‌سنج به‌گونه‌ای تنظیم شده که وقتی کلید شروع را زیر مداری که به آهنربای الکتریکی متصل است، قطع می‌شود و چون گلوله از آهن خالص (فرومغناطیس نرم) است خاصیت مغناطیسی خود را از دست می‌دهد و تحت نیروی وزن سقوط می‌کند و به خرک پایین برخورد می‌کند و زمان‌سنج می‌ایستد.

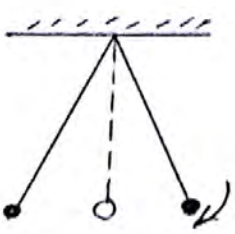
ب)

$$\Delta y = -\frac{1}{2} g t^2 \rightarrow -0/27 = -\frac{1}{2} \times g \times 0/234^2$$

$$\rightarrow g = \frac{2 \times 0/27}{(0/234)^2} = 10/2\ m/s^2$$

• تذکر: کمی خطا در بعضی از دقت وسیله‌ی اندازه‌گیری بوده و طبیعی است.

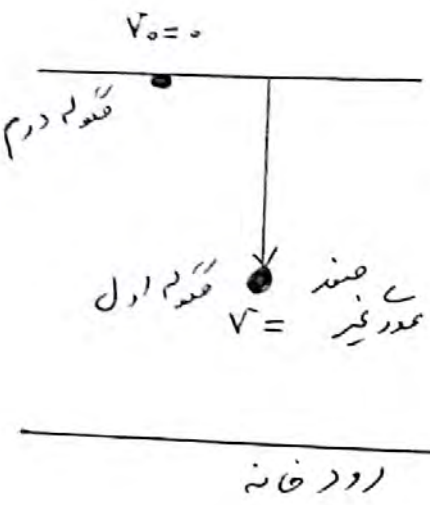
• نکته: به روش دیگری هم می‌توان شتاب گرانش زمین را اندازه گرفت که در مبحث نوسان به آن می‌رسیم: یک آونگ با طول معین می‌سازیم و گلوله را اندکی از وضع تعادل (کمتر از ۶ درجه) منحرف می‌کنیم و رها می‌کنیم اگر زمان یک رفت و برگشت را به‌دست آوریم (T) با معلوم بودن L و T، g محاسبه می‌شود:



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \rightarrow T^2 = 4\pi^2\frac{L}{g} \xrightarrow[\text{۸۲}]{} \boxed{g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}}$$

Scanned by CamScanner

• تمرین ۱-۱۳ کتاب درسی (سوال کنکور)



شکل مقابل شخصی را نشان میدهد که ابتدا سنگی را از بالای پله به داخل رودخانه‌ای رها کرده است. دقیقاً سنگ مسافت ۴۱۰m را طی می‌کند سنگ دیگری دوباره از همان ارتفاع ترسها شخص رها می‌شود. توضیح دهید آیا:
گذشت زمان و تا قبل از برخورد سنگ اول به سطح آب رودخانه فاصله‌ی بین دو سنگ کاهش یا افزایش می‌یابد یا تغییری نمی‌کند. $g = 10\,m/s^2$ فرض

حل: فرض کنیم v_0 و بعد وضعیت هر دو گلوله را بررسی می‌کنیم:

گلوله اول در این لحظه سرعت اولیه دارد: $v^2 - v_0^2 = -2g\Delta y$

$\longrightarrow v^2 - 0 = -2 \times (10)(-4) \longrightarrow v = -\sqrt{80} \simeq -9\,m/s$

Δy بعد از t: $\Delta y = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 t$

گلوله اول $\Delta y = -\frac{1}{2} \times 10 \times (1)^2 - 9 \times 1 = -14\,m$

گلوله دوم $\Delta y = -5 \times (1)^2 + 0 = -5\,m$

مکان اولیه: گلوله اول $= 4\,m \longrightarrow$ مکان جدید $= 4 + 14 = 18\,m$

مکان اولیه: گلوله دوم $= 0 \longrightarrow$ مکان جدید $= 0 + 5 = 5\,m$

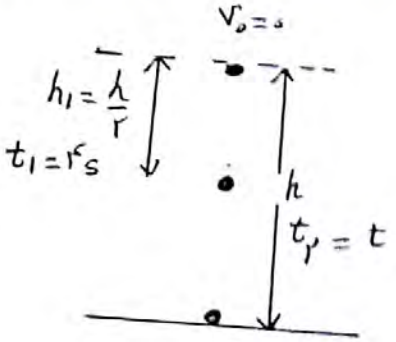
• پس فاصله‌ی آنها که از قبل ۴m بوده به ۱۳m رسیده پس فاصله‌ی بین دو سنگ افزایش می‌یابد.

• تذکر: زیرا سنگ‌ها هرچه به زمین نزدیک می‌شوند، سرعتشان افزایش یافته و در زمان‌های مساوی جابجایی بیشتری را طی می‌کنند، پس فاصله‌ی دو سنگ بیشتر می‌شود.

Scanned by CamScanner

• مثال) گلوله‌ای بدون سرعت اولیه از ارتفاع h رها می‌شود اگر ثانیه‌ی اول مسیر را در $\frac{1}{4}$ ثانیه طی کند کل مسیر را در چند ثانیه طی می‌کند؟

۱) $\sqrt{۲}$ ۲) $۲\sqrt{۲}$ ۳) $۳\sqrt{۲}$ ۴) $۴\sqrt{۲}$



حل:

$$h=\frac{1}{2}gt^2$$

$$\rightarrow \frac{h_1}{h}=\left(\frac{t_1}{t}\right)^2$$

$$\rightarrow \frac{\frac{h}{2}}{h_1}=\left(\frac{4}{t}\right)^2 \rightarrow \frac{1}{2}=\frac{16}{t^2} \rightarrow t^2=32$$

$$\rightarrow t=\sqrt{32}=\sqrt{2\times16}=4\sqrt{2}\,s$$

• مثال) گلوله‌ای بدون سرعت اولیه در شرایط خلاء از بالای ساختمانی سقوط می‌کند و در آخرین ثانیه سقوط خود 34.3 متر را طی می‌کند.

الف) این گلوله با چه سرعتی به زمین می‌رسد؟ $g=9.8\ m/s^2$

ب) ارتفاع ساختمان چقدر است؟

حل: جابجایی در t ثانیه nام حرکت:

$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2(2n-1)+v_0t$$

$$\rightarrow 34.3=\frac{1}{2}\times9.8\times1\times(2n-1) \rightarrow 2n-1=8 \rightarrow n=4$$

$$t=4s \rightarrow V=gt=9.8\times4=39.2\ m/s$$

$$y=\frac{1}{2}gt^2=\frac{1}{2}\times9.8\times4^2=4.9\times16=78.4\,m$$

• مثال) در شرایط خلاء و از ارتفاع یکسان دو گلوله A و B با اختلاف زمانی $2s$ رها می‌شوند اگر بعد از گذشت $1s$ از شروع حرکت گلوله A فاصله دو گلوله $10m$ شود این گلوله‌ها از چه ارتفاعی رها شده‌اند؟

۱) ۲۵ ۲) ۲۵.۰ ۳) ۱۱۵ ۴) ۲۲۵

حل: روش تفاضلی راحت است؛

$V_0=0$
$10m/s$
$20m/s$
$30m/s$
$40m/s$
$50m/s$

$5m$ $t_1=1s$
$15m$ $t_2=2s$
$25m$ $t_3=3s$
$35m$ $t_4=4s$
$45m$ $t_5=5s$

$$\rightarrow h=5+15+25+35+45$$

$$\rightarrow h=125\,m$$

Scanned by CamScanner

• مثال) از لبه‌ی یک چاه عمیق گلوله‌ای رها می‌کنیم و $6/5\,s$ بعد از رها شدن، صدای برخورد آن را با ته چاه می‌شنویم. اگر سرعت صوت $340\,m/s$ باشد عمق چاه را حساب کنید.

حل:

$$\begin{cases} x = h = vt' = -340t' \\ y = h = -\frac{1}{2}gt^2 = -5t^2 \end{cases} \rightarrow -5t^2 = -340t'$$

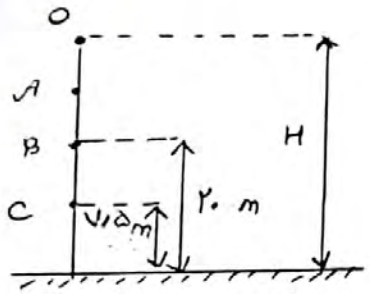
$$\rightarrow 5t^2 = 340t' \rightarrow t^2 = 68t' \quad (1), \quad t + t' = 6/5 \rightarrow t' = 6/5 - t \quad (2)$$

$$(2), (1) \rightarrow t^2 - 68t' = 0 \rightarrow t^2 - 68(6/5 - t) = 0$$

$$\rightarrow t^2 + 68t - 442 = 0 \rightarrow t = 6/3, \; h = -5 \times 6/3^2 = -180\,m$$

• مثال) گلوله‌ای از ارتفاع $11/20\,m$ رها می‌شود اگر سرعت این گلوله در ارتفاع 20 متری $5\,m/s$ باشد و در ارتفاع $7/5$ متری $15\,m/s$ باشد گلوله حدوداً از چه ارتفاعی رها شده است؟ $(g = 10\,m/s^2)$

۱) $20/25$ ۲) $21/25$ ۳) $22/25$ ۴) 23



حل:

$$v_B^2 - v_A^2 = -2gAB$$

$$25 - 0 = -2 \times 10 \cdot AB \rightarrow AB = -1/25\,m$$

$$h = AB + BD = 1/25 + 20 = 21/25\,m$$

• تست ۹۵) در شرایط خلأ گلوله‌ای را از نقطه‌ای به ارتفاع h رها می‌کنیم. اگر در لحظه‌ی برخورد به زمین سرعت گلوله $41\,m/s$ باشد. دو ثانیه قبل از برخورد به زمین ارتفاع گلوله از سطح زمین چند متر بوده است؟ $g = 10\,m/s^2$

۱) 22 ۲) 102 ۳) 62 ۴) 82

حل: روش اول

$$v = -gt + v_0$$

$$-41 = -10t \rightarrow t = t_2 = 4/1\,s$$

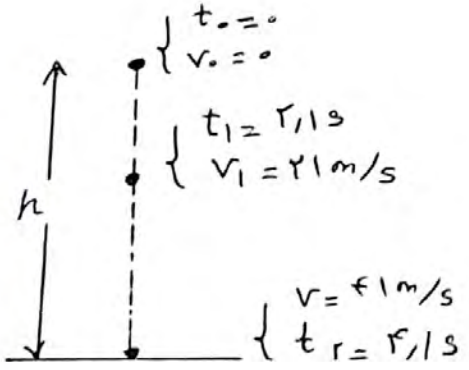
$$t_1 = 4/1 - 2 = 2/1\,s$$

$$v_2^2 - v_1^2 = -2g\Delta y$$

$$41^2 - 21^2 = -2 \times 10 \Delta y$$

$$\Delta y = -62\,m$$

• علامت منفی بیانگر آن است مبدا پرتاب است.

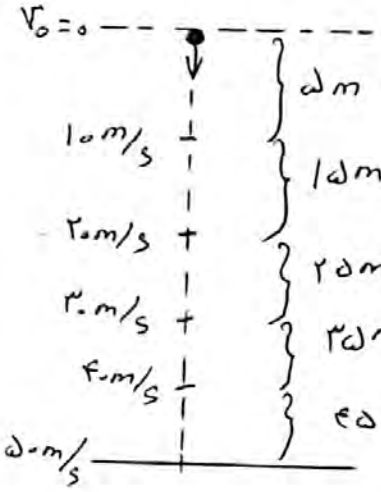


Scanned by CamScanner

اردش دوم :

$$\Delta y = \frac{v_1 + v_2}{2} \times \Delta t = \frac{21 + 41}{2} \times 2 = 62m$$

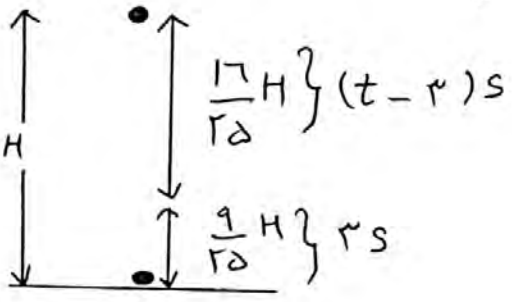
• مثال. (کلم چی ۹۶) در شرایط خلأ گلوله‌ای را از ارتفاع ۱۲۵m سطح زمین رها می‌کنیم چند ثانیه‌ی بعد گلوله دیگری را از همان ارتفاع رها کنیم تا فاصله‌ی آن‌ها در طول مسیر ۴۵ متر شود؟ ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴



حل: گزینه‌ی ① درست است. زمان حرکت گلوله اول ۵s است. فاصله ارتفاع دو گلوله زمانی است که گلوله‌ی اول به سطح زمین برسد. پس گلوله‌ی دوم باید $125 - 45 = 80m$ را طی کند و طبیعتاً کل زمان حرکت گلوله‌ی دوم ۴s بوده و اختلاف زمانی آن‌ها ۱s می‌شود.

• (کلم چی-۹۵) در شرایط خلأ گلوله‌ای از ارتفاع H از سطح زمین بدون سرعت اولیه رها می‌شود. اگر گلوله در ۳ ثانیه‌ی آخر حرکت $\frac{9}{25}$ کل طول مسیر را طی کرده باشد، زمان سقوط چند ثانیه است؟

۱) ۶ ۲) ۷/۵ ۳) ۱۲ ۴) ۱۵



حل:

$$\frac{H}{\frac{16}{25}H} = \frac{-\frac{1}{2}gt^2}{-\frac{1}{2}g(t-3)^2} = \frac{t^2}{(t-3)^2}$$

$$\longrightarrow \frac{25}{16} = \frac{t^2}{(t-3)^2}$$

از طرفین جذر می‌گیریم و داریم:

$$\rightarrow \frac{5}{4} = \frac{t}{t-3} \rightarrow 5t - 15 = 4t$$

$$\rightarrow 5t - 4t = 15$$

$$\rightarrow \boxed{t = 15s}$$

Scanned by CamScanner

• مثال) سنگی را در شرایط خلأ از ارتفاع h نسبت به سطح سیاره‌ای رها می‌کنیم. اگر در ثانیه‌ی سوم، مسافت $5m$ را طی کند و زمان برخورد به سطح سیاره، تندی آن $10\,m/s$ باشد ارتفاع h چند متر است؟ ۱) ۱۰ ۲) ۱۵ ۳) ۲۰ ۴) ۲۵

حل: ۱ و ثانیه جابه‌جایی

$$\Delta y = -\frac{1}{2}g'(2t-1) + \cancel{v_0} \quad (\text{سیاره})$$

$$\rightarrow -5 = -\frac{1}{2}g'(2\times 3 - 1) = -2{,}5g' \rightarrow g' = 2\,m/s^2$$

$$v^2 - v_0^2 = -2g'\Delta y \rightarrow 10^2 - 0 = -2\times 2\times \Delta y \rightarrow \Delta y = -25m$$

• تذکر: جهت حرکت بالا فرض می‌شود.

• مثال) گلوله‌ی A را در شرایط خلأ از ارتفاع h بدون سرعت اولیه رها می‌کنیم، سه ثانیه‌ی بعد گلوله‌ی B را از ارتفاع $\frac{h}{4}$ بدون سرعت اولیه رها می‌کنیم. سرعت گلوله‌ی A در لحظه‌ی رسیدن به زمین چند برابر سرعت گلوله B در لحظه‌ی رسیدن به زمین است؟ ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

حل:

$$\begin{cases} y_A = h = -\frac{1}{2}gt^2 = -5t^2 \\ y_B = \frac{h}{4} = -5(t-3)^2 \end{cases} \rightarrow \frac{y_A}{y_B} = \frac{h}{\frac{h}{4}} = 4 = \frac{t^2}{(t-3)^2}$$

از طرفین جذر می‌گیریم:

$$\rightarrow \frac{2}{1} = \frac{t}{t-3}$$

$$\rightarrow 2t - 2\times 3 = t \rightarrow 2t - t = 6$$

$$\rightarrow t = 6s = t_A$$

$$\rightarrow t_B = 6 - 3 = 3s$$

$$\rightarrow t_A / t_B = 6/3 = 2$$

Scanned by CamScanner

• مثال) در شرایطی که مقاومت هوا ناچیز است. گلوله‌ای از ارتفاع ۳۶۰ متری بدون سرعت اولیه رها می‌کنند. اگر گلوله این مسیر را در ۳ بازه‌ی زمانی مساوی و متوالی طی کرد، به ترتیب مسافت‌های طی شده در هر کدام چند متر است؟ ($g = 10\ m/s^2$)

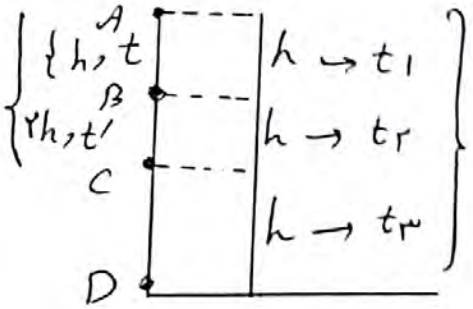
۱) ۲۰، ۱۲۰، ۲۱۰ ۲) ۱۲۰، ۱۲۰، ۱۲۰ ۳) ۴۰، ۱۲۰، ۲۰۰ ۴) ۶۰، ۱۲۰، ۱۸۰

حل: $d + 3d + 5d = 360 \rightarrow d = 40\ m,\ 3d = 120\ m,\ 5d = 200\ m$

روش دوم تستی: عبارت دوم تقریباً همیشه برابر میانگین عبارت اول و سوم است.

$$120 = \frac{40 + 200}{2}$$

• مثال) گلوله‌ای از نقطه‌ی A در شرایط خلأ رها شده، گلوله فاصله‌ی A تا B را در زمان t_1، فاصله‌ی B تا C را در زمان t_2، فاصله‌ی C تا D را در زمان t_3 طی می‌کند. اگر کل زمان حرکت گلوله ۸ ثانیه شده مقادیر t_1، t_2، t_3 هر کدام چند ثانیه است؟ ($g = 10\ m/s^2$)



حل:

$$y = -\frac{1}{2} g t''^2$$

$$\rightarrow -3h = -\frac{1}{2} g t''^2$$

$$\rightarrow -3h = -5 \times 8^2 \rightarrow h = 320/3\ m$$

$$\rightarrow \frac{h}{3h} = \left(\frac{t_1}{t''}\right)^2 \rightarrow \frac{1}{3} = \frac{t_1^2}{64} \rightarrow t_1 = 8\sqrt{3}/3 = 4{,}71\ s$$

$$\rightarrow \frac{2h}{2h} = \left(\frac{t'}{t''}\right)^2 \rightarrow \frac{3}{2} = \frac{64}{t'^2} \rightarrow t' = \frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{11{,}31}{1{,}17}\ s = 6{,}53\ s$$

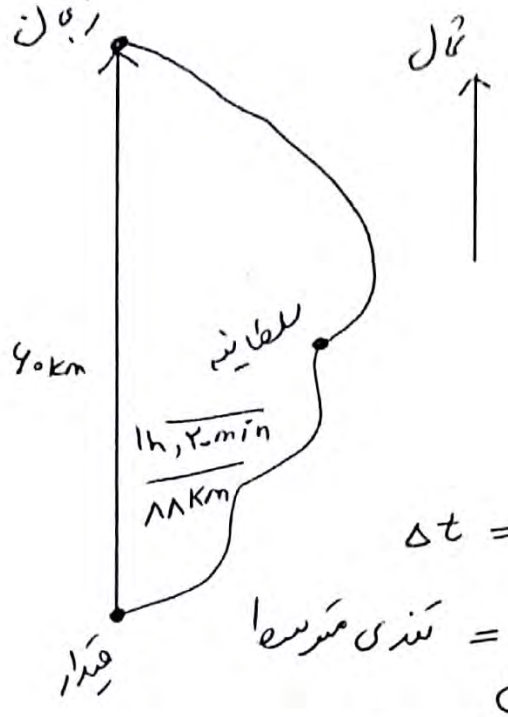
$$t_2 = 6{,}53 - 4{,}71 = 1{,}82\ s$$

$$\rightarrow t_3 = 8 - 6{,}53 = 1{,}47\ s$$

Scanned by CamScanner

جزوه فیزیک دوازدهم - تمرینات فصل اول - تهیه و تنظیم: محمد حسین پور

۱. با توجه به داده‌های نقشه شکل زیر،



الف) تندی متوسط و اندازه‌ی سرعت متوسط خودرو را پیدا کنید. ب) مفهوم فیزیکی این دو کمیت چه تفاوتی با یکدیگر دارد؟ پ) در چه صورت تندی متوسط و اندازه‌ی سرعت متوسط می‌توانند تقریباً با یکدیگر برابر باشند؟

الف)

$$\Delta t = 1h + 20\,min = 1h + \frac{1}{3}h = \frac{4}{3}h$$

$$\text{تندی متوسط} = \frac{\text{مسافت}}{\text{مقدار زمان}} \rightarrow S_{av} = \frac{L}{\Delta t}$$

تذکر: همواره تندی یا سرعت برحسب $\frac{km}{h}$ باشد برای تبدیل آن به $\frac{m}{s}$ آن عدد را بر ۳٫۶ تقسیم می‌کنیم.

$$S_{av} = \frac{88}{\frac{1}{4/3}} = \frac{264}{4} = 66\ km/h = \frac{66}{3/6} = 18/3\ m/s$$

$$\bar{V} = V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{60}{\frac{1}{4/3}} = \frac{180}{4}\ km/h = 45\ \frac{km}{h} = \frac{45}{3/6} = 12/5\ m/s$$

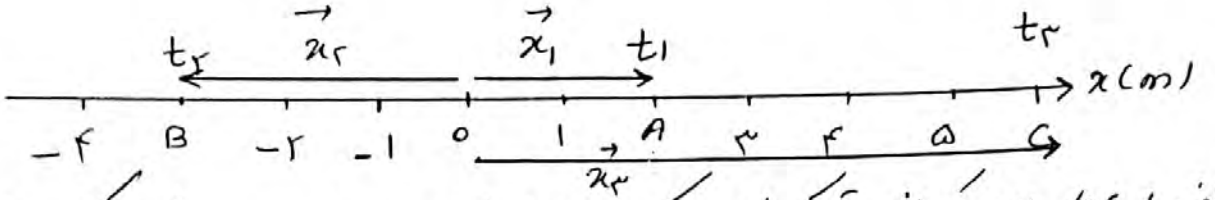
ب) تندی متوسط ← مسافت یا طول مسیر طی شده متحرک نسبت به زمانی که کمیتی نرده‌ای می‌شود.

سرعت متوسط ← جابه‌جایی متحرک که کوتاه‌ترین مسیر (بردار) که نقطه‌ی شروع حرکت را به نقطه‌ی پایان حرکت وصل می‌کند نسبت به مدت زمان حرکت و کمیتی برداری می‌باشد.

پ) همواره، حرکت بر روی خط راست باشد و تغییر جهت صورت نگیرد اندازه‌ی آنها برابرند. $V_{av} \nearrow V$ تندی

۸۹

۲. متحرکی مطابق شکل در لحظه‌ی t_1 در نقطه‌ی A، در لحظه‌ی t_2 در نقطه‌ی B و در لحظه‌ی t_3 در نقطه‌ی C قرار دارد.



الف) بردارهای مکان متحرک را در هرکدام از این لحظه‌ها روی محور x رسم کنید و برحسب بردار یکه‌ها بنویسید.

ب) بردار جابجایی متحرک را در هرکدام از بازه‌های زمانی t_1 تا t_2، t_2 تا t_3 و t_1 تا t_3 بدست آورید.

حل: الف) $\vec{x}_1 = 2\vec{i}$ ، $\vec{x}_2 = -3\vec{i}$ ، $\vec{x}_3 = 6\vec{i}$

ب) $\Delta\vec{x} = \vec{x}_2 - \vec{x}_1 = (-3-2)\vec{i} = -5\vec{i}$ (بازه‌ی t_2 تا t_1)

$\Delta\vec{x}' = \vec{x}_3 - \vec{x}_2 = [6-(-3)]\vec{i} = 9\vec{i}$ (بازه‌ی t_3 تا t_2)

$\Delta\vec{x}'' = x_3 - x_1 = (6-2)\vec{i} = 4\vec{i}$ (بازه‌ی t_3 تا t_1)

تذکر: جابجایی با مسافت طی شده متفاوت است درصورتی جابجایی و مسافت با هم برابرند که متحرک تغییر جهت ندهد.

$(\Delta x = d)$ ⩽ ⩾

جابجایی — مسافت طی شده

Scanned by CamScanner