

خلاصه روابط لگاریتم کتاب درسی:

$$\log_a a = 1$$

وقتی مبنا ۱۰ است، آن را نمی‌نویسند

$$\log_a a = 1$$

لگاریتم هر عدد (عدد باید مثبت باشد) در مبنای خودش، برابر یک است

$$\log_a 1 = 0$$

لگاریتم ۱ در هر مبنایی (مبنا مثبت است) برابر صفر است

$$\log_a a^b = b$$

$$\log_c a^b = b \log_c a$$

توان عدد جلوی لگاریتم به پشت لگاریتم می‌رود و در آن ضرب می‌شود

$$\log_c (a \times b) = \log_c a + \log_c b$$

تبدیل لگاریتم ضرب دو عدد به مجموع لگاریتم‌های آنها

$$\log_c \left(\frac{a}{b}\right) = \log_c a - \log_c b$$

تبدیل لگاریتم یک کسر به تفریق لگاریتم‌هایشان

$$\log_b a = \frac{\log a}{\log b}$$

لگاریتم یک عدد در یک مبنا، برابر است با لگاریتم آن عدد تقسیم بر لگاریتم مبنای آن

۱ حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

$$\blacksquare ۲^۲ = ۲ \times ۲ = ۴$$

$$\blacksquare ۲^۲ = ۲ \times ۲ \times ۲ = ۸$$

$$\blacksquare ۳^۲ = ۳ \times ۳ = ۹$$

$$\blacksquare \left(\frac{۲}{۳}\right)^۲ = \frac{۲}{۳} \times \frac{۲}{۳} = \frac{۴}{۹} \quad \left(\frac{۲}{۳}\right)^۲ = \frac{۲^۲}{۳^۲} = \frac{۴}{۹}$$

$$\blacksquare -۷^۲ = -(۷ \times ۷) = -۴۹$$

$$\blacksquare (-۷)^۲ = -۷ \times -۷ = ۴۹$$

$$\blacksquare \left(\frac{-۲}{۳}\right)^۲ = \frac{(-۲)^۲}{۳ \times ۳} = \frac{-۸}{۲۷}$$

$$\blacksquare -۰ / ۲^۲ = -(۰/۲ \times ۰/۲) = -۰/۰۴$$

$$\blacksquare (-۰/۰۱)^۲ = -۰/۰۱ \times -۰/۰۱ = ۰/۰۰۰۱ = ۱۰^{-۴} = \frac{۱}{۱۰^۴} = \frac{۱}{۱۰۰۰۰}$$

$$\blacksquare \left(-\frac{۵}{۳}\right)^۲ = (-۱ \times \frac{۵}{۳})^۲ = (-۱)^۲ \times \left(\frac{۵}{۳}\right)^۲ = ۱ \times \frac{۲۵}{۹} = \frac{۲۵}{۹}$$

$$\blacksquare \sqrt{۲}^۲ = \sqrt{۲} \times \sqrt{۲} = \sqrt{۲ \times ۲} = \sqrt{۲^۲} = ۲$$

$$\blacksquare (\sqrt{-۲})^۲ = \text{تعریف نشده}$$

$$\blacksquare (-\sqrt{۲})^۲ = -\sqrt{۲} \times -\sqrt{۲} = (\sqrt{۲})^۲ = ۲$$

$$(-\sqrt{۲})^۲ = (\sqrt{۲})^۲$$

2 به جای مربع عدد مناسب قرار دهید تا تساوی برقرار باشد.

■ $2^{\square} = 27$

$2^{\square} = 27$

■ $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = 2^r \times \square^{-v}$

$\frac{1}{2^1} \times \frac{1}{2^2} = 2^r \times \square^{-v} \rightarrow \frac{1}{2^3} = \frac{2^r \times \square^{-v}}{1}$
 $2^v \times \square^{-v} = 1$
 $\square^{-v} = \frac{1}{2^v} = 2^{-v}$

■ $2^5 \times 64 \times \frac{1}{8} = 2^{\square}$

$2^5 \times 2^6 \times 2^{-3} = 2^{\square}$
 $2^8 = 2^{\square}$

■ $2^5 \times 81 = 2^{\square}$

$2^5 \times (2^4)^0 = 2^{10} \rightarrow 2^5 \times 2^{4x} = 2^{10}$
 $5 + 4x = 10$
 $4x = 5$
 $x = \frac{5}{4} = 1,25$

■ $4^{\square} = 64 \times 2^5$

$(2^2)^{\square} = 2^6 \times 2^5 \rightarrow 2^{2x} = 2^{11} \rightarrow 2x = 11 \rightarrow x = 5,5$

3 جدول زیر را کامل کنید.

X	-2	-1	0	1	2	3	4
$y = 2^x$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	16
$y = -2^x$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-2	-4	-8	-16
$y = 2^{-x}$	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$
$y = (\frac{1}{2})^x$	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$

$2^{-x} = \frac{1}{2^x}$
 $= (\frac{1}{2})^x$

$2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$ $2^{-1} = \frac{1}{2}$

$-2^{-2} = -\frac{1}{2^2} = -\frac{1}{4}$

$2^{-(-2)} = 2^2 = 4$ $2^{-(-1)} = 2$ $2^{-0} = 2^0 = 1$

$2^{-1} = \frac{1}{2}$ $2^{-2} = \frac{1}{4}$

$(\frac{1}{2})^{-2} = \frac{1^{-2}}{2^{-2}} = \frac{1}{2^{-2}} = 2^2 = 4$

$$\blacksquare 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$$

$$\blacksquare 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$$

$$\blacksquare 5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$$

$$\blacksquare \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)^2} = \frac{1}{\frac{1}{16}} = \frac{1}{\frac{1}{16}} = \frac{1 \times 16}{1} = 16 = \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{1}\right)^2$$

$$\blacksquare -3^{-2} = -\frac{1}{3^2} = -\frac{1}{9}$$

$$\blacksquare (-4)^{-2} = \frac{1}{(-4)^2} = \frac{1}{16}$$

$$\blacksquare \left(\frac{-6}{14}\right)^{-2} = \left(\frac{14}{-6}\right)^2 = \frac{1}{\left(\frac{-6}{14}\right)^2} = \frac{1}{\frac{36}{196}} = -\frac{196}{36}$$

$$\blacksquare \left(\frac{\sqrt{2}}{3^2}\right)^2 = \frac{(\sqrt{2})^2}{(3^2)^2} = \frac{2}{3^4} = \frac{2}{81}$$

$$\blacksquare (2^2)^2 = 2^{2 \times 2} = 2^4 = 16$$

$$\blacksquare (-3^2)^2 = (-1 \times 3^2)^2 = (-1)^2 \times (3^2)^2 = -1 \times 3^4 = -81$$

$$\blacksquare (-3^{-2})^2 = (-1)^2 \times (3^{-2})^2 = -1 \times 3^{-4} = \frac{-1}{3^4} = \frac{-1}{81}$$

$$\blacksquare (-3^{-2})^{-2} = (-1)^{-2} \times (3^{-2})^{-2} = -1 \times 3^4 = -81$$

$$\blacksquare \sqrt[2]{9 \times 24} = \sqrt[2]{3^2 \times 3 \times 8} = \sqrt[2]{3^3 \times 2^3} = \sqrt[2]{3^2 \times 3 \times 2^2 \times 2} = 3 \times 2 = 6$$

$$\blacksquare \sqrt[5]{2 \times 16} = \sqrt[5]{2 \times 2^4} = \sqrt[5]{2^5} = 2$$

$$\blacksquare \sqrt[3]{32 \times 4} = \sqrt[3]{2^5 \times 2^2} = \sqrt[3]{2^7} = 2$$

$$\blacksquare \sqrt[2]{\frac{9}{8} \times 24} = \sqrt[2]{\frac{9 \times 24}{8}} = \sqrt[2]{3^2 \times 3} = 3$$

$$2^3 = 8$$

$$8 = 2^x \quad x = 3$$

$$2^6 = 64$$

$$64 = 2^x \quad x = 6$$

$$2^{(1/2)} = \sqrt{2} \approx 1.41$$

$$2^{(1/4)} = \sqrt[4]{2} \approx 1.189$$

$$1/5 = 2^{\square} \quad \text{Log}_{1/5} 2 = 1/5 \wedge$$

$$0.16 = 2^{\square} \quad -0.173$$

2^3	$2^{3/4}$	$2^{1/5}$	2^{\square}	$2^{1/4}$
8	1.755	1.148	1.41	1.189

$$\log_2 8 = 3 \quad \log_{1/5} 2 = 1/5$$

$$2^3 = 8 \quad 2^{-0.173} = 0.16$$

جاهای خالی را با عدد مناسب پر کنید. ۴

■ $3^f = 81 \rightarrow \log_3 81 = \square$

$$3^0 = 1 = 3^f$$

■ $2^5 = 32 \rightarrow \log_2 32 = \square$

$$2^0 = 1 = 2^5 \rightarrow 0 = 5$$

■ $10^f = 10000 \rightarrow \log_{10} 10000 = \square$

$$10^x = 10000 = 10^f$$

■ $(\frac{1}{2})^f = \frac{1}{16} \rightarrow \log_{1/2} \frac{1}{16} = \square$

$$(\frac{1}{2})^x = \frac{1}{16} \rightarrow \frac{1}{2^x} = \frac{1}{2^4}$$

■ $(\frac{1}{2})^f = \frac{1}{16} \rightarrow \log_2 \frac{1}{16} = \square$

$$2^0 = \frac{1}{16} = 2^{-f}$$

■ $(\frac{1}{2})^f = \frac{1}{16} \rightarrow \log_{1/2} \frac{1}{16} = \square$

$$f^0 = \frac{1}{16} = f^{-f} \rightarrow 0 = -f$$

با توجه به تعریف لگاریتم، مقدار مجهول در هر قسمت را بدست آورید. ۵

■ $\log_r 9 = x$

$$r^x = 9 \rightarrow r^x = r^2 \rightarrow x = 2$$

■ $\log_r 27 = x$

$$r^x = 27 \rightarrow r^x = r^3 \rightarrow x = 3$$

■ $\log_a 16 = 4$

$$a^4 = 16 \rightarrow a^4 = 2^4 \rightarrow a = 2$$

■ $\log_r y = 8$

$$r^8 = y \rightarrow y = 256$$

■ $\log_{\frac{1}{r}} y = 8$

$$\left(\frac{1}{r}\right)^8 = y \rightarrow (r^{-1})^8 = y \Rightarrow y = r^{-8} = \frac{1}{r^8}$$

■ $\log_{\frac{1}{10}} b = -2$

$$\left(\frac{1}{10}\right)^{-2} = b \rightarrow (10^{-1})^{-2} = b \rightarrow b = 10^2 = 100$$

■ $\log_{\frac{1}{V}} 9 = x$

$$9^x = \frac{1}{V} \rightarrow (V^2)^x = V^{-1} \Rightarrow V^{2x} = V^{-1} \rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

■ $\log_{\frac{1}{9}} 9 = x$

$$9^x = \frac{1}{9} = 9^{-1} \rightarrow x = -1$$

■ $\log_{\frac{1}{9}} 9 = x$

$$\left(\frac{1}{9}\right)^x = 9 \rightarrow (9^{-1})^x = 9 \Rightarrow -x = 1 \Rightarrow x = -1$$

■ $\log_x 9 = \frac{1}{V}$

$$\left(x^{\frac{1}{V}} = 9\right)^V \quad \left(x^{\frac{1}{V}}\right)^V = 9^V \rightarrow x = (9^V)^V = 9^{V^2}$$

■ $\log_x 9 = \frac{1}{9}$

$$\left(x^{\frac{1}{9}} = 9\right)^{9^2} \quad x = 9^{9^2} = (9^2)^{9^2} = 9^{81}$$

هر سطر جدول زیر، تساوی های متناظر را نشان می دهد، جدول را کامل کنید.

تساوی بر حسب لگاریتم تساوی بر حسب عدد توان دار

$$5^2 = 25$$

$$\log_5 25 = \dots$$

$$7^2 = 49$$

$$\log_7 49 = \dots$$

$$3^4 = 81$$

$$\log_3 81 = \dots$$

$$4^3 = 64$$

$$\log_4 64 = \dots$$

$$2^5 = 32$$

$$\log_2 32 = \dots$$

$$b^2 = 21$$

$$\log_b 21 = \dots$$

$$10^3 = 1000$$

$$\log_{10} 1000 = \dots$$

$$\left(a^{\frac{10}{100}} = F\right)^{\frac{100}{10}} \quad a^{\frac{10}{100} \cdot \frac{100}{10}} = F^{\frac{100}{10}}$$

$$a = F^{\frac{100}{10}} = \sqrt[10]{F^{100}}$$

$$\log_8 2 = \frac{1}{3}$$

$$\log_5 4 = \frac{2}{3}$$

عدد 25 را به صورت یک عدد توان دار با پایه 5 نوشته و با استفاده از آن حاصل $\log_5 25$ را بنویسید.

$$25 = 5^2 \rightarrow \log_5 25 = 2$$

اگر $b = 4^c$ ، جدول زیر را کامل کنید. $F^{-1} = \frac{1}{F}$ $b = F^c$ $F^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{F}}$

$F^{-\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{F}}$	c	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2
b	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	16		

آیا در سطر دوم جدول عددی منفی وجود دارد؟ درباره علامت b چه می توان گفت؟

..... $y = \log_a(x) \quad a^y = x$ صیر هواره مثبت

با توجه به اینکه تساوی $b = 4^c$ نشان می دهد $\log_4(b) = c$ ، درباره علامت b در $\log_4 b$ چه می توان گفت؟

$$b > 0$$

❶ اگر در پایه به جای ۴، عدد ۳ باشد با یک مثال درستی نتیجه‌ای که از قسمت قبل به دست آورده‌اید را بررسی کنید.

$$b = 3^c$$

$$b = 3^c$$

❷ اگر a عددی مثبت و مخالف ۱ باشد و $b = a^c$ درباره علامت b چه می‌توان گفت؟ درباره علامت b در $\log_a b$ چه می‌توان گفت؟ آیا از عدد منفی می‌توان لگاریتم گرفت؟ ضعیف

$$a > 0$$

$$b > 0$$

$$a \neq 1$$

با انجام فعالیت (۳) ملاحظه می‌کنید اعداد مثبت به هر توانی برسند حاصل، همواره عددی مثبت خواهد بود. یعنی هیچ توانی از یک عدد مثبت، عددی منفی نمی‌باشد، بنابراین:

فقط اعداد مثبت لگاریتم دارند، یعنی عبارت $\log_a b$ برای $b > 0$ تعریف می‌شود.

❸ با توجه به ویژگی‌های توان رسانی اعداد، جملات زیر را کامل کنید.

برای هر عدد مثبت و مخالف ۱ مانند a :

$$\log_a a = 1$$

الف) با توجه به $a^1 = a$ ، داریم $\log_a a = 1$.

ب) از $a^0 = 1$ نتیجه می‌شود: $\log_a 1 = 0$

پ) با در نظر گرفتن $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ می‌توان گفت: $\log_a \frac{1}{a^n} = \dots = -n$

ت) اگر $b = a^c$ ، آنگاه $\log_a b = c$. بنابراین: $\log_a a^c = c$

عبارت‌های زیر برقرار هستند:

الف) $\log_2 4 = 1$ زیرا $2^1 = 4$ (ب) $\log_{\sqrt{2}} \sqrt{2} = 1$ (پ) $\log_5 1 = 0$ زیرا $5^0 = 1$ (ت) $\log_{10} 0.001 = -3$ زیرا $10^{-3} = 0.001$ (ج) از $4^{-1} = \frac{1}{4} = 0.25$ نتیجه می‌شود: $\log_4 0.25 = -1$

معمولاً برای نمایش لگاریتم در مبنای ۱۰ مبنای لگاریتم را نمی‌نویسند. پس $\log b = \log_{10} b$

$$\log_{10} 10 = 1$$

$$\log_{10} 100 = 2$$

$$\log_{\frac{1}{4}} 64 = 3$$

جا‌های خالی را با عبارات مناسب پر کنید:

الف) از $4^2 = 64$ نتیجه می‌شود: لگاریتم 64 در مبنای 4 عدد است.

$$\log_2 32 = 5$$

ب) لگاریتم 32 در مبنای 2 عدد است؛ زیرا $2^5 = 32$.

$$\log_{\frac{1}{2}} \sqrt{2} = \frac{1}{2}$$

پ) از $2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$ نتیجه می‌شود: لگاریتم $\sqrt{2}$ در مبنای 2 عدد $\frac{1}{2}$ است.

ت) با توجه به اینکه $7^2 = 49$ داریم: $\log_7 49 = 2$.

ث) با توجه به $8^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{2}$ می‌توان گفت: $\log_8 \frac{1}{2} = -\frac{1}{3}$.

ج) تساوی‌های $10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0.01$ نشان می‌دهند: $\log 0.01 = \dots$

$$8^{-\frac{1}{3}} = (2^3)^{-\frac{1}{3}} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

$$\log_{10} 0.01 = \log_{10} (10^{-2}) = -2$$

$$3 \log_{10} 10^{-1} = -3$$

$$\log_{10} \frac{1}{1000} = \log_{10} (10^{-3}) = -3$$

مانند قسمت الف) تساوی شامل لگاریتم متناظر با هر قسمت را بنویسید.

الف) $16 = 4^2 \leftrightarrow \log_4 16 = 2$

ب) $0.0001 = 10^{-4}$

پ) $0.125 = 2^{-3}$

ت) $2/1 = a^3$

ث) $4/3 = 2^x$

ج) $9 = (\frac{1}{3})^{-2}$

چ) $(2401)^{\frac{1}{4}} = 7$

$$0.0001 = 10^{-4} \rightarrow \log_{10} 0.0001 = -4$$

$$0.125 = 2^{-3} \rightarrow \log_2 0.125 = -3$$

$$2/1 = a^3 \rightarrow \log_a 2/1 = 3 \quad \text{ت) } \log_2 4/3 = x$$

$$9 = (\frac{1}{3})^{-2} \rightarrow \log_{\frac{1}{3}} 9 = -2 \quad \text{ج) } \log_{2401} 7 = \frac{1}{4}$$

در هر کدام از موارد زیر یک تساوی شامل لگاریتم داده شده است، مانند قسمت (الف) تساوی شامل عدد توان دار متناظر با هر کدام را بنویسید.

الف) $\log_2 64 = 6 \leftrightarrow 2^6 = 64$ ب) $\log_3 \left(\frac{1}{9}\right) = -2$ پ) $\log_5 3 = 6$

ت) $\log_8 c = 2$ ث) $\log_2 2 = x$ ج) $\log_{25} 2 = \frac{1}{5}$

ب) $\log_3 \left(\frac{1}{9}\right) = -2 \leftrightarrow 3^{-2} = \frac{1}{9}$

پ) $a^6 = 3$ ت) $b^r = c$ ث) $3^x = 2$

ج) $\log_{25} 2 = \frac{1}{5} \leftrightarrow 25^{\frac{1}{5}} = 2$
 $\sqrt[5]{25} = 2$

۱ حاصل لگاریتم‌های زیر را به دست آورید:

الف) $\log_7 49 = \dots$

ب) $\log_5 125 = \dots$

پ) $\log_2 128 = \dots$

ت) $\log_8 \frac{1}{8} = \dots$

ث) $\log_{10} 0.0001 = \dots$

الف) $\log_7 49 = \log_7 \sqrt{49}^2 = 2 \log_7 \sqrt{49} = 2$

ب) $\log_5 125 = \log_5 5^3 = 3 \log_5 5 = 3$

پ) $\log_2 128 = \log_2 2^7 = 7 \log_2 2 = 7$

ت) $\log_8 \frac{1}{8} = \log_8 8^{-1} = -1 \log_8 8 = -1$

ث) $\log_{10} 0.0001 = \log_{10} \frac{1}{10000} = \log_{10} 10^{-4} = -4 \log_{10} 10 = -4$

با استفاده از ماشین حساب، حاصل لگاریتم‌های زیر را تا دو رقم اعشار بنویسید:

الف) $\log 50 = 1.7$ ب) $\log 12 = 1.08$ پ) $\log 2 = 0.3$

1.6989

1.7

نوعی باکتری را در نظر بگیرید که وزن آنها پس از ۱ واحد زمانی ۴ برابر می‌شود.
 الف) پس از چند واحد زمانی، وزن ۱ گرم از این باکتری‌ها ۶۴ گرم خواهد شد؟ سه واحد
 ب) پس از چند واحد زمانی، وزن این باکتری‌ها ۳۲ گرم خواهد شد؟

192	}	۱	$4^0 = 64$
492			$4^1 = 64$
1492			
64	}	۳	$4^0 = 32$

ب) $\log_{4} 32 = 2.5$ ← $4^x = 32$
 واعد زمانی F $(2^2)^x = 2^5$
 $2^{2x} = 2^5 \rightarrow 2x = 5$
 $x = 2.5$

در هر مورد زیر، یک تساوی شامل عددی توان دار و تساوی لگاریتمی متناظر با آن را طوری بنویسید که حاصل، لگاریتم عددی با ویژگی خواسته شده باشد.

(پ) عدد گویا

(ب) عدد صحیح منفی

(الف) عدد طبیعی

$$r^{\frac{1}{r}} = \sqrt[r]{r}$$

$$r^{-5} = \frac{1}{r^5}$$

$$r^5 = r^5$$

$$\log_r \sqrt[r]{r} = \frac{1}{r}$$

$$\log_r \frac{1}{r^5} = -5$$

$$\log_r r^5 = 5$$

$$r^{\frac{r}{r}} = (r^r)^{\frac{1}{r}} = \sqrt[r]{r^r} \rightarrow \log_r \sqrt[r]{r^r} = \frac{r}{r}$$

جدول زیر را کامل کنید. $\log_b c = \log_b b + \log_b c$

b	c	log b	log c	bc	log bc
10	100	1	2	1000	3
10000	1000	4	3	10000000	7
0.1	100	-1	2	10	1
$\sqrt{10}$	$\sqrt{10}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	10	1
10^x	10^y	x	y	10^{x+y}	x+y

در هر سطر چه رابطه‌ای بین اعداد ستون‌های $\log b$ و $\log c$ و ستون $\log bc$ وجود دارد؟

$$\log 10 + \log 100 = \log 1000$$

این رابطه را به صورت یک جمله بیان نمایید و آن را با زبان ریاضی بنویسید.

$$1 + 2 = 3$$

$$\log \sqrt{10} + \log \sqrt{100} = \log \sqrt{1000}$$

$$\log 10^{\frac{1}{2}} + \log 10$$

$$\log \sqrt{10^3}$$

$$\log 10^{\frac{3}{2}}$$

$$\frac{1}{2} + 1$$

$$\frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$$

برای $b, c > 0$ داریم: $\log bc = \log b + \log c$

$$\text{الف) } \log 100 \cdot \sqrt[5]{10} = \log 100 + \log \sqrt[5]{10} = 2 + \frac{1}{5} = 2\frac{1}{5}$$

$$\text{ب) } \log 2 + \log 5 = \log (2 \times 5) = \log 10 = 1$$

$$\text{پ) } \log 125 + \log 4 + \log 2$$

$$= \log 125 \times 4 + \log 2$$

$$= \log 500 + \log 2 = \log 1000 = \log 10^3 = 3$$

$$\log a + \log b + \log c = \log (a \cdot b \cdot c)$$

❑ حاصل لگاریتم‌های زیر را به دست آورید.

$$\text{الف) } \log 4 + \log 25 =$$

$$\text{ب) } \log 100 \cdot \sqrt{10} =$$

$$\text{پ) } \log \sqrt[3]{20} + \log \sqrt[3]{2} + \log \sqrt[3]{25} = \log (\sqrt[3]{20} \times \sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{25}) = \log \sqrt[3]{1000} = 1$$

$$\log (4 \times 25) = \log 100 = 2$$

$$\log \sqrt[5]{10^5} = \log 10 = 1$$

$$\log 100 + \log \sqrt{10} = 2 + \frac{1}{2} = 2\frac{1}{2}$$

$$\log 100 \cdot \sqrt{10} = \log (10^2 \times 10^{\frac{1}{2}}) = \log 10^{\frac{5}{2}}$$

$$= \frac{5}{2} \log 10$$

$$= \frac{5}{2}$$

جدول زیر را کامل کنید.

b	c	$\log b$	$\log c$	$\frac{b}{c}$	$\log \frac{b}{c}$
۱۰۰۰	۱۰	۳	۱	۱۰۰	۲
۱۰۰	۱۰	۲	۱	۱۰	۱
۰/۱	۱۰۰	-۱	۲	۱۰۰	۲
$۱۰۰\sqrt{۱۰}$	$۱۰\sqrt{۱۰}$	$\frac{۳}{۲}$	$\frac{۲}{۲}$	۱۰	۱
۱۰^x	۱۰^y	x	y	۱۰^{x-y}	$x-y$

در هر سطر چه رابطه‌ای بین اعداد ستون‌های $\log b$ و $\log c$ و ستون $\log \frac{b}{c}$ وجود دارد؟ این رابطه را به صورت یک جمله بیان کنید و آن را با زبان ریاضی بنویسید.

$$\log \frac{b}{c} = \log b - \log c$$

$$\log \frac{۱۰۰\sqrt{۱۰}}{۱۰\sqrt{۱۰}} = \log ۱۰۰\sqrt{۱۰} - \log ۱۰\sqrt{۱۰}$$

$$\log ۱۰ = \log ۱۰^{\frac{۳}{۲}} - \log ۱۰^{\frac{۲}{۲}}$$

$$۱ = \frac{۳}{۲} - \frac{۲}{۲}$$

برای $b, c > 0$ داریم: $\log \frac{b}{c} = \log b - \log c$

الف) با توجه به $\log 5 \approx 0.7$ و $\log 2 \approx 0.3$ مقدار تقریبی $\log 4$ را به دست می‌آوریم:

ب) $\log \frac{1}{100} =$

$\log 4 =$

$$\log \frac{1}{100} = \log 10^{-2} = -2 \log 10 = -2$$

$$\log \frac{1}{100} = \log 1 - \log 100 = 0 - 2 = -2$$

$$\log \frac{1}{10} = 0$$

$$\log 4 = \log 2^2 = 2 \log 2 = 0.6$$

$$\log 5 + \log 2 = \log 10$$

$$0.7 + 0.3 = 1$$

$$149680000 \times 268606$$

$$a \times b = y$$

$$\log a \times b = \log y$$

$$\log a \times b = \log a + \log b$$

$$\log 149680000 + \log 268606$$

$$^{\wedge} 1 + ^{\omega} 1 = \log y$$

$$y = 10^{13.5}$$

■ حاصل لگاریتم‌های زیر را به دست آورید.

الف) $\log 20 - \log 2 =$

ب) $\log 0.001 = \log \frac{1}{1000} = \dots$

$$\log \frac{20}{2} = \log 10 = 1$$

$$\log 20 = \log (2 \times 10) = \log 2 + \log 10$$

$$\log 2 + \log 10 - \log 2 = 1$$

$$\log \frac{1}{1000} = \log 10^{-3} = -3$$

$$\log 1 - \log 1000$$

$$= 0 - \log 10^3$$

$$= 0 - 3 = -3$$

با تکمیل نقطه چین‌ها، نتیجه فعالیت (۵) را با استفاده از خاصیت لگاریتم ضرب دو عدد به دست آورید (b و $c > 0$).

$$\log(b) = \log\left(\frac{bc}{c}\right) = \log\left(\frac{b}{c} \times c\right) = \log\left(\frac{b}{c}\right) + \log c$$

$$\log\left(\frac{b}{c}\right) = \log b - \log c$$

بنابراین:

از رابطه $(a^m)^n = a^{mn}$ می‌توان استفاده کرد و خاصیت دیگری از لگاریتم را به دست آورد.

$$\log a^m = m \log a$$

$$\log(a \times a) = \log a + \log a$$

$$\log(a \times a \times a) = \log a + \log a + \log a$$

$$\log a^n = n \log a$$

جدول زیر را تکمیل کنید.

b	n	b^n	$\log b$	$\log b^n$
۱۰	۵	۱۰ ^۵	۱	۵
۱۰۰	۲	۱۰ ^۲	۲	۴
۰/۱	۳	۰/۰۰۱	-۱	-۳
$\sqrt{10}$	۴	۱۰ ^۲	۱/۲	۲
۱۰ ^x	n	(۱۰ ^x) ⁿ = ۱۰ ^{nx}	x	nx

در هر سطر، چه رابطه‌ای بین اعداد ستون‌های n و $\log b$ و عدد ستون $\log b^n$ وجود دارد؟ این رابطه را به صورت یک جمله بیان کنید و آن را با زبان ریاضی بنویسید.

$$\log 2^5 = 5 \log 2$$

$$\log_3 4^3 = 3 \log_3 4$$

برای $b > 0$ و هر عدد حقیقی x داریم: $\log b^x = x \log b$

به کمک خواص لگاریتم، عبارتهای زیر را به صورت یک لگاریتم بنویسید و در صورت امکان ساده کنید ($a, b, c > 0$):

الف) $3 \log \sqrt[3]{\Delta} + 2 \log \sqrt{r} =$

ب) $\frac{1}{r} \log a + 2 \log b - 5 \log c =$

الف) $3 \log \Delta^{\frac{1}{3}} + 2 \log r^{\frac{1}{2}}$

$$3 \times \frac{1}{3} \log \Delta + 2 \times \frac{1}{2} \log r = \log \Delta + \log r = \log 10 = 1$$

ب) $\frac{1}{r} \log a + 2 \log b - 5 \log c$

$$\log a^{\frac{1}{r}} + \log b^2 - \log c^5$$

$$\log a^{\frac{1}{r}} b^2 - \log c^5 = \log \frac{a^{\frac{1}{r}} b^2}{c^5}$$

$$= \log \sqrt[r]{a} \frac{b^2}{c^5}$$

عبارتهای زیر را به صورت مجموع یا تفاضل چند لگاریتم بنویسید و در صورت امکان ساده کنید ($x, y, z > 0$):

الف) $\log(\Delta^6 \times 10^3) =$

ب) $\log \frac{10x^2y^5}{z^4} = \log \frac{10y^5}{x^2} = \log 10 + \log y^5 - \log x^2$
 $1 + 5 \log y - 2 \log x$

$$\log \Delta^6 + \log 10^3 = 6 \log \Delta + 3 \log 10 = 6 \log \Delta + 3$$

ب) $\log 10x^2y^5 - \log x^2$

$$\log 10 + \log x^2 + \log y^5 - 2 \log x$$

$$1 + 2 \log x + 5 \log y - 2 \log x$$

$$1 + 5 \log y - 2 \log x = 1 + \log \left(\frac{y^5}{x^2} \right)$$

۱۱) حاصل لگاریتم‌های زیر را به دست آورید.

الف) $\log 200^5 - \log 2^5 =$

ب) $\log 12 + 2 \log 2 - \frac{1}{3} \log 36 + \log 125 =$

الف) $\log \frac{200^5}{2^5} = \log \left(\frac{200}{2} \right)^5 = \log 100^5$
 $\log (100)^5 = 5 \log 100$
 $\log (10^2)^5 = 5 \log 10^2$
 $\log 10^{10} = 10 \log 10$
 $= 10$

ب) $\log 12 + 2 \log 2 - \log \sqrt{36} + \log 5^3$ } $r(\log r + \log 5)$
 $\log 3 + \log 4 + 2 \log 2 - \log 6 + 3 \log 5$ } $= 3$
 $= \log 3 + 2 \log 2 + 2 \log 2 - \log 2 - \log 3 + 3 \log 5$

۱۲) عبارت‌های زیر را به صورت یک لگاریتم بنویسید ($b, c, x > 0$).

I
الف) $4 \log 6 + 5 \log b - \frac{1}{3} \log c =$

ب) $\log x^r - \log x =$

الف) $\log 6^4 + \log b^5 - \log c^{\frac{1}{3}}$
 $\log (6^4 \times b^5) - \log \sqrt[3]{c} = \log \frac{6^4 b^5}{\sqrt[3]{c}}$

ب) $\log \frac{x^r}{x} = \log x$

جدول زیر را کامل کنید.

b	a	$\log b$	$\log a$	$\frac{\log b}{\log a}$	$\log_a b$
۱۰۰	۱۰	۲	۱	۲	۲
۱۰	۱۰۰	۱	۲	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\sqrt{10}$	۱۰	$\frac{1}{2}$	۱	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
۱۰۰۰	۱۰۰	۳	۲	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$

با مقایسه اعداد دو ستون آخر چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ چه رابطه‌ای بین $\log_a b = \frac{\log b}{\log a}$ وجود دارد؟

فعالیت (۷) نشان می‌دهد که لگاریتم یک عدد در مبنای غیر از ۱۰ را می‌توان به صورت تقسیم لگاریتم دو عدد در مبنای ۱۰ نوشت، در حالت کلی داریم:

$$\log_a b = \frac{\log b}{\log a} \quad \text{برای } a, b > 0 \text{ و } a \neq 1 \text{ داریم}$$

برای محاسبه $\log_3 5$ به کمک ماشین حساب داریم: $\log 5 \approx 0.7$ و $\log 3 \approx 0.47$ بنابراین:

$$\log_3 5 = 1.49$$

$$\log_3 5$$

$$\log_3 5 = \frac{\log 5}{\log 3} = \frac{0.7}{0.47} = 1.49$$

عبارت‌های زیر را به صورت یک لگاریتم بنویسید و در صورت امکان ساده کنید.

الف) $\log \sqrt{5} + \log \sqrt{2} = \dots \text{Log } \sqrt{10} = \text{Log } 10^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$

ب) $\log 4000 - \log 4 = \dots \text{Log } \frac{4000}{4} = \text{Log } 1000 = \text{Log } 10^3 = 3$

پ) $2 \log 50 + 2 \log 2 = 2(\log 50 + \log 2) = 2 \text{Log } 100 = 2 \times 2 = 4$

ت) $5 \log x - \log y = \dots \text{Log } x^5 - \text{Log } y = \text{Log } \left(\frac{x^5}{y}\right)$

ث) $2 \log a + 2 \log b - \log z - \log a^2 + \log f = \dots \frac{2 \log a + 2 \log b - \log z - 2 \log a + \log f}{\log a + \log b^2 + \log f - \log z}$

ج) $4 + \log_4 2 = \dots = \frac{\text{Log } 2 \cdot 4^1}{4}$

ح) $4 - \log_4 5$

ع) $4 = \log_4 16 \quad \log_4 256 + \log_4 16$

$\log_4 256 = 4 \quad = \log_4 4096$

ح) $\log_3 1 = 0$

$\log_3 1 - \log_3 9$

$= \log_3 \left(\frac{1}{9}\right)$

درستی تساوی‌های زیر را بررسی کنید.

الف) $\frac{\log 10}{\log 100} = \frac{1}{10}$ ب) $\log 100 + \log 0.01 = 0$ پ) $(\log 1000)^2 = \log 1000^2$

X $\frac{1}{2} \neq \frac{1}{10}$

$2 - 2 = 0$

X

$$(\log 1000)^2 = \log 1000 \times \log 1000$$

$$3 \times 3 = 9$$

$$\log 1000^2 = \log (10^3)^2 = \log 10^6 = 6$$

حاصل هر کدام از قسمت‌های زیر را به صورت یک لگاریتم بنویسید.

الف) $\frac{\log 4}{\log 3}$

ب) $2 + \log_5 3$

الف) $\frac{\log 4}{\log 3} = \log_3 4$ ب) $2 + \log_5 3 = \log_5 25 + \log_5 3$

$$2 = \log_5 25 = \log_5 5^2$$

الف) با استفاده از ماشین حساب، تقریب اعشاری اعداد $\log 20$ و $\log 30$ و $\log 600$ را تا دو رقم اعشار به دست آورید. آیا تساوی $\log(20 \times 30) = \log 20 \times \log 30$ برقرار است؟
 ب) به کمک قسمت الف) در مربع علامت مناسب \neq یا $=$ را قرار دهید:

برای اعداد مثبت a و b در حالت کلی داریم: $\log(a \times b) \neq \log a \times \log b$

$$\begin{aligned}\log 20 &= 1,3 \\ \log 30 &= 1,48 \\ \log 600 &= 2,78\end{aligned}$$

الف) اگر $\log 2 \approx 0,301$ و $\log 3 \approx 0,477$ حاصل عبارات زیر را به دست آورید.
 ج) $\log 45$ د) $\log 5$ ه) $\log \frac{2}{3}$ ز) $\log 18$ ح) $\log 6$ ط) $\log 4$

$$\text{الف) } \log 4 = \log 2^2 = 2 \log 2 = 2 \times 0,301 = 0,602$$

$$\text{ب) } \log 6 = \log(2 \times 3) = \log 2 + \log 3 = 0,301 + 0,477 = 0,778$$

$$\begin{aligned}\text{پ) } \log 18 &= \log(9 \times 2) = \log 3^2 + \log 2 \\ &= 2 \times 0,477 + 0,301 = 1,255\end{aligned}$$

$$\text{ت) } \log 2 - \log 3 = 0,301 - 0,477 = -0,176$$

$$\begin{aligned}\text{ث) } \log 5 & \quad \log 10 = \log 2 + \log 5 \\ 1 &= 0,301 + \log 5 \rightarrow \log 5 \approx 0,7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{ج) } \log 45 &= \log(9 \times 5) = \log 3^2 + \log 5 \\ &= 2 \times 0,477 + 0,7 = 1,654\end{aligned}$$

بakteri hayi ra dar نظر bgerid ke وزن آنها پس از 1 واحد زمانی 2 برابر می شود. با استفاده از ماشین حساب تعیین کنید پس از چند واحد زمانی وزن این bakteri ها 20 گرم خواهد شد؟

$$r^x = 20 \rightarrow \log_r 20 = x$$

$$\frac{\log 20}{\log r} = \frac{\log (2 \times 10)}{\log r} = \frac{r \log 2 + \log 10}{\log r}$$

$$\frac{2 \times 0.3 + 1}{0.3} = \frac{1.6}{0.3} = 5.33$$

اگر $\log r = a^r$ باشد، مقدار $\log 20$ بر حسب a چیست؟

$$\log r = a^r$$

$$\log \frac{20}{100} = ?$$

$$\log \frac{1}{r} = \log 1 - \log r$$

$$= 0 - \log r^r$$

$$= 0 - r \log r = 0 - r a^r = -r a^r$$

$$\log 10 = \log (2 \times 5)$$

$$\log 10 = \log 2 + \log 5$$

$$1 = \log r + \log 5$$

$$1 - a^r = \log 5$$

$$\log 20 - \log 100$$

$$\log 2^r - \log 10^r = r(1 - a^r) - r = r - r a^r - r = -r a^r$$

حاصل $\log \frac{20}{100}$ برابر است با:

$$\log \frac{20}{10000} = \log_r 20 - \log_r 10000$$

الف) 4

$$= \frac{\log 20}{\log r} - \frac{\log 10000}{\log r}$$

ب) -4

Log

$$= \frac{\log 20^f}{\log r} - \frac{\log 10^f}{\log r} = \frac{f \log 20}{\log r} - \frac{f \log 10}{\log r}$$

ج) 2f

$$\frac{f \times 1.6}{0.3} - \frac{f \times 1}{0.3} = \frac{1.6f - f}{0.3}$$

$$= \frac{-1.2f}{0.3} = -4f$$

د) -2f

مقدار عددی عبارت‌های زیر را بدست آورید

$$\text{الف) } \text{Log} \frac{1}{\sqrt{9}} = \frac{\text{Log } 3^{-\frac{1}{2}}}{\text{Log } 9} = \frac{-\frac{1}{2} \text{Log } 3}{2 \text{Log } 3} = -\frac{1}{4}$$

$$\text{ب) } \sqrt{2}^{(2 + \text{Log } 4)} = 2^1 \times 2^{\frac{1}{2}} = 2^{1\frac{1}{2}} = 2^{\frac{3}{2}} = \sqrt{16}$$

$$\sqrt{2}^2 \times \sqrt{2}^{\text{Log } 4} = (2^{\frac{1}{2}})^2 \times 2^{\frac{1}{2} \text{Log } 4} = 2^1 \times 2^{\frac{1}{2} \times 2} = 2^1 \times 2^1 = 2^2 = 4$$

$$\text{پ) } \text{Log } 2\sqrt{2} =$$

$$\text{Log } 2 \times 2^{\frac{1}{2}} = \frac{\text{Log } 2^{\frac{3}{2}}}{\text{Log } 2^2} = \frac{\frac{3}{2} \text{Log } 2}{2 \text{Log } 2} = \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\text{پ) } \text{Log} \frac{\sqrt{3}}{9} = \frac{\text{Log } 3^{-\frac{5}{2}}}{\text{Log } 3^2} = \frac{-\frac{5}{2} \text{Log } 3}{2 \text{Log } 3} = -\frac{5}{4}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{9} = \frac{3^{\frac{1}{2}}}{3^2} = 3^{\left(\frac{1}{2} - 2\right)} = 3^{-\frac{3}{2}}$$

$$a^{(b-c)} = \frac{a^b}{a^c}$$

$$\text{ت) } 3^3 (1 - 2 \text{Log } 49)$$

$$\frac{3^3 \cdot 1}{3^3 \cdot 2 \text{Log } 49} = \frac{3^3}{3^3 \cdot 2 \cdot 2 \text{Log } 7} = \frac{1}{4 \text{Log } 7} = \frac{1}{4 \text{Log } 7}$$

اگر $\log 2 = 0.3$ و $\log 3 = 0.5$ حاصل عبارت‌های زیر را بدست آورید.

الف) $\log 15 - \log 45$

$$\log \frac{15}{45} = \log \frac{1}{3} = \log 3^{-1} = -\log 3 = -0.5$$

$$\log(3 \times 5) - \log(4 \times 5)$$

$$\log 3 + \log 5 - (\log 4 + \log 5) = \log 3 + \log 5 - \log 4 - \log 5 = \log 3 - \log 4 = -\log 2 = -0.3$$

ب) $\log 9 \times \log 40$

$$\log a \times \log b \neq \log a \cdot b$$

$$\log a + \log b = \log a \cdot b$$

$$(\log 2 + \log 3)$$

$$(\log(16 \times 3 \times 10))$$

$$(0.3 + 0.5) \times (4 \log 2 + \log 3 + 1)$$

$$0.8 \times (4 \times 0.3 + 0.5 + 1) = 2.16$$

پ) $2 \log 36^2 - \log 0.12$

$$2 \log(6^2)^2 - \log(0.12 \times 0.12)$$

$$4 \times 2 \log 6 - (\log 0.12 + \log 0.12)$$

$$8(\log 2 + \log 3) - (\log 12 - \log 10 + \log 12 - \log 10)$$

$$8(0.3 + 0.5) - (2 \times 0.3 - 1 + 0.5 - 1)$$

ت) $\log 9 - \log\left(\frac{1}{100}\right)^2 - 0.125 \log 50$

$$2 \log 3 - \log\left(\left(\frac{1}{10}\right)^2\right)^2 - \frac{1}{8} \log 50 = \frac{1}{8}$$

$$2 \log 3 - 6(\log 9 - \log 10) - \frac{1}{8} \log 50$$

$$2 \log 3 - 6(2 \log 3 - 1) - \frac{1}{8} \log(5^2 \times 2)$$

$$2 \log 3 - 12 \log 3 + 6 - \frac{1}{8} (2 \log 5 + \log 2)$$

$$1 - 12 \times \frac{1}{8} + 6 - \frac{1}{8} (2 \times 0.7 + 0.3) = -0.17$$

مقدار x را در هر قسمت بیابید

الف) $\log 5 - \log 25 = \log x$

$$\log_{10} \frac{5}{25} = \log_{10} x$$

$$\frac{1}{5} = x$$

ب) $2 \log_2 3 + 3 \log_2 4 = \log_2 x^{10}$ $x = 109$

$$\log_2 3^2 + \log_2 4^3 = \log_2 x^{10} \rightarrow \log_2 3^2 + \log_2 4^3 = \log_2 x^{10}$$

$$\log_2 3^2 = \frac{\log 3^2}{\log 2} = \frac{\log 3^2}{\log 2^1} = \frac{\log 3^2}{1 \cdot \log 2} = \frac{1}{1} \log_2 3^2$$

ت) $2 \log x = (\log 5)^2 - (\log 2)^2$

$$\log x^2 = \log 5 \times \log 5 - \log 2 \times \log 2$$

$$\log 5 \times \log 5 - (1 - \log 5)(1 - \log 5)$$

$$(\log 5)^2 - 1 - (\log 5)^2 + 2 \log 5$$

$$\log x^2 = 2 \log 5 - \log 10$$

$$\log x^2 = \log 2 \cdot 5$$

$$x = \sqrt{2 \cdot 5}$$

ث) $\begin{cases} r^{x+y} = \frac{f}{10} \\ r^{x-y} = 10 \end{cases} \quad a \quad b$

$$r^{x+y} = \frac{f}{10} \quad r^x \times r^y = \frac{f}{10} \quad \begin{cases} ab = \frac{f}{10} \\ \frac{a}{b} = 10 \rightarrow a = 10b \end{cases}$$

$$r^{x-y} = 10 \quad \frac{r^x}{r^y} = 10$$

$$10b \cdot b = \frac{f}{10} \rightarrow 10b^2 = \frac{f}{10}$$

$$b^2 = \frac{f}{100}$$

$$r^{\frac{f}{10}} = \sqrt{r^{\frac{f}{10}}} = \sqrt{10}$$

$$r^{\frac{f}{10}} = \sqrt{10} = r^{\frac{1}{2}}$$

$$a = \frac{f}{10} = \frac{r}{\sqrt{r} \times 10} = r^{\frac{1}{2}}$$

$$b = \sqrt{\frac{f}{100}} = \frac{r}{\sqrt{r} \times 10}$$

حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

$$\text{الف) } \log_5 125 - \log 100 + \log_r \sqrt{r}$$

$$3 \log_5 5 - 2 \log 10 + \frac{1}{r} \log_r r$$

$$3 - 2 + \frac{1}{r} = 1 \frac{1}{r}$$

$$\text{ب) } \log_3 81 - 3 \log_3 10 + 9 \log_3 3$$

$$= \log_3 3^4 - 3 \log_3 10^{-2} + 9$$

$$= 4 + 6 + 9 = 19$$

$$\text{ب) } \frac{1}{r} \log_r r - \log_r \sqrt{r}$$

$$\frac{1}{r} - \log_r r = \frac{1}{r} - 1 = -\frac{1}{r}$$

$$\text{ت) } \log_3 \frac{81}{100} + \log_3 100 = \log_3 81 = \log_3 3^4 = 4$$

$$\log_3 \frac{81}{100} = \frac{\log 81 - \log 100}{\log 3} = \frac{\log 100}{\log 3}$$

$$\text{ث) } \log_r \sqrt[5]{r} + \log_r \sqrt[5]{16}$$

$$\log_r r^{\frac{1}{5}} + \log_r r^{\frac{4}{5}} = \frac{1}{5} + \frac{4}{5} = 1$$

$$\text{ج) } 10 \log \sqrt{10} - \sqrt{100} \log_{10} \sqrt{10}$$

$$10 \log 10^{\frac{1}{2}} - 10 \log_{10} 10^{\frac{1}{2}} = 5 - 10 = -5$$

اگر $\text{Log } a = 4$ و $\text{Log } b = 6$ حاصل $\text{Log } a b^2$ را بیابید.

$$\begin{aligned} \text{Log } a &= 4 & \text{Log } a b^2 &= \text{Log } a + \text{Log } b^2 \\ \text{Log } b &= 6 & &= \text{Log } a + 2 \text{Log } b \\ & & &= 4 + 2 \times 6 \\ & & &= 16 \end{aligned}$$

اگر $\text{Log } 3 = a$ و $\text{Log } 2 = b$ مقادیر زیر را بیابید.

الف) $\text{Log } 225 = \text{Log } 15^2 = 2 \text{Log } 15$

$$\begin{aligned} &= 2(\text{Log } 3 + \text{Log } 5) \\ &= 2(a + 1 - b) \end{aligned}$$

ب) $\text{Log } 6, 25$ $\text{Log } \frac{625}{100} = \text{Log } 5^4 - \text{Log } 10^2$

$$\text{Log } 2 = b$$

$$4 \text{Log } 5 - 2$$

$$\text{Log } 5 + \text{Log } 2 = \text{Log } 10 = 1 \implies 4 \text{Log } 5 - 2 = 1 - 4b$$

$$\text{Log } 5 + b = 1 \implies \text{Log } 5 = 1 - b$$

پ) $\text{Log } \sqrt[6]{18} = \text{Log } \left(\frac{18}{100} \right)^{\frac{1}{6}} = \frac{\text{Log } \left(\frac{18}{100} \right)^{\frac{1}{6}}}{\text{Log } 6} = \frac{a + \frac{b}{6} - 1}{a + b}$

$$\begin{aligned} \frac{1}{6}(\text{Log } 18 - \text{Log } 100) &= \frac{1}{6}(\text{Log } (9 \times 2) - 2) & \text{Log } 2 + \text{Log } 3 &= \text{Log } 6 \\ &= \frac{1}{6}(2a + b - 2) \end{aligned}$$

اگر $\log_y r = a$ و $\log_y \omega = b$ باشد $\log_\omega r$ کدام است؟

$$\log_\omega r = \frac{\log_y r}{\log_y \omega} = \frac{1-a}{b} \quad \text{الف) } \frac{1-b}{a}$$

$$\frac{\log_\omega \omega = b}{\log_y r} = \log_y \frac{\omega}{r} = \log_y \omega - \log_y r = \frac{1+b}{a}$$

$$= 1-a \quad \text{ب) } \frac{1+a}{b}$$

$$\boxed{\frac{1-a}{b} \text{ (ج)}}$$

تمودار هر تابع را به ضابطه مربوطه وصل کنید.

- ① $y = r^x$ ② $y = r^{-x}$ ③ $y = -r^x$

