

فصل اول - درس اول: یادآوری عددهای صحیح و ترتیب محلیات

با مجموعه‌ی عددهای صحیح در سال گذشته آشنا شده‌اید. این مجموعه شامل عددهای مثبت، صفر و عددهای منفی است. این مجموعه را با Z نمایش می‌دهیم.

$$Z = \{ \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots \}$$

نوع: مجموعه اعداد طبیعی و اعداد حسابی را به ترتیب با N و W نمایش می‌دهیم.

$$N = \{ 1, 2, 3, \dots \}$$

$$W = \{ 0, 1, 2, 3, \dots \}$$

جمع و تفریق عددهای صحیح: ۱- عددها هم علامت باشند: در این حالت کلی از علامت‌ها را نوشته و سپس عددها را با هم جمع می‌کنیم

$$(+8) - (-4) = +8 + 4 = 12$$

$$\text{مثال: } -(+3) + (-7) = -3 - 7 = -10$$

۲- عددها هم علامت نباشند: در این حالت عددی که بدون در نظر گرفتن علامت بزرگتر است علامت‌ش را نوشته و سپس عددها را از هم کم می‌کنیم.

$$(-4) + (+10) = -4 + 10 = +6$$

$$\text{مثال: } 12 - (+13) = 12 - 13 = -1$$

ضرب و تقسیم عددهای صحیح: اگر علامت‌ها هم شکل باشند حاصل مثبت و اگر هم شکل نباشند حاصل منفی می‌شود.

ترتیب انجام محلیات ریاضی:

۱- پرانتز (از داخل‌ترین پرانتز محاسبه را شروع می‌کنیم)

۲- توان و جذر
۳- ضرب و تقسیم (از چپ به راست)
۴- جمع و تفریق

$$\text{مثال: الف) } 5 \times (-2)^3 - 3 \times 2^4 = 5 \times (-8) - 3 \times 16 = -40 - 48 = -88$$

$$\text{ب) } 9 - 9(5-7) \times (-3) = 9 - 9(-2) \times (-3) = 9 - (+54) = 9 - 54 = -45$$

$$\begin{aligned} \text{ب) } 6(3 - 4(5 - 6(2-4))) &= 6(3 - 4(5 - 6 \times (-2))) = 6(3 - 4(5 + 12)) = \\ &= 6(3 - 48) = 6 \times (-45) = -270 \end{aligned}$$

روش مناسبی تعداد مجموع اعداد متوالی با فاصله ثابت:
 گاهی برای پیدا کردن مجموع عدد صحیح، می‌توانیم از راه‌های ابتکاری و جالبی استفاده کنیم.
 مثلاً برای جمع کردن اعداد ۱ تا ۱۰۰ می‌توانیم به روش زیر عمل کنیم:

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 98 + 99 + 100 =$$

۱۰۱
۱۰۱

همانطور که می‌بینید مجموع هر جفت از اعداد برابر ۱۰۱ خواهد شد و چون ۵۰ جفت عدد داریم، پس

حاصل جمع برابر است با: $50 \times 101 = 5050$

این روش بنام گوس نامیده شده است.

راه حل ساده‌تر: اگر در یک رشته یا الگوی عددی، اختلاف هر دو عدد متوالی، عدد ثابتی باشد و

تعداد آن را از رابطه زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\text{تعداد} = \frac{\text{کوچکترین عدد} - \text{بزرگترین عدد}}{\text{فاصله دو عدد متوالی}} + 1$$

حال برای مجموع این دنباله از رابطه (عدد اول + عدد آخر) × تعداد ÷ ۲ استفاده می‌کنیم.

سؤال: مجموع اعداد طبیعی کوچکتر از ۱۰۰ را که بر ۵ بخش نباشند حساب کنید.

$$5 + 10 + 15 + \dots + 90 + 95 =$$

$$\text{تعداد} = \frac{90 - 5}{5} + 1 = 18 + 1 = 19$$

$$\text{مجموع} = \frac{100}{2} \times (95 + 5) = 19 \times 50 = 950$$

گاهی اوقات بعضی از عددهای عبارت داده شده، مثبت و بعضی از آن‌ها منفی هستند در چنین

موقعی با هم می‌توانیم جفت‌هایی را پیدا کنیم که حاصل جمع یا تفریق آن‌ها یکسان شود؛ پس حاصل

هر جفت را در تعداد جفت‌ها ضرب می‌کنیم:

$$\underbrace{-4 + 8}_{+4} - \underbrace{12 + 16}_{+4} - \dots - \underbrace{108 + 112}_{+4} = 14 \times (+4) = +56$$

راه حل: حاصل هر جفت +۴ است.

$$\text{تعداد} = \frac{\text{اولین عدد مثبت} - \text{آخرین عدد مثبت}}{\text{برش دو عدد مثبت}} + 1 = \frac{112 - 8}{8} + 1 = 14$$

دبیر: علی شمس - دبیرستان استعدادهای ناب ماکسین - ۹۳۷۷۲ - ۹۱۳۶۰۹۱۳۶

صفر ۳

در هر عبارت هر چه تعداد عددهای مثبت بیشتر و مقادیرشان بزرگتر باشد، حاصل عبارت بزرگتر خواهد شد و هر چه تعداد علامت‌های منفی بیشتر و مقادیرشان بزرگتر باشد حاصل عبارت مداری کوچکتر خواهد شد.

سؤال: در هر جای خالی علامت + یا - طوری قرار دهید تا: $-۳ \square (-۲) \square +۵ \square (-۶) \square +۹$

الف: حاصل بزرگترین عدد ممکن شود؛

ب: حاصل کوچکترین عدد ممکن شود؛

پاسخ: الف: با پر علامت‌ها را طوری قرار دهیم تا هر مداری را که می‌توانیم به مثبت تبدیل کنیم

$$-۳ - (-۲) + (+۵) - (-۶) + ۹ = -۳ + ۲ + ۵ + ۶ + ۹ = +۱۹$$

ب: علامت‌ها را طوری قرار می‌دهیم تا هر عدد را به عددی منفی تبدیل کنیم:

$$-۳ + (-۲) - (+۵) + (-۶) - (+۹) = -۳ - ۲ - ۵ - ۶ - ۹ = -۲۵$$

نمونه سوالات بخش اول

الف) $۲ \times ۶ \div ۳ \div ۲ \times ۵ =$

ب) $۴^۳ + ۳^۲ - ۲ \times ۵^۲ =$

ج) $۶ \times ۲^۳ - ۲ \times ۶^۲ =$

د) $۵^۲ - (۳^۲ - ۱^۳) \times ۲^۲ \div ۴^۲ =$

ه) $-۲ - ۳(-۲^۲ + ۴)^۵ + ۲^۳(۳ - ۴) =$

و) $۸ - ۴ \div ۴(۳(۲) - ۸ \div ۲) + ۱ =$

ی) $۲۰ - ۴(-۷ + ۲^۴ \div ۸ \times ۳ - ۲^۲) =$

ن) $۵ - ۴[۳ - ۲(۱ - ۲)^۴ + ۳]^۴ - ۵ =$

ر) $-(-۱) + (۲ - (-۱)) \times ۳ - (-۴) \times ۱ - ۵ =$

ز) $۵ - ۵(-۱ + ۳(۴ - ۵)^{۲۰۲۱}) \times ۲ - ۲ =$

پاسخ کلیدی: الف ← ۱۰ ب ← -۲۴ ج ← ۲۳ د ← -۱۰ ه ← ۷

ی ← ۲۸ ن ← -۴۴ ر ← ۹ ز ← ۵۰

دبیر: علی نسی - دبیرستان استعدادهای ناب صالحین - ۰۹۱۶۶۹۳۷۹۲

۲- حاصل عبارات‌های زیر را بدست آورید.

الف) $1 - 2 + 3 - 4 + \dots + 199 - 200 =$

ب) $-1 - 2 + 3 + 4 - 5 - 6 + 7 + 8 - \dots - 29 - 30 + 31 + 32 =$

پ) $-1 - 2 - 3 + 4 + 5 + 6 - 7 - 8 - 9 + \dots + 52 + 53 + 54 =$

ت) $-41 - 57 - 53 - \dots - 5 - 1 + 3 + 7 + \dots + 59 =$

ث) $5 - 10 + 15 - 20 + \dots + 95 - 100 =$

ج) $45 + 49 + 55 + 59 + 65 + 69 + \dots + 155 + 159 =$

ح) $4 + 7 + 10 + \dots + 124 =$

خ) $-43 - 37 - 31 - \dots + 173 + 179 =$

د) $(-5) - (-4) - (-7) - \dots - (-19) =$

ز) $4 - 5 + 6 - 7 + 8 - \dots + 88 - 89 + 90 =$

و) $(20 - 1) + (19 - 1) + (18 - 1) + \dots + (-11 - 1) + (-19 - 1) + (-20 - 1) =$

پاسخ کلیدی: الف $\leftarrow 100$ ب $\leftarrow 32$ پ $\leftarrow 11$ ت $\leftarrow 31$ ث $\leftarrow 50$

ج $\leftarrow 2441$ ح $\leftarrow 2424$ خ $\leftarrow 2514$ ز $\leftarrow 3915$ د $\leftarrow 47$

و $\leftarrow -41$

۳- در جاهای خالی علامت + یا - قرار دهید تا حاصل بزرگترین عدد ممکن شود.

الف) $-9 \square 4 \square (-3) \square + 7 =$ پاسخ $\leftarrow 4$

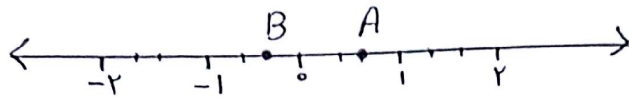
ب) $- [(-7) \square (-13)] \square (-4) \times (+5) =$ پاسخ $\leftarrow 40$

۴- در جاهای خالی علامت + یا - قرار دهید تا حاصل کوچکترین عدد ممکن شود.

الف) $-3 \square (-5) \square (+4) \square -7 \square +13 =$ پاسخ $\leftarrow -32$

ب) $24 \square -(-73) \square (+24) \square (-134) =$ پاسخ $\leftarrow -247$

نخستین اعداد گویا: به محور زیر نگاه کنید. هر یک از واحدها به ۳ قسمت تقسیم شده اند. بین طول هر واحد



کوچک ۱/۳ برابرند.

نقطه A دوما ۱/۳ است یعنی ۲/۳ و چون به طرف مثبت ها است می شود $+\frac{2}{3}$

نقطه B یکی ۱/۳ است یعنی ۱/۳ و چون به طرف منفی ها است می شود $-\frac{1}{3}$

به چنین اعدادی، اعداد گویا می گوئیم. به طور کلی به هر عددی که بتوانیم آن را به شکل $\frac{a}{b}$ بنویسیم
 دهیم، عددی گویا می گوئیم. صورت وخرج اعداد گویا می تواند هر عدد صحیح باشد البته می دانیم
 که خرج هیچ گاه صفر نباید باشد چون تقسیم بر صفر بی معنی است. عددهای گویا را با \mathbb{Q} نشان می دهند

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

و تعریف ریاضی آن ها به شکل زیر است:

یعنی هر عددی که به شکل $\frac{a}{b}$ که a و b اعداد صحیح باشند و خرج b مخالف

صفر باشد عددی گویا خواهد بود.

مثال: هر کدام از اعداد 5 و $-\frac{2}{3}$ و 3 و $\sqrt{4}$ و $\sqrt{25-12}$ و $\sqrt{11}$ و 0 و $\frac{2}{3}$

جزء اعداد گویا به حساب می آیند.

توجه: اعدادی که جذر دقیق نداشته باشند مثل $\sqrt{2}$ و $\sqrt{3}$ گویا نیستند.

توجه: عدد π نیز عدد گویا به حساب نمی آید. چرا؟؟؟

توجه: تمام اعداد طبیعی هم بی، صحیح عضو مجموعه اعداد گویا هستند.

نکته: اعدادی را که گویا نباشند اصم یا کنگ می نامیم و با حرف \mathbb{Q} نامش می دهیم.

ستادی که ها: اگر صورت وخرج هر کس را در عددی غیر از صفر ضرب کنیم باید عددی غیر از صفر تقسیم

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \dots$$

Arrows show multiplication by 2 and 3.

$$\frac{150}{210} = \frac{75}{105} = \frac{50}{70} = \dots$$

Arrows show division by 2 and 3.

نکته: در تساوی دو کسر اگر یکی از عددها مجهول بود می توان به کمک تساوی کسر مقدار مجهول را بدست آورد.

مثال: $\frac{3}{7} = \frac{x}{28} \Rightarrow x = 3 \times 4 = 12$

برای حالت هایی مثل $\frac{9x}{10} = \frac{10}{4}$ که نمی توان مانند بالا بکامل کرد از روش طرفین - وسطین یا ساده کردن قبل از راه حل بالا استفاده کرد.

طرفین وسطین $\frac{9x}{10} = \frac{10}{4} \rightarrow x = \frac{10 \times 10}{4} = 25$

یا ابتدا کسر $\frac{10}{4}$ را ساده کنیم به $\frac{5}{2}$ هست ساده کرده سپس بیرون بالا حل کرد.

$\frac{9x}{10} = \frac{10 \div 2}{4 \div 2} = \frac{5}{2}$

نکته: در نوشتن عددهای گویا، جایی علامت مثبتی بر مقدار کسر ندارد. یعنی علامت کسرها را می توان

سمت چپ، در صورت و یا منفرجه کسر قرار داد. $-\frac{3}{7} = \frac{3}{-7} = \frac{3}{-7}$

تعیین علامت عددهای گویا: برای تعیین علامت هر عدد گویا کافی است علامت های آن را در هم ضرب کرده تا به یک علامت تبدیل شوند. $-(-\frac{5}{-11}) = -\frac{5}{11}$

توجه: برای انجام سریع تر تعیین علامت تعداد علامت های منفی را حساب کرده، اگر تعداد آنها زوج باشد علامت عدد حاصل مثبت خواهد بود و اگر فرد بود علامت عدد حاصل منفی خواهد شد.

مثال: تعداد علامت های منفی ۴ تا است. $-(-(-(-\frac{5}{-3}))) = +\frac{5}{3} \rightarrow$

علامت (\leq, \geq) : عبارت $5 \geq x$ را بصورت x های بزرگتر یا مساوی ۵ می خوانیم و منظور خود عدد ۵ و عددهای بزرگتر از آن می باشد و تفاوت آن با $x > 5$ در این است که در نامساوی اول عدد ۵ وجود دارد ولی در نامساوی دوم عدد ۵ وجود ندارد.

مثال: عبارت $1 < x \leq 2$ را خوانده و نگویید شامل خنج عدد صحیح است چو ۱ یا عدد

$1 \frac{3}{7}$ - در این محدوده قرار دارد چو پاسخ: x های بزرگتر یا مساوی ۲ - و کوچکتر از یک، شامل عددهای صحیح: $\{0, -1, -2\}$ می باشد. عدد $1 \frac{3}{7}$ - در این محدوده قرار دارد.

دبیر: علی شیبی - دبیرستان استعدادهای ناب صالحین - ۰۹۱۶۶۰۹۳۷۹۲

تقسیم عددهای گویا: برای مقایسه دو کسر کثرت آنهارا هم مخرج کنیم

$$\frac{5}{7} \bigcirc \frac{7}{9} \rightarrow \frac{5 \times 9}{7 \times 9} \bigcirc \frac{7 \times 7}{9 \times 7} \rightarrow \frac{45}{63} \bigcirc \frac{49}{63}$$

البته راه حل سریعتر طرفین - وسطین می باشد به شرطی که در طرفین - وسطین عددها را با هم

نویسیم. مثال:

$$\frac{5}{7} \bigcirc \frac{7}{9} \rightarrow \frac{5}{7} < \frac{7}{9}$$

نکته: هر چه فاصله ی بین دو عدد گویا را به سمت های مساوی بتری تقسیم کنیم، می توانیم تعداد بتری

عدد کسری بنویسیم. پس می توانیم نتیجه بگیریم که: بین هر دو عدد گویا، بی شمار عدد گویا وجود دارد.

حل نمونه سوالات این قسمت:

الف) $\frac{42}{54} = \frac{4}{x} \Rightarrow \frac{-42 \div 6}{54 \div 6} = \frac{-4}{8} \Rightarrow \frac{-4 \cdot x}{8} = \frac{-4}{8} \Rightarrow x = -8$

ب) $\frac{-2 \cdot \frac{2}{3}}{-\frac{4}{5}} = -\frac{x}{3} \Rightarrow \frac{-\frac{4}{3}}{-\frac{4}{5}} = \frac{-x}{3} \Rightarrow \frac{-4 \times 5}{3 \times (-4)} = +\frac{10}{3} \Rightarrow +\frac{10}{3} = -\frac{x}{3} \Rightarrow x = -10$

توضیح قسمت ب: ابتدا اعداد مخلوط را به کسر تبدیل کرده پس دور دور و نزدیک در نزدیک

را انجام داده که پس از ساده کردن برابر $\frac{10}{3}$ شد در مرحله آخر صورت و مخرج در عدد $\frac{1}{3}$ ضرب شده اند.

۲- کسری ب وی $\frac{3}{8}$ بنویسید که تفاضل صورت و مخرج آن برابر ۴۵ باشد.

صورت	۳	۲۷
مخرج	۸	۷۲
اختلاف	۵	۴۵

x9

پاسخ: $\frac{27}{72}$

۳- زیر اعداد گویا خط بکشید.

$$\sqrt{3}, \pi, \sqrt{4}, \frac{2}{3}, \sqrt{(\sqrt{3})^2}, 3, 14, \sqrt{14}, \sqrt{14 \div 14}, \sqrt{149}, \sqrt{149 \div 149}$$

پاسخ: $\sqrt{4}, \frac{2}{3}, \sqrt{(\sqrt{3})^2}, 3, 14, \sqrt{14}, \sqrt{149}, \sqrt{149 \div 149}$ صحیح، $\sqrt{3}, \pi, \sqrt{4}$ گویا هستند.

صغیر Δ

۴- بین $\frac{2}{7}$ و $\frac{1}{3}$ سه عدد گویا بنویسید.
روش اول هم خارج کردن:

$$\frac{1_{x^3}}{3_{x^3}} = \frac{7}{21} \quad , \quad \frac{2_{x^3}}{7_{x^3}} = \frac{4}{21}$$

چون می خواهیم بین $\frac{7}{21}$ و $\frac{4}{21}$ سه عدد گویا پیدا کنیم لذا صورت و مخرج را در عددی بین از 3 ضرب می کنیم. (چون گفته سه عدد بنویسید در عددی قما بزرگتر 3 باید ضرب کنیم) مثلاً 4

$$\frac{7_{x^4}}{21_{x^4}} = \frac{28}{84} \quad , \quad \frac{4_{x^4}}{21_{x^4}} = \frac{16}{84}$$

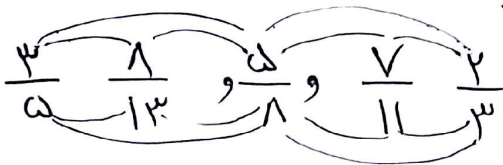
بین اعداد گویای مورد نظر عبارتند از: $\frac{25}{84}$ ، $\frac{26}{84}$ ، $\frac{27}{84}$

روش دوم: اگر $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ ، آن گاه $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$

مثلاً خواهیم کرد بین $\frac{2}{5}$ و $\frac{1}{3}$ قرار دهیم بصورت مقابل می نویسیم
بین کرد نظر $\frac{3}{8}$ است.

به زبان ساده تر برای نوشتن کسری بین دو کسر، صورت و مخرج دو کسر داده شده را با هم جمع می کنیم عدد بدست آمده بین دو کسر خواهد بود.

مثال: بین دو کسر $\frac{3}{5}$ و $\frac{2}{3}$ سه کسر بنویسید.



۵- کدام کسر زبر بین $\frac{2}{3}$ و $\frac{1}{2}$ قرار دارد؟

- (۱) $\frac{5}{6}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{3}{7}$

پاسخ: طبق روش دوم سوال $\frac{3}{5}$ گزینه 3 درست است.

۶- به صورت کسر $\frac{7}{18}$ چه عددی را اضافه کنیم تا حاصل برابر $\frac{-44}{49}$ شود؟

- (۱) ۱۹ (۲) ۲۱ (۳) -19 (۴) -21

$$\frac{7 + (-19)}{18} = \frac{-12}{18} = \frac{-2 \times 6}{3 \times 6} = \frac{-44}{49}$$

غیر از اتمان کردن گزینه ها هم روش دیگری به ذهنتان می رسد؟

دبیر: علی نسیب - دبیرستان استعدادهای ناب صالحی ۳۷۹۴۹۳۷۹۶۹۱۶۶۵

نمونه سئوالات بخش دوم:

۱- جاهای خالی را کامل کنید

الف « بین $\frac{2}{5}$ و $\frac{3}{5}$ ، عدد گویا وجود دارد.

ب « کوچکترین عدد گویای نامنفی، عدد ... است.

پ « قدر مطلق قدر مطلق عدد $(\frac{9}{-10})$ برابر است.

ت « وقتی a منفی است $\frac{b}{10}$ از $\frac{b}{10}$ است.

۲- زیر اعداد گویا خط بکشید.

$(-\sqrt{4+9})$ ، $-\sqrt{7}$ ، $\sqrt{744}$ ، $-\frac{\sqrt{15}}{5}$ ، $\frac{-4}{\frac{1}{3}}$

۳- کسری زیر را به ساده ترین حالت بنویسید.

الف $(+(-\frac{4}{\sqrt{7}}))$

ب $(-\frac{4}{-3})$

۴- مقدار x را در عبارات های زیر بدست آورید.

الف $-\frac{10}{14} = \frac{a}{-21}$

ب $-\frac{215}{a} = \frac{10}{40}$

ب $\frac{-2\frac{2}{3}}{-\frac{4}{5}} = -\frac{a}{3}$

$11 = \frac{x}{5}$

۵- کسری مساوی $\frac{9}{13}$ که مجموع صورت و مخرج آن ۱۷۲ باشد را بدست آورید.

۶- می خواهیم عددی بین دو عدد گویای $\frac{3}{7}$ و $\frac{5}{9}$ بنویسیم که مخرج آن ۷۹ باشد. صورت این کسر هم عددی خواهد بود؟

۷- اگر به مخرج کسر $\frac{10}{15}$ عدد ۲ را اضافه کنیم چه عددی باید به صورت کسر اضافه کنیم تا مقدار کسر تغییر نکند؟

۸- کسری مساوی $\frac{45}{91}$ بیابید که بزرگترین شمارنده صورت و مخرج آن ۱۹ شود.

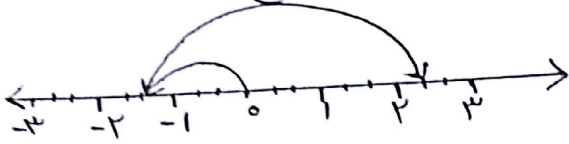
۹- بین دو کسر $\frac{3}{10}$ و $\frac{1}{2}$ کسری بنویسید که مخرج آن ۲۵ باشد.

۱۰- بین $\frac{2}{3}$ و $\frac{5}{7}$ کسری با مخرج ۵ وجود دارد؟

۱۱- کسری که بین $\frac{2}{3}$ و $\frac{5}{7}$ با صورت ۵ وجود دارد؟

۱۲- در محدوده $14 < x < 13$ - بر روی محور اعداد به ترتیب، چند عدد طبیعی، صحیح و گویا وجود دارد؟

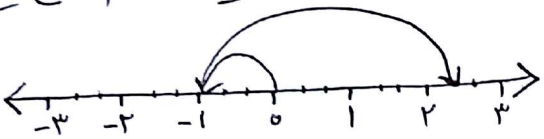
جمع متناظر یا حرکت روی محور: با توجه به درس اعداد صحیح که در سال گذشته آموختیم برای جمع اعداد گویا نیز به همان صورت عمل می‌کنیم، ابتدا با توجه به جهت حرکت‌ها علامت آنها را مشخص کرده، سپس با هم پس و لاهرها و رتبه‌ها عدد حرکت را بدست می‌آوریم، در پایان نقطه‌ای آنها حاصل جمع حرکت‌ها می‌باشند.



مثال: جمع متناظر یا محور متقابل را بنویسید.

$$\left(-1 \frac{1}{3}\right) + \left(+1 \frac{1}{3}\right) = \left(+2 \frac{1}{3}\right)$$

تبدیل تفریق به جمع: برای تبدیل هر تفریق به جمع کافی است عدد اول را با تغییر عدد دوم جمع کنیم.



$$\left(-1\right) - \left(-\frac{1}{3}\right) = \left(+2 \frac{1}{3}\right)$$

جمع و تفریق اعداد گویا:

۱- مخرج‌های مساوی: در این حالت صورت‌ها را با توجه به علامت‌ها همان جمع و تفریق می‌کنیم و مخرج مشترک را می‌نویسیم.

سؤال:

$$\left(-\frac{3}{7}\right) + \left(+\frac{4}{7}\right) = -\frac{3}{7} + \frac{4}{7} = \frac{1}{7}$$

برای حل باید تفریق را به جمع تبدیل کنیم

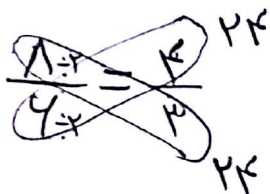
$$\left(-\frac{5}{11}\right) - \left(+\frac{3}{11}\right) = -\frac{5}{11} + \left(-\frac{3}{11}\right) = -\frac{8}{11} \rightarrow$$

۲- مخرج‌ها نامساوی باشند: در این حالت ابتدا مخرج مشترک می‌گیریم. می‌توانیم این کار را با استفاده از ل.ک.م (۲۴) بدست آوریم.

$$\left(-\frac{3 \times 3}{7 \times 3}\right) + \left(+\frac{4 \times 4}{7 \times 4}\right) = \frac{-9 + 16}{24} = \frac{+7}{24}$$

$[7 \text{ و } 4] = 28$
ک.م.م

برای مخرج مشترک می‌توانیم از روش پرراندی که همان ل.ک.م (۲۴) به روش ساده‌تر است استفاده کنیم. به این ترتیب که مخرج کوچک‌تر داده شده یعنی ۷ و ۸ را روی یک خط که نوشته و آنها را تا جایی که امکان دارد ساده می‌کنیم پس طرفین - وسطین انجام می‌دهیم.



نکته: جمع و تفریق اعداد اعشاری و روست تعیین علامت جواب مانند جمع و تفریق عددها صحیح می باشد فقط باید

دقت کنیم در عددهای اعشاری باید هر رقم با رقم هم ارزش خود جمع و تفریق شود، بنابراین باید منزلهای زیر هم قرار بگیرد.

$$-۲۱۵ + ۷۱۳ = \rightarrow \begin{array}{r} +۷۱۳ \\ -۲۱۵ \\ \hline ۴۱۸ \end{array}$$

توجه: اگر تعداد ارقام اعشاری عددها، مساوی باشند می توان منزلهای را دیده گرفت، مثل را بدست آورد

$$-۲۱۵ + ۷۱۳ = +۴۱۸ \quad - \begin{array}{r} ۷۳ \\ ۲۵ \\ \hline ۴۸ \end{array}$$

و سپس به همان تعداد منفرجه:

$$\frac{-۲۵}{۱۰} + \frac{۷۳}{۱۰} = \frac{۴۸}{۱۰} = ۴٫۸$$

روست دوم: بکسر تبدیل کنیم:

ضرب و تقسیم اعداد گویا:

ابتدا علامت حاصل را تعیین می کنیم (منفی ها را هم شماریم زوج بود + و فرد بود -) سپس تا حد امکان کسرها را ساده کرده و بعد صورت در صورت سپس منفرجه در منفرجه ضرب می کنیم.

$$\text{سوال:} \quad \left(-\frac{۱۵}{۲۸}\right) \times \left(-\frac{۴۲}{-۲۵}\right) = - \left(\frac{۱۵}{\cancel{۲۸} : ۱۴} \times \frac{\cancel{۴۲} : ۱۴}{۲۵ : ۵}\right) = -\frac{۹}{۱۰}$$

چون تعداد منتهای عدد ۳ تا بود جواب گنای منفی می شود.

مکسوس اعداد گویا: در هر عدد گویا اگر جای صورت و منفرجه را عوض کنیم، مکسوس آن بدست می آید.

توجه: در مکسوس کردن علامت عوض نمی شود.

سوال: مکسوس کسرهایی رو بر و را بدست آورید.

$$-\frac{۴}{۵} \rightarrow -\frac{۴}{۵}$$

$$\text{توجه: عدد مخلوط را به کسر سپس مکسوس را بدست می آوریم.} \quad +\frac{۳}{۱۱} \rightarrow +\frac{۱۱}{۳}$$

نکته: تنها عددی که مکسوس ندارد صفر است.

نکته: حاصل ضرب هر عدد گویا (بجز صفر) در مکسوس آن برابر یک می شود.

$$\left(-\frac{۱}{۳}\right) \times \left(-\frac{۳}{۱}\right) = +۱$$

تقسیم اعداد گویا:

برای تقسیم اعداد گویا، پس از تعیین علامت حاصل، کسر اول را نوسته سپس علامت تقسیم را بر ضرب تبدیل می‌کنیم و بعد کسردوم را معکوس کرده و عمل ضرب را انجام می‌دهیم.

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

مثال: $(+\frac{9}{8}) \div (-\frac{3}{14}) = (+\frac{9}{8}) \times (-\frac{14}{3}) = -\frac{9}{1} = -9$

نکته: اگر یک عدد گویا یا غیر صفر بر خودش تقسیم شود حاصل آن یک می‌شود.

$$\frac{3}{4} \div \frac{3}{4} = 1$$

نکته: حاصل تقسیم هر عدد گویا بر یک، خود همان عدد می‌شود.

$$\frac{5}{6} \div 1 = \frac{5}{6}$$

نکته: حاصل تقسیم عدد یک بر هر عدد غیر صفر برابر معکوس همان عدد می‌شود.

$$1 \div \frac{5}{6} = \frac{6}{5} \quad \text{یا} \quad \frac{1}{\frac{5}{6}} = \frac{6}{5}$$

نکته: حاصل تقسیم هر عدد بر معکوسش برابر مجزور همان عدد است.

$$\frac{1}{3} \div \frac{3}{8} = \frac{1}{3} \times \frac{8}{3} = (\frac{8}{3})^2$$

نکته: تعداد و عدد گویا وجود دارند که با معکوسشان برابرند: + و -

نکته: اگر عددی بین صفر و یک باشد، معکوس آن عدد از یک بزرگتر می‌شود.

$$0 < \frac{1}{4} < 1 \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{1}{4} \rightarrow \frac{4}{1} = 4 \Rightarrow 4 > 1$$

نکته: اگر عددی بزرگتر از یک باشد معکوس آن کوچکتر از ۱ می‌شود.

$$3 > 1 \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{1}{3} < 1$$

نکته: اگر عددی بین صفر و -۱ باشد معکوسش از -۱ کوچکتر می‌شود.

$$-1 < -\frac{1}{4} < 0 \xrightarrow{\text{معکوس}} -\frac{1}{4} \rightarrow -\frac{4}{1} = -4 \Rightarrow -4 < -1$$

نکته: اگر عددی کمتر از -۱ باشد معکوس آن بزرگتر از -۱ می‌شود.

$$-2 < -1 \rightarrow -\frac{1}{2} \xrightarrow{\text{معکوس}} -\frac{1}{2} \rightarrow -\frac{1}{2} > -1$$

توجه: دور در دور - نزدیک در نزدیک: وقتی کسری داریم که صورتش یک کسر و مخرج آن نیز یک کسر است می‌توان صورت کسر بالایی را در مخرج کسر پائینی ضرب نموده و به عنوان کسر حاصل نوشت و مخرج کسر بالایی را در صورت کسر پائینی ضرب کرده و به عنوان مخرج نوشت:

$$\left(\frac{\frac{3}{4}}{\frac{2}{5}} \right) = \frac{3 \times 5}{4 \times 2} = \frac{15}{8}$$

نمونه سئوالات درین سوام:

۱- جمله های زیر را با اعداد مناسب کامل کنید:

الف « مقدار عبارت $0/08 + 0/15$ - برابر است با »

ب « حاصل ضرب هر کس در قدرتی معکوسش برابر است با »

پ « قدرتی عدد $3 \frac{1}{5}$ - برابر است با عدد گویای »

۲- جاهای خالی را با نوشتن عدد گویای مناسب کامل کنید:

$$\text{الف } n - 3 \frac{2}{5} \times \dots = 1$$

$$\text{ب } 1 \frac{3}{4} \times \dots = -1$$

$$\text{پ } 1 \div \dots = -2 \frac{3}{5}$$

$$\text{ت } n - 3,4 \times \dots = 1$$

$$\text{ث } n - \frac{5}{9} \div \dots = 2 \frac{1}{3}$$

$$\text{ج } n \dots \times \frac{9}{17} = \frac{5}{3}$$

۳- حاصل عبارت های زیر را بدست آورید:

$$\text{الف } \frac{2}{5} - \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} - \frac{9}{10} \div \frac{3}{5} =$$

$$\text{ب } [(-\frac{7}{9}) + (-\frac{4}{15})] \div (-2 + \frac{3}{25}) =$$

$$\text{پ } (\frac{1}{4} - \frac{3}{8} + \frac{-1}{9}) \div \frac{7}{24} =$$

$$\text{ت } n - \frac{1}{2} - \frac{\frac{1}{2} + \frac{2}{3}}{\frac{1}{5} + \frac{1}{2}} =$$

$$\text{ث } n \frac{-\frac{1}{2} - 3 \div \frac{1}{4}}{-2 \div \frac{1}{4} - 4} =$$

$$\text{ج } 2 + [-8 - (1 - 3)] \div (-\frac{3}{5}) =$$

$$\text{ح } (50 \div 25 \div 5 \div 2) \div (-8 \div 4 \div 2) =$$

۴- کوچکترین عدد طبیعی که در تقسیم بر $\frac{45}{34}$ عدد طبیعی شود چند است؟

۵- کسری $\frac{4}{39}$ و $\frac{3}{37}$ را در نظر بگیرند.
کوچکترین کسر ساده نشدنی را بیابند که در تقسیم بر دو کسر، عدد طبیعی شود؟

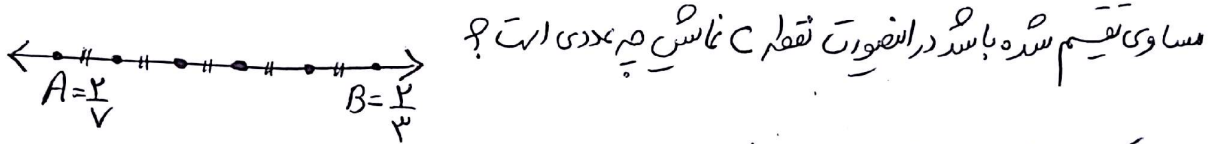
۶- کوچکترین عدد طبیعی که در تقسیم بر $\frac{42}{28}$ و $\frac{20}{70}$ عدد طبیعی شود چیست؟

۷- حینه عدد گویا بین $\frac{21}{100}$ و $\frac{41}{80}$ وجود دارند که صورتشان عدد صحیح و مخرجشان ۲۰ باشد؟

۸- اگر به صورت کسر $\frac{-18}{23}$ ، ۲۷ واحد اضافه کنیم به مخرج آن حینه واحد اضافه کنیم تا کسر حاصل

نصف مقدار اولیه باشد.

۹- اگر نقطه A نماش $\frac{4}{7}$ و B نماش $\frac{2}{3}$ روی محور اعداد زیر باشند و فاصله این دو عدد روی محور به سمت



۱۰- تمام کسری که صورتشان از ۲۰۰ کوچکتر و مخرجشان از ۳۰۰ بزرگتر است و معادل با $\frac{57}{133}$ هستند را بنویسید.

۱۱- در درج چارویی مجموع سه عدد در هر ردیف، ستون و قطر ب مقدار مساوی است. مقدار x را بیابید.

x	19	94
1		

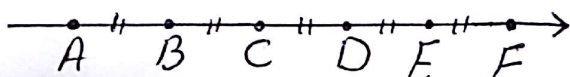
۱۲- در درج زیر مجموع اعداد هندسه معکوسها، ستونها و قطرها با هم برابر است. به جای x چه عددی قرار

میگیرد؟

5		13
	x	
9	7	

۱۳- مطابق شکل نقاط A، B، C، D، E و F با فاصله های مساوی روی محور اعداد مشخص شده اند اگر

نقطه A نشان دهنده عدد $-\frac{1}{3}$ و نقطه F نشان دهنده عدد $\frac{1}{4}$ باشد، نقطه B کدام عدد را نشان میدهد؟



سطح پیشرفته فصل اول:

کسر مسلسل: به کسری مسلسل (سلسله‌ای یا طبقاتی) گفته می‌شود که در مخرج هر کسر بتوان کسر

دیگری را مشاهده کرد. شکل کلی این کسرها بصورت زیر است:

$$a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d + \dots}}}$$

$a, b, c, d, \dots \in \mathbb{Z}$

حل آنگونه از کسرها را از پایین‌تر کسر شروع می‌کنیم.

مثال: n الف

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{3}{2}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{2}{3}} = \frac{1}{\frac{5}{3}} = \frac{3}{5}$$

می‌توان گفت به هر عددی که تقسیم می‌شود حاصل معکوس آن کسر ظاهر بود.

می‌توان دور دور دور نزدیک‌تر و نزدیک‌تر در نزدیک انجام داد.

ب

$$2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{5}}} = 2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{\frac{21}{5}}} = 2 + \frac{1}{3 + \frac{5}{21}} = 2 + \frac{1}{\frac{68}{21}} = 2 + \frac{21}{68}$$

$$= 2 \frac{21}{68} = \frac{157}{68}$$

تبدیل کسر معمولی به کسر مسلسل: به مثال زیر دقت کنید.

$$\frac{4}{7} = \frac{1}{\frac{7}{4}} = \frac{1}{1 + \frac{3}{4}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{4}{3}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}$$

چون در کسر داده شده مخرج $\frac{4}{7}$ نمی‌توان صورت را بر مخرج تقسیم کرد ابتدا آن را معکوس $\frac{1}{\frac{4}{7}}$ (معکوس) نوشتیم پس $\frac{7}{4}$ را بر $\frac{4}{4}$ تقسیم و به شکل $\frac{4}{3} + \frac{3}{4}$ نوشتیم و همین روند را تا جایی ادامه می‌دهیم تا کسر آخر را نتوان تقسیم کرد.

$$\frac{13}{9} = 1 + \frac{4}{9} = 1 + \frac{1}{\frac{9}{4}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{4}{5}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{5}{4}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4}}}$$

کسرهای تلسکوپی:

کسرهای تلسکوپی به کسری گفته می‌شود که یکی از شرایط زیر را دارند:

نوع اول: فرج کسر، حاصل ضرب دو عدد و صورت کسر، اختلاف آنها دو عدد است که بصورت زیر

$$\frac{b-a}{a \times b} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \quad \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$$

نمایش داده می‌شوند.

$$\frac{5}{7 \times 12} = \frac{1}{7} - \frac{1}{12}$$

نوع دوم: فرج کسر، حاصل ضرب دو عدد و صورت کسر، مجموع آنها فرج کسر است که بصورت زیر نمایش داده

$$\frac{a+b}{a \times b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \quad \frac{11}{3 \times 5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{5} \quad \frac{6}{2 \times 4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

نمایش داده می‌شوند.

$$A = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \dots + \frac{1}{99 \times 100}$$

سوال: حاصل عبارات های زیر را بدست آورید.

$$A = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \dots + \left(\frac{1}{99} - \frac{1}{100}\right) = \frac{1}{1} - \frac{1}{100} = \frac{99}{100}$$

پاسخ:

سأهده می‌کنند که به جز اولین و آخرین کسر، همه کسرها با قرینه‌ی خود حذف می‌شوند.

سوال:

$$\frac{3}{1 \times 2} - \frac{5}{2 \times 3} + \frac{7}{3 \times 4} - \frac{9}{4 \times 5} + \dots + \frac{59}{29 \times 30} = \rightarrow$$

نوع دوم

$$= \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) + \dots + \left(\frac{1}{29} + \frac{1}{30}\right) =$$

$$= \frac{1}{1} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{29} + \frac{1}{30} = \frac{1}{1} + \frac{1}{30} = \frac{31}{30}$$

$$A = \frac{7}{1 \times 5} + \frac{7}{5 \times 9} + \dots + \frac{7}{41 \times 45} \Rightarrow$$

سوال:

پاسخ: چون صورت کسر اختلاف اعداد فرج کسر نمی‌باشد ابتدا کسر را به شکل زیر می‌نویسیم.

$$7 \left(\frac{1}{1 \times 5} + \frac{1}{5 \times 9} + \dots + \frac{1}{41 \times 45} \right) \rightarrow$$

دبیر: علی شیخی - دبیرستان استعداد های ناب صالحین

۰۹۱۷۷۰۹۳۷۹۲

صفحه ۱۷

حال چون اختلاف اعداد منفرجه که ۴ می باشد لذا صورت همه کسرها برابر است و در ۴ ضرب می کنیم و از طرف هنرمان بر ۴ تقسیم می کنیم تا مقدار اولیه کسر بدون تغییر باقی بماند.

$$\frac{V}{4} \left(\frac{4}{1 \times 5} + \frac{4}{5 \times 9} + \dots + \frac{4}{41 \times 45} \right) = \frac{V}{4} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{41} - \frac{1}{45} \right)$$

$$= \frac{V}{4} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{45} \right) = \frac{V}{4} \left(\frac{44}{45} \right) = \frac{11V}{45}$$

توجه: کسری تلسکوپی را زمانی می توان به صورت تفاضل دو کسر نوشت که تفاضل دو عدد منفرجه در صورت وجود داشته باشند.

$$\text{تغییرگیری} = \frac{\text{عدد ثابت صورت}}{\text{پیش فرج}} \times \left(\frac{1}{\text{منفرجه اولی}} - \frac{1}{\text{منفرجه آخر}} \right)$$

مثال:

$$\frac{4}{5 \times 8} + \frac{4}{8 \times 11} + \frac{4}{11 \times 14} + \dots + \frac{4}{32 \times 35} =$$

$$= \frac{4}{3} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{35} \right) = \frac{4}{3} \left(\frac{4}{35} \right) = \frac{16}{21}$$

جواب با توجه به نتیجه گیری بالا $\rightarrow \frac{16}{21}$

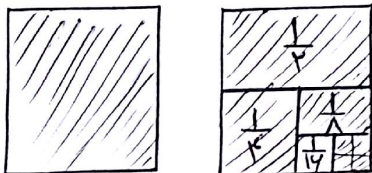
عدد ثابت صورت ←
پیش فرج ←
منفرجه اولی ←
منفرجه آخر ←

کسری هندسی: حال بعضی از عبارات های کسری را می توان به کمک راهبرد رسم شکل هم بدست آورد و از

یک شکل ساده ی هندسی کمک گرفت.

مثال: حال عبارت $A = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \dots$ را بدست آورید.
روش اول: (راهبرد رسم شکل):

یک مربع رسم می کنیم و آن را یک واحد کامل در نظر می گیریم سپس مربع دوم را رسم می کنیم و درون آن $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{16}$ و ... را رنگ می زنیم که اگر این کار را بارها انجام دهیم مربع دوم هم کامل رنگ می شود بنابراین حاصل جمع عبارت دوم مربع کامل یعنی ۲ خواهد بود.



روش دوم: (جبری)

$$A = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \dots \xrightarrow{\text{دو طرف ضرب در ۴}} 4A = 4 + \frac{4}{4} + \frac{4}{16} + \frac{4}{64} + \dots$$

$$4A = 4 + \underbrace{1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \dots}_A \Rightarrow 4A = 4 + A \Rightarrow 4A - A = 4$$

$$\Rightarrow A = \frac{4}{3}$$

روش سوم: استفاده از رابطه‌ی جمله اول $\frac{1}{2}$ و مقدار ثابت $\frac{1}{2}$ تقسیم هر جمله - ۱ بر جمله قبلی

$$A = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$$

در عبارت بالا واضح است جمله اول $\frac{1}{2}$ و مقدار ثابت $\frac{1}{2}$ می باشد زیرا:

$$\frac{1}{4} \div \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \times \frac{2}{1} = \frac{1}{2} \quad \text{یا} \quad \frac{1}{2} \div 1 = \frac{1}{2}$$

حال خواهیم داشت:

$$S = \frac{1 \rightarrow \text{جمله اول}}{1 - \frac{1}{2} \rightarrow \text{مقدار ثابت}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

مثال مشابه عبارت $B = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots$ را بدین آوری.

$$S = \frac{\frac{1}{3} \rightarrow \text{جمله اول}}{1 - \frac{1}{3}} = \left(\frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} \right) = \frac{3 \times 1}{3 \times 2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{27} \div \frac{1}{9} = \frac{1}{27} \times \frac{9}{1} = \frac{1}{3} \quad \text{یا} \quad \frac{1}{9} \div \frac{1}{3} = \frac{1}{9} \times \frac{3}{1} = \frac{1}{3}$$

توجه مهم: برای استفاده از رابطه‌ی بالا مقدار ثابت باید عدد بین ۱ و -۱ باشد. $1 < \text{مقدار ثابت} < -1$

مثال: حال عبارت $A = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{16} - \dots$ را بدین آوری. (آزمون ورودی - تهرهوتن - السیاد)

$$S = \frac{1 \rightarrow \text{جمله اول}}{1 - (-\frac{1}{2})} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{8} \div \frac{1}{4} = -\frac{1}{8} \times \frac{4}{1} = -\frac{1}{2} \quad \text{یا} \quad -\frac{1}{4} \div \frac{1}{2} = -\frac{1}{4} \times \frac{2}{1} = -\frac{1}{2}$$

توضیح داده شد که مقدار ثابت از تقسیم هر جمله بر جمله قبلی خودس بدین آوری.

نکته: هر عدد گویا به صورت $\frac{a}{b}$ که $(a, b) = 1$ باشد، عدد گویای تحول ناندیر (ساده نسبی) می گویم

مانند $\frac{5}{7}$ یا $\frac{8}{27}$ چون بام صورت و مخرج یک می باشد قابل ساده شدن نخواهند بود

دبیره علمی - دبیرستان استعدادها ی ناصح المنین

۰۹۱۷۶۹۴۷۹۲

نکته: هر عدد گویا را میتوان بصورت عدد اعشاری نوشت با توجه به این مطلب سه نوع عدد گویا وجود دارد:

۱) در مخرج کسر فقط شمارنده‌های ۲ یا ۵ وجود دارند باشد، عددهای منتهی خواهند بود یعنی

در تقسیم صورت بر مخرج به بانه مانده صفر می‌رسد. مثل:

$$\frac{7}{40} = 0.175 \quad \text{یا} \quad \frac{3}{4} = 0.75$$

۲- در مخرج کسر فقط شمارنده‌های اولی غیر از ۲ و ۵ وجود دارند باشند، عددهای متناوب

ساده خواهد بود یعنی در تقسیم صورت بر مخرج عددی حاصل می‌شود که در قسمت اعشاری آن دائماً خنجر رقم اعشاری تکرار می‌شود. مثلاً:

چون ۳ تکرار می‌شود آن را بصورت $\frac{1}{3}$ می‌نویسیم

$$\frac{1}{3} = 0.333333\dots \Rightarrow \frac{1}{3} = 0.\overline{3}$$

این رقم تکرار می‌شوند.

$$\frac{1}{21} = 0.047619047619\dots = 0.0\overline{47619}$$

چون در هر دو کسر بالا در مخرج کسر شمارنده‌های غیر از ۲ و ۵ داریم کسر متناوب ساده خواهند بود.

۳- در مخرج کسر هم شمارنده‌های ۲ یا ۵ وجود دارند باشد هم شمارنده‌های غیر از ۲ و ۵ وجود دارند باشند

در این صورت عددهای مربوط به آن عددهای متناوب مرکب نام دارد که در قسمت اعشاری آن رقم‌هایی غیر تکراری و بقدر ارقام تکراری خواهند بود.

$$\frac{7}{12} = 0.583333\dots = 0.5\overline{83}$$



$$\frac{5}{4} = 0.125 = 0.125$$



دبیر: علی شیبی - دبیرستان استعدادهای نخبه اهواز

۰۹۱۶۶۹۳۷۹۲

نمونه سئوالات امتحانی از فصل اول:

۱- حاصل عبارت های زیر را بدست آورید:

الف) $32 \div 8 \times 2 - 7 + 2 \times 2 =$

ب) $5 - (3 - (5 - (5 - 3))) =$

ج) $3 - 4 + 9 - 12 + 15 - 18 + \dots + 93 - 94 =$

د) $(1399 - 1) \dots (1399 - 2017) (1399 - 2018) (1399 - 2019) =$

الف) $\frac{32}{24} = \frac{4}{3}$

۲- در تساوی های زیر مقدار x را بدست آورید:

ب) $\frac{33}{8} = \frac{x}{48}$

$\frac{-98 \times 119 \times (-98)}{(-85) \times (-51) \times 77} =$

۳- کسر روپرو را ساده کنند.

الف) $(-\frac{5}{24}) - (-\frac{7}{34}) =$

۴- حاصل عبارت های زیر را بدست آورید:

ب) $-1 \frac{1}{4} \times (-2 \frac{1}{4}) =$

ج) $\frac{2}{5} - \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} - \frac{9}{10} \div \frac{3}{5} =$

د) $[(-\frac{7}{9}) + (-\frac{4}{15})] \div (-2 + \frac{3}{25}) =$

ه) $\frac{-\frac{1}{8} - \frac{5}{12}}{-\frac{3}{4} + \frac{4}{3}}$

و) $1 - \frac{1 - 1 \frac{1}{2}}{-1 + 1 \frac{1}{3}} =$

$8 - 5 + 10 - 7 + 12 - 9 + \dots + 100 - 97$

۵- حاصل عبارت روپرو را بدست آورید:

۶- بین دو عدد صفر و $\frac{1}{3}$ دو عدد گویا بنویسید

۷- زیر اعداد گویا خط بکشید. $\dots 127127\%$ و $\dots 2728$ و π و $-\sqrt{21+4}$ و $\sqrt{3^2+4^2}$

۸- قرینه معکوس عدد $(-(-2 \frac{3}{10}))$ را بدست آورید.

نمونه سؤالات تستی فصل اول:

۱- حاصل عبارت $(1-2) - (3-4) - (5-6) - \dots - (99-100)$ کدام است؟ (گانتور ۲۰۰۴)

۴۸ (۱) -۴۸ (۲) ۴۹ (۳) -۵۰ (۴)

۲- کدام جمله صحیح نیست؟ (انرژی اتم)

(۱) هر عدد صحیح، عددی گویا است.

(۲) هر عدد گویای غیر صفر را می توان به صورت $\frac{a}{b}$ علامت دار نوشت

(۳) دو کسری با هم برابرند که صورت ها با هم و مخرج ها با هم برابر باشند.

(۴) صفر عددی گویا است.

۳- حاصل $3 - 3 \left[\frac{3}{4} (1-3)^2 - (24 \div 2) + 7 \right]$ کدام است؟ (نمونه دولتی)

۱۲ (۱) ۶ (۲) ۳۰ (۳) صفر (۴)

۴- حاصل $\frac{1}{5 \times 4} + \frac{1}{4 \times 3} + \frac{1}{3 \times 2} + \dots + \frac{1}{49 \times 50}$ برابر است با:

$\frac{19}{50}$ (۱) ۰/۱۸ (۲) $\frac{8}{50}$ (۳) ۰/۱۲ (۴)

۵- حاصل عبارت $\frac{1}{1 \times 2} - \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} - \dots - \frac{1}{49 \times 50}$ در کدام گزینه آمده است؟ (تنهوسان)

صفر (۱) $\frac{1}{49}$ (۲) $\frac{1}{51}$ (۳) $\frac{1}{50}$ (۴)

۶- اگر $\frac{53}{17}$ بتواند به شکل $3 + \frac{1}{x + \frac{1}{y}}$ نیز نوشته شود. اگر x و y اعداد طبیعی باشند حاصل عبارت $x + y$ کدام است؟ (آفریقای جنوبی)

۸ (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴)

۷- کدام یک از اعداد زیر بین دو عدد گویای $\frac{4}{7}$ و $\frac{5}{9}$ قرار دارد؟

$\frac{1}{3}$ (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{9}{14}$ (۴)

۸- ساده شده ی حاصل $1 + \frac{2}{1 + \frac{3}{1+4}}$ کدام است؟ (تنهوسان)

$\frac{18}{10}$ (۱) $\frac{4}{9}$ (۲) $3 \frac{3}{5}$ (۳) $2 \frac{1}{4}$ (۴)

۹- حاصل عبارت مقابل در کدام گزینه آمده است؟ (تنهوسان)

$\frac{5}{11}$ (۱) $\frac{7}{13}$ (۲) $\frac{9}{15}$ (۳) $\frac{17}{23}$ (۴)

۱۰- قرینه معکوس $\left[- \left(- \left(-2 - \frac{3}{-5} \right) \right) \right]$ عبارت است از:

- (۱) $-\frac{13}{5}$ (۲) $\frac{5}{13}$ (۳) $\frac{13}{5}$ (۴) $-\frac{5}{13}$

۱۱- حاصل عبارت $2 \times [(-9 - 2(-1)) \div (3-5)] - 2$ برابر کدام گزینه است؟

- (۱) -10 (۲) -15 (۳) -9 (۴) -30

۱۲- حاصل عبارت $101 + 7 + \dots + 3$ برابر است با:

- (۱) 2400 (۲) 2400 (۳) 5050 (۴) 10000

۱۳- با توجه به مقدار π ($\pi = 3.141592\dots$) کدام یک از اعداد زیر گویا می باشد؟ (تیزهوشان)

- (۱) π (۲) 3.14 (۳) π^3 (۴) π^4

۱۴- حاصل $\frac{11}{5} \times \dots \times \frac{17}{22} \times \frac{18}{21} \times \frac{19}{20}$ چیست؟ (السیار)

- (۱) 1 (۲) صفر (۳) $\frac{19}{5}$ (۴) $-\frac{19}{5}$

۱۵- این اعداد از کوچک به بزرگترین شده اند (از چپ به راست) $\frac{1}{p}$ ، b ، a و $\frac{1}{q}$ حاصل هر دو عدد در قواسم قدری نسبت

است. مقدار b کدام است؟ (السیار ریاضی آفرینان جنوبی)

- (۱) $\frac{5}{12}$ (۲) $\frac{7}{18}$ (۳) $\frac{4}{9}$ (۴) $\frac{5}{4}$ (۵) $\frac{1}{4}$

۱۶- در بین گزیندهای زیر کدام کسر بزرگترین است؟ (السیار ریاضی استدلال)

- (۱) $\frac{7}{15}$ (۲) $\frac{3}{7}$ (۳) $\frac{4}{11}$ (۴) $\frac{4}{9}$ (۵) $\frac{1}{2}$

۱۷- کدام کسر از بقیه بزرگتر است؟ (مسابقات ریاضی)

- (۱) $\frac{101}{102}$ (۲) $\frac{1001}{1002}$ (۳) $\frac{10001}{10002}$ (۴) $\frac{1000001}{1000002}$

۱۸- حاصل عبارت $\frac{\frac{3}{4} + \frac{2}{3}}{\frac{3}{2} - \frac{2}{3}} + \frac{\frac{2}{3} + \frac{3}{4}}{\frac{4}{3} - \frac{3}{2}}$ برابر است با: (تیزهوشان)

- (۱) $2\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{27}{5}$ (۳) صفر (۴) 1

۱۹- حاصل $\frac{19}{11 \times 100} + \dots + \frac{7}{9 \times 14} + \frac{5}{4 \times 9} + \frac{3}{1 \times 4}$ برابر است با: (انرژی آسمی)

- (۱) $\frac{1}{100}$ (۲) $\frac{99}{100}$ (۳) $\frac{1}{99}$ (۴) $\frac{91}{99}$ (السیار ریاضی)

۲۰- کوچکترین عدد طبیعی که اگر بر هر یک از اعداد $\frac{4}{14}$ ، $\frac{15}{21}$ ، $\frac{2}{3}$ تقسیم کنیم حاصل عددی صحیح باشد کدام است؟

- (۱) 24 (۲) 12 (۳) 42 (۴) 20

دبیر: علی شمس - دبیرستان شهیدان صالحین - ۰۹۱۶۶۹۴۷۹۲

پاسخنامہ لکھنی تست ہا:

- ۱۔ گزشتہ ۱ ۲۔ گزشتہ ۳ ۳۔ گزشتہ ۱ ۴۔ گزشتہ ۲ ۵۔ گزشتہ ۴ ۶۔ گزشتہ ۳
- ۷۔ گزشتہ ۴ ۸۔ گزشتہ ۱ ۹۔ گزشتہ ۱ ۱۰۔ گزشتہ ۴ ۱۱۔ گزشتہ ۳ ۱۲۔ گزشتہ ۱
- ۱۳۔ گزشتہ ۲ ۱۴۔ گزشتہ ۲ ۱۵۔ گزشتہ ۳ ۱۶۔ گزشتہ ۴ ۱۷۔ گزشتہ ۳ ۱۸۔ گزشتہ ۳
- ۱۹۔ گزشتہ ۲ ۲۰۔ گزشتہ ۱

» نمونہ سوالات سنسکریٹ مخصوص دانش آموزان منتخب کوشن «

۱۔ حاصل عبارت های روبرو را بدین آوری:

A) $\frac{2+4}{2 \times 3 \times 4} + \frac{4+2}{4 \times 5 \times 4} + \frac{4+1}{4 \times 7 \times 11} + \dots + \frac{24+24}{24 \times 25 \times 24} =$

B) $\frac{1}{5} + \frac{1}{25} + \frac{1}{125} + \dots =$

C) $1 - 2 - 4 + 5 + 7 - 1 - 10 + 11 + 13 - \dots + 1393 =$

D) $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \dots + \frac{1}{9900} =$

E) $\frac{1}{2} + (\frac{1}{3} + \frac{2}{3}) + (\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4}) + (\frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{4}{5}) + \dots + (\frac{1}{100} + \frac{2}{100} + \dots + \frac{99}{100})$

۲۔ در تساوی های زیر مقدار مجهول را تعیین کنید.

A) $\frac{3}{8} = \frac{1}{x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}}}$

B) $\frac{3}{5} = \frac{1}{t + \frac{1}{e}}$

۳۔ بین $\frac{2}{5}$ و $\frac{3}{7}$ کس بزرگتر است که خارج آن ۴ باشد.

۴۔ بین $\frac{2}{5}$ و $\frac{4}{7}$ کس کوچکتر است و چه عددی را در آن ۱۰۰ نفر ج آنگاه ۸۰ باشد. ب. صورت آنگاه ۷۰ باشد.

$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \frac{1}{8} - \frac{1}{9} + \frac{1}{10} - \frac{1}{11} + \frac{1}{12} - \frac{1}{13} + \frac{1}{14} - \frac{1}{15} + \frac{1}{16} - \frac{1}{17} + \frac{1}{18} - \frac{1}{19} + \frac{1}{20}$

۵۔ حاصل عبارت روبرو را بدین آوری.

۶۔ اگر $12 = \frac{a}{1} + \frac{a}{2} + \frac{a}{3} + \frac{a}{4} + \dots + \frac{a}{n}$ باشد، مقدار a را بدین آوری.

پایان فصل اول