

ریاضی القباہی زندگی است.

ریاضی و آمار (۱)

دہم انسانی

مصطفیٰ حیدری ملیب

درس ۲ : حل معادله درجه دوم و کاربردها

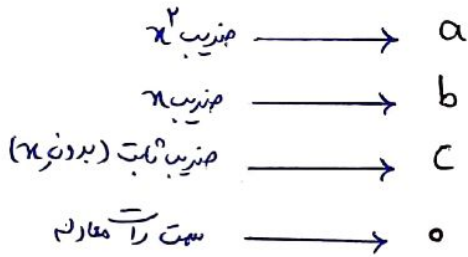
دلالتی دلم برز ملاه ا ...

▲ معادله درجه ۲ :

هر معادله به فرم

$$ax^2 + bx + c = 0$$

- که در آن a و b و c اعداد حقیقی می باشند و a مخالف صفر است ($a \neq 0$) را یک معادله درجه ۲ نامیم .
- روابط معادله ای که بین اعداد a ، b و c برقرار است را معادله درجه دوم می نامیم .
- در این معادله ax^2 جمله درجه ۲ ، bx جمله درجه ۱ ، و c جمله ثابت نامیده می شود .



- فرم $ax^2 + bx + c = 0$ را شکل استاندارد معادله درجه دوم می نامیم ← چنانچه از توان بزرگتر به توان کوچکتر مرتب شده اند .
- اگر a برابر صفر باشد یعنی $ax^2 + bx + c = 0$ به $bx + c = 0$ آنگاه $bx + c = 0$ و لذا اصلاً معادله درجه دوم تشکیل نمی شود بنابراین شرط $a \neq 0$ برای معادله درجه ۲ است شرط حیاتی است !!!
- یک معادله درجه دوم حداکثر ۲ ریشه دارد یعنی می تواند اصلاً جواب نداشته باشد و یا یک جواب و یا اینکه ۲ جواب داشته باشد .

مثال • معادله درجه دوم زیر را استاندارد کنید و ضرایب a و b و c را مشخص کنید .

$$4x(x+3) = 21$$

$$4x(x+3) = 21 \Rightarrow 4x^2 + 12x = 21$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 12x - 21 = 0$$

$a = 4$
 $b = 12$
 $c = -21$

مثال . معادله درجه دوم

را استاندارد کنید و ضرایب آن را بیابید . $3 = \frac{x^2}{4}$

$$3 = \frac{x^2}{4} \xrightarrow{\times 4} 4 \times 3 = 4 \times \frac{x^2}{4}$$

$$\Rightarrow 12 = 4x^2 \Rightarrow 4x^2 - 12 = 0$$

$4x^2 + 0x - 12 = 0$ $a = 4$ $b = 0$ $c = -12$

روش حل معادله درجه ۲ :

۱۷ . روش تجزیه

۲۷ . روش مربع کامل کردن

۳۷ . روش کلی (یا دقتا Δ)

۱ . حل معادله درجه دوم به روش تجزیه

در این روش ابتدا عبارت درجه دوم را به یک فاکتورگیری ، اتحاد مزدوج ، اتحاد هم مشترک تجزیه میکنیم و بنا بر خاصیت صفر

$(a \times b = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ یا } b = 0)$

هر کدام از عبارت ها را مساوی صفر قرار میدهیم و روش ها را می یابیم .

تذکره . اگر دو طرف یک تساوی (و یا یک طرف آن) مربع کامل بود ، بلاه ازین بدون توان ۲ باید روش تجزیه کنیم . (روش دوم هم میشه !)

اگر $x^2 = a \xrightarrow{\text{روش تجزیه}} x = \pm \sqrt{a}$

در واقع توان x نابود می شود و به جای آن در سمت راست $\pm \sqrt{\quad}$ قرار میدهیم .

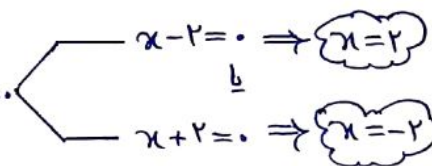
مثال : $x^2 = 25$

$\rightarrow x = \pm \sqrt{25} \rightarrow x = \pm 5$

مثال . معادله درجه دوم زیر را به روش تجزیه حل کنید .

$2x^2 - 1 = 0$

$2(x^2 - \frac{1}{2}) = 0 \xrightarrow{\text{مزدوج}} 2(x-2)(x+2) = 0$ فاکتورگیری



توجه کنید که این مثال را می توان به کمک خاصیت روش تجزیه نیز حل کرد :

$2x^2 - 1 = 0 \rightarrow 2x^2 = 1 \rightarrow x^2 = \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \xrightarrow{\text{روش تجزیه}} x = \pm \sqrt{\frac{1}{4}} = \pm \frac{1}{2}$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

مشترک $(x-2)(x-2) = 0$ $\begin{cases} x-2=0 \rightarrow x=2 \\ x-2=0 \rightarrow x=2 \end{cases}$

$$\frac{x^2}{3} - x = 0$$

فاکتورگیری $x(\frac{x}{3} - 1) = 0$ $\begin{cases} x=0 \\ \frac{x}{3} - 1 = 0 \rightarrow \frac{x}{3} = 1 \rightarrow x=3 \end{cases}$

$$x^2 - 4x^2 = 0$$

فاکتورگیری $x^2(x^2 - 4) = 0$ \Rightarrow مزدوج $x^2(x-2)(x+2) = 0$ $\begin{cases} x^2 = 0 \rightarrow \sqrt{x} \rightarrow x=0 \\ x-2 = 0 \rightarrow x=2 \\ x+2 = 0 \rightarrow x=-2 \end{cases}$

$$9x^2 + 3x - 2 = 0$$

مشترک $(3x)^2 + 1(3x) - 2 = 0 \rightarrow (3x-1)(3x-1) = 0$ $\begin{cases} 3x-1=0 \rightarrow 3x=1 \rightarrow x=\frac{1}{3} \\ 3x-1=0 \rightarrow 3x=1 \rightarrow x=\frac{1}{3} \end{cases}$

توجه کنید کہ این معادله فقط یک ریشه دارد کہ البتہ دوبار تکرار شدہ !!!

$$x^2 - x - 12 = 0$$

بہ حل پہ ملنے تو بہترین برعکسہ داننے آگے

$$9x^2 + 9x + 2 = 0$$

$$25x^2 + 10x + 1 = 0$$

$$(x-1)^2 - 9 = 0$$

۲. حل معادله درجه دوم به روش مربع کامل کردن

$$(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$$

برای حل معادله درجه دوم به روش مربع کامل کردن باید طبق مراحل زیر پیش رفت :

- I. عدد ثابت را به طرف دیگر ستاد می‌بریم .
- II. اگر ضریب x^2 (یعنی a) عددی غیر از 1 باشد، معادله را بر آن تقیم می‌کنیم .
- III. مقدار مربع نصف ضریب x (یعنی $\frac{b^2}{4}$) را به طرفین اضافه می‌کنیم تا سمت چپ اتحاد مربع شود .
- IV. از روش شیر استفا ده کرده جواب x معادله را به دست می‌آوریم .

مثال ۱. معادله $x^2 + 4x = 12$ را به روش مربع کامل کردن حل کنید.

$$b = 4 \rightarrow \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(\frac{4}{2}\right)^2 = (2)^2 = 4$$

مربع نصف ضریب x را به دو طرف اضافه می‌کنیم تا سمت چپ اتحاد مربع شود .

$$x^2 + 4x + 4 = 12 + 4$$

$$(x+2)^2 = 16$$

$$\sqrt{\quad} \rightarrow x+2 = \pm\sqrt{16} \Rightarrow x+2 = \pm 4 \Rightarrow \begin{cases} x+2 = +4 \Rightarrow x = 2 \\ x+2 = -4 \Rightarrow x = -6 \end{cases}$$

مثال ۲. معادله $x^2 - 4x - 27 = 0$ را به روش مربع کامل کردن به دست آورید.

$$x^2 - 4x - 27 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x = 27$$

$$b = -4 \rightarrow \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(\frac{-4}{2}\right)^2 = (-2)^2 = 4$$

$$x^2 - 4x + 4 = 27 + 4$$

$$(x-2)^2 = 31$$

$$\sqrt{\quad} \Rightarrow x-2 = \pm\sqrt{31} \Rightarrow \begin{cases} x-2 = +\sqrt{31} \Rightarrow x = 2 + \sqrt{31} \\ x-2 = -\sqrt{31} \Rightarrow x = 2 - \sqrt{31} \end{cases}$$

مثال . معادله درجه دوم زیر را به روش تکمیل مربع کامل حل کنید.

$$9x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$9x^2 + 3x = 2$$

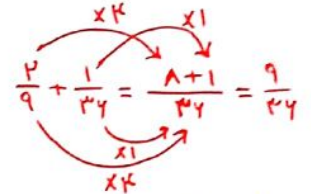
طرفین $\div 9$

$$\frac{9x^2}{9} + \frac{3x}{9} = \frac{2}{9} \rightarrow x^2 + \frac{1}{3}x = \frac{2}{9}$$

$$b = \frac{1}{3} \rightarrow \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(\frac{\frac{1}{3}}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{36}$$

طرفین $+$ $\frac{1}{36}$

$$x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{36} = \frac{2}{9} + \frac{1}{36}$$



$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{6}\right)^2 = \frac{9}{36} + \frac{1}{36} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

$$\sqrt{\quad} \Rightarrow x + \frac{1}{6} = \pm \sqrt{\frac{5}{18}}$$

$$\begin{cases} x + \frac{1}{6} = \frac{\sqrt{5}}{6\sqrt{2}} \rightarrow x = \frac{\sqrt{5}}{6\sqrt{2}} - \frac{1}{6} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{6\sqrt{2}} \\ x + \frac{1}{6} = -\frac{\sqrt{5}}{6\sqrt{2}} \rightarrow x = -\frac{\sqrt{5}}{6\sqrt{2}} - \frac{1}{6} = \frac{-\sqrt{5} - \sqrt{2}}{6\sqrt{2}} \end{cases}$$

مثال . به روش تکمیل مربع کامل، جواب $x^2 + 2x + 3 = 0$ را به دست آورید.

$$x^2 + 2x = -3$$

$$b = 2 \rightarrow \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(\frac{2}{2}\right)^2 = (1)^2 = 1$$

طرفین $+$ 1

$$x^2 + 2x + 1 = -3 + 1$$

$$(x+1)^2 = -2 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} x+1 = \pm\sqrt{-2} \quad \neq$$

معادله ریشه ندارد!!!

زیرا مربع هیچ عددی منتهی نیست یا اینکه اعداد منفی جذر ندارند.

- توجه کنید که در مثال بالا منظور از آنکه معادله ریشه ندارد آنست که هیچ مقداری برای x پیدا نمی شود که تساوی

زیر به ازای آن برقرار باشد:

$$\boxed{?}^2 + 2\boxed{?} + 3 = 0$$



مثال . معادله $x^2 + x - 6 = 0$ را به روش تکمیل مربع کامل حل کنید.

! حل به عنوان تمرین برعهده دانش آموز

۳. حل معادله درجه دوم به روش کلی (دلتا)

برای حل معادله درجه دوم به روش کلی دلتا باید مراحل زیر را انجام دهیم

1. ابتدا مقادیر a (ضریب x^2)، b (ضریب x) و c (ضریب ثابت) را مشخص می‌کنیم. $ax^2 + bx + c = 0$
2. از رابطه $\Delta = b^2 - 4ac$ مقدار Δ را محاسبه می‌کنیم. (Δ را می‌توان معادله درجه دوم می‌نامیم)
3. اگر Δ عددی مثبت باشد، معادله دارای ۲ جواب است که عبارتند از

$$x = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \qquad x = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

4. اگر $\Delta = 0$ باشد، معادله دارای یک جواب است. این ریشه را ریشه مضاعف (تک‌ریشه) می‌نامند.

$$\Delta = 0 \rightarrow \sqrt{\Delta} = 0 \Rightarrow x = \frac{-b}{2a}$$

5. اگر Δ عددی منفی شود $\Delta < 0$ معادله ریشه ندارد. زیرا بنا بر فرمول $\sqrt{\Delta}$ تعریف نمی‌شود. (اعداد منفی جذر ندارند!)

$\Delta = b^2 - 4ac$

بُذره‌ها را تا اسب سفید

چون کلک است و حقه بازی است

زیرا که به زیر را دیکت است

این ریشه که نام او ریاضی است

دلتا درم پیراز کمال است

$\sqrt{\Delta}$

با بطور خلاصه:

در روش کلی مقدار مثبت معادله یعنی $\Delta = b^2 - 4ac$ را در رابطه $\frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ قرار می‌دهیم تا ریشه x در صورت وجود به دست آید.

مثال - معادله $2x^2 + x - 4 = 0$ را به روش کلی حل کنید.

$a = 2 \quad b = 1 \quad c = -4$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (1)^2 - 4(2)(-4) = 1 + 32 = 33$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{33}}{2(2)} = \frac{-1 \pm \sqrt{33}}{4}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{-1 + \sqrt{33}}{4} = \frac{4}{4} = 1 \\ x = \frac{-1 - \sqrt{33}}{4} = \frac{-8}{4} = -2 \end{array} \right.$$

$\Delta > 0$ ← معادله ۲ ریشه متمایز دارد.

مثال ۱. ریشه های معادله $x^2 + 4x + 4 = 0$ را به روش دلتا بدست آورید.

$a = 1 \quad b = 4 \quad c = 4$

$\Delta = b^2 - 4ac = (4)^2 - 4(1)(4) = 16 - 16 = 0$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 \pm \sqrt{0}}{2(1)} = \frac{-4 \pm 0}{2}$ $\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{-4+0}{2} \Rightarrow x = -2 \\ x = \frac{-4-0}{2} \Rightarrow x = -2 \end{array} \right.$

معادله یکبار ریشه مضاعف دارد.

$\Delta = 0$ ← معادله ریشه مضاعف (تکرار) دارد.

مثال ۲. معادله $3x^2 + x + 7 = 0$ را به روش کلی حل کنید.

$a = 3 \quad b = 1 \quad c = 7$

$\Delta = b^2 - 4ac = (1)^2 - 4(3)(7) = 1 - 84 = -83$

$\Delta = -83 < 0$ عددی منفی است بنابراین معادله جواب ندارد.

مثال ۳. ریشه های معادله $4x^2 + 7x - 2 = 0$ را به روش دلتا بیابید.

$ax^2 + bx + c = 0$

ابتدا معادله را استاندارد کنیم:

$4x^2 + 7x - 2 = 0$

$a = 4 \quad b = 7 \quad c = -2$

$\Delta = b^2 - 4ac = (7)^2 - 4(4)(-2) = 49 + 32 = 81$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-7 \pm \sqrt{81}}{2(4)} = \frac{-7 \pm 9}{8}$

$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{-7+9}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \\ x = \frac{-7-9}{8} = \frac{-16}{8} = -2 \end{array} \right.$

مثال ۴. معادله درجه دوم $9x^2 + x - 2 = 0$ را به روش کلی حل کنید.

$a = 9 \quad b = 1 \quad c = -2$

$\Delta = b^2 - 4ac = (1)^2 - 4(9)(-2) = 1 + 72 = 73$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2(9)} = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{18}$$

چون $\sqrt{13}$ دقیق نیست بنابراین ریشه را عبارتند از

$$x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{18}$$

$$x = \frac{-1 - \sqrt{13}}{18}$$

← اگر مقدار تقریبی ریشه را بخواهیم باید به جای $\sqrt{13}$ مقدار تقریبی ۳.۶۰۵ یا ۳.۶ را قرار دهیم:

$$\sqrt{13} \approx ۳.۶$$

$$\Rightarrow x = \frac{-1 \pm ۳.۶}{18} \begin{cases} x \approx +۲.۶ \\ x \approx -۴.۶ \end{cases}$$

توجه کنید! که در حل مسائل نیاز است به محاسبه ریشه تقریبی نداریم.

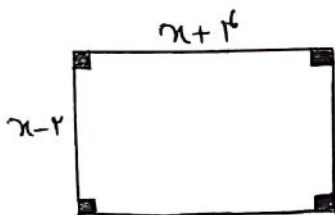
مثال . معادله $۹x^2 + ۲x = ۱۱$ را به روش کلی حل کنید.

یا بعنوان تمرین برعهده دانش آموز

مثال . معادله زیر را به ۳ روش (تجزیه - مربع کامل کردن - کلی) حل کنید. چه نتایجی می‌گیرید؟

$$x^2 - ۲x - ۳ = 0$$

یا بعنوان تمرین برعهده دانش آموز



مثال . اگر مساحت شش روبرو ۷ واحد مربع باشد، مقدار x را بیابید.

یا بعنوان تمرین برعهده دانش آموز

▲ شکل معادله درجه دوم با داشتن جواب x (ریشه):

اگر ما نخواهیم که معادله درجه دوم بنویسیم که ریشه آن ۲ و ۵ باشند آنگاه می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{aligned} \text{ریشه } x=2 &\Rightarrow x-2=0 \\ \text{ریشه } x=5 &\Rightarrow x-5=0 \end{aligned} \Rightarrow (x-2)(x-5)=0 \Rightarrow \text{باید استناد در کنیم}$$

$$\begin{aligned} (x-2)(x-5) &= 0 \Rightarrow x^2 - 5x - 2x + 10 = 0 \\ &\Rightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \end{aligned}$$

پس می‌توان گفت: معادله درجه دوم $x^2 - 7x + 10 = 0$ دارای جواب $x=2$ و $x=5$ است.

یا توجه کنید! می‌توانیم از جواب به معادله برگردیم.

مثال. معادله درجه دوم بنویسید که ریشه آن $x=2$ و $x=-3$ باشند. آیا این معادله کتاسبت؟ (منصربفردا)

$$\begin{aligned} x=2 &\rightarrow x-2=0 \\ x=-3 &\rightarrow x+3=0 \end{aligned} \xrightarrow{x} (x-2)(x+3)=0 \rightarrow x^2 + 3x - 2x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 1x - 6 = 0$$

آورد
خبر این معادله کتاسبت زیرا می‌توان معادله را در هر عدد ثابت غیر صفر ضرب کرد و باز همان ریشه $(2, -3)$ را به دست آورد.

$$\xrightarrow[\text{معادله کتاسبت}]{\times 5} 5x^2 + 5x - 30 = 0$$

مثال. معادله درجه دوم بنویسید که $x=3$ ریشه مضاعف آن باشد.

می‌توانیم داریم که دوبار تکرار شده است

$$\begin{aligned} x=3 &\rightarrow (x-3)=0 \\ x=3 &\rightarrow (x-3)=0 \end{aligned} \xrightarrow{x} (x-3)(x-3)=0 \rightarrow (x-3)^2=0$$

مثال. معادله درجه دوم بنویسید که ریشه آن -3 و -7 باشند. آیا این معادله منصربفردا؟

یا بتوانیم برعکس را از آن آموز

تذکرہ۔ میں دینے جواب ہر معادله در آن مہدی ہونے۔ یعنی اگر جواب کے معادله را بہ جای x ہاں آن بگذاریم بہ یک سادہی درست ہونے۔ کاربرد این مطلب در حل سئوہ ہاں آن کہ معادله ای بر حسب x مہ دہند اما در معادله مجهولہ مانند a مہ گذارند و مہ نشند اگر فلان عدد جواب این معادله ہونے مقدار a چیست؟ برابر رسیدن بہ جواب a بہ جای x عدد داده شدہ را جای گذارند مہ کسبت۔

مثال۔ اگر $x = -4$ کے رشتہ معادله $2x^2 - ax + 28 = 0$ ہونے مقدار a را بہ دست آورید۔

$$\begin{aligned} \xrightarrow{\text{جای گذاریم}} \quad x = -4 \quad & 2(-4)^2 - a(-4) + 28 = 0 \\ \Rightarrow & 2(16) + 4a + 28 = 0 \Rightarrow 32 + 4a + 28 = 0 \\ & \Rightarrow 4a + 40 = 0 \Rightarrow 4a = -40 \Rightarrow a = \frac{-40}{4} \\ & \Rightarrow a = -10 \end{aligned}$$

مثال۔ اگر کچھ از جواب کے معادله $x^2 + ax + 4 = 0$ برابر -2 ہونے۔
الف) مقدار a را پیدا کسبت۔
ب) رشتہ دیگر معادله را بہ دست آورید۔

$$\begin{aligned} \xrightarrow{\text{جای گذاریم}} \quad x = -2 \quad & (-2)^2 + a(-2) + 4 = 0 \\ & 4 - 2a + 4 = 0 \rightarrow -2a + 10 = 0 \rightarrow -2a = -10 \\ & \rightarrow a = \frac{-10}{-2} \rightarrow a = 5 \end{aligned}$$

در معادله بہ جای $a = 5$ را قرار دہند ہم سبب آن را حل مہ کسبت تا رشتہ دیگر بہ دست آید۔

$$\begin{aligned} \xrightarrow{\text{جای گذاریم}} \quad a = 5 \quad & x^2 + 5x + 4 = 0 \\ \rightarrow \text{حل بہ روش تجزیہ} \quad & (x+2)(x+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x+2=0 \Rightarrow x=-2 \\ x+4=0 \Rightarrow x=-4 \end{cases} \end{aligned}$$

مثال۔ مقدار a را طوری بیابید کہ $x = 2$ رشتہ معادله $2x^2 - ax - 4 = 0$ ہونے۔
ب) عنوان مہ کسبت بر مہ کسبت در آن مہ آموز

در مسائل اقتصادی معادله با سه رابطه زیر سر و کار داریم که در آن ها x تعداد واحدها می باشد .

- ۱. رابطه هزینه $C(x)$ ← هزینه تولید x واحد کالا **cost**
- ۲. رابطه درآمد $R(x)$ ← درآمد حاصل از فروش x واحد کالا **Revenue**
- ۳. رابطه سود $P(x)$ ← سود حاصل از فروش x واحد کالا **Profit**

تعداد \times قیمت = درآمد

هزینه - درآمد = سود

$P(x) = R(x) - C(x)$

- دستگاه های تولیدی با توجه به هزینه های که برای تولید کالاهاشان دارند ، در بسیاری فروش سودده نخواهند داشت ، پس باید

به میزان از فروش برسند تا هزینه $C(x)$ با میزان درآمد $R(x)$ برابر شود و این یعنی : $P(x) = 0$

این سطح از تولید که نگاه اقتصادی نه سود می بردن هنرمندانه را نقطه سر به سر می گویند و از این به بعد سود دهی آغاز می شود .

مثال : یک شرکت برای تولید x کالا $C(x) = 3000 + 50x$ تومان هزینه می کند و هر کالا را ۱۰۰ تومان می فروشد .

الف) رابطه سود شرکت را تعیین کنید و نمودار آن را رسم کنید .

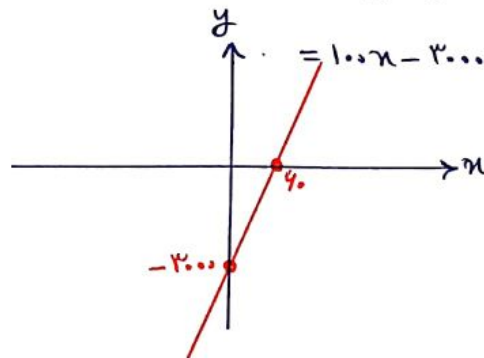
ب) این شرکت حداقل چه تعداد از این کالا را باید بفروشد تا سوددهی آغاز شود ؟

تعداد \times قیمت = درآمد $\Rightarrow R(x) = 100 \times x = 100x$

هزینه - درآمد = سود $\Rightarrow P(x) = R(x) - C(x)$

$= 100x - (3000 + 50x)$

$= 100x - 3000 - 50x = 50x - 3000$



x	۰	۶۰
y	-۳۰۰۰	۰

رابطه سود را مساوی صفر قرار می دهیم تا نقطه سر به سر به دست آید :

$50x - 3000 = 0 \Rightarrow 50x = 3000 \Rightarrow x = \frac{3000}{50} \Rightarrow x = 60$

فروش کم تر از ۶۰ واحد سوددهی سنتی فروش ۶۰ واحد نه سود و نه ضرر از ۶۰ واحد به بعد سوددهی کم شروع می شود

مثال - رابطه درآمد و هزینه هفتگی یک کارخانه به صورت زیر است:

$$C(x) = 100 + x \quad \text{هزینه}$$

$$R(x) = 21x - x^2 \quad \text{درآمد}$$

معادله سود این کارخانه را بنویسید. سود این کارخانه بین از تولید چند کالا حاصل می‌شود؟

$$P(x) = R(x) -$$

$$= 21x - x^2 - (100 + x) = 21x - x^2 - 100 - x$$

$$= -x^2 + 20x - 100$$

$$\text{رابطه سود} = 0 \Rightarrow -x^2 + 20x - 100 = 0$$

$$\rightarrow \text{معادله را در } (-1) \text{ ضرب می‌کنیم} \quad x^2 - 20x + 100 = 0$$

$$(x-10)(x-10) = 0 \Rightarrow x=10 \quad \text{نقطه سربه‌سر}$$

از ۱۰ واحد به بعد روز سوددهی آغاز می‌شود.

تذکره - در مسائل اقتصادی معمولاً به دنبال این هستیم که درآمد و سود ماکسیمم (بیشترین مقدار) شوند و مقدار هزینه مینیمم (کمترین مقدار) شود. ما این مطالب را در فصل بعدی در مبحث نمودار تابع درجه ۲ بررسی خواهیم کرد.

$$C(x) = 2000 + 30x \quad \text{تومان هزینه می‌کند. اگر هر کالا را ۵۰ تومان بفروشند}$$

مثال - یک کارخانه برای تولید x کالا مقدار

الف) رابطه درآمد را بنویسید.

ب) رابطه سود را مشخص کنید.

ج) تابع مقدار فروش کالا این کارخانه سود دهی ندارد.

د) نمودار رابطه سود را رسم کنید.

✓ حل به عنوان تمرین بر عهده دانش آموز

