

ریاضی الفبای زندگی است.

# ریاضی و آمار (۱)

## دہم انسانی

مصطفیٰ حیدری طیب

# ریاضی العالی زندگی

## ریاضی و آمار (1) دهم اسائن

✓ آئیے باہر جائیں:

← مربع یا مجبور

توان دوہ کی عدد را مربع یا مجبور آن من نامہ

$$x^2 = x \times x$$

مثال:  $7^2 = 7 \times 7 = 49$  → مربع عدد 7

← خاصیت صفر

اگر حاصل ضرب دو عدد برابر صفر شود آنگاه حداقل یکی از آن اعداد برابر صفر است.

$$a \cdot b = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ یا } b = 0$$

$$0 \times x = 0$$

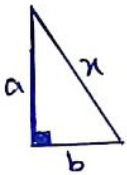
$$x \times 0 = 0$$

$$0 \times 0 = 0$$

← رابطہ فیثاغورس

در مثلث قائم الزاویه؟ مربع وتر برابر با مجموع مربعات اضلاع قائم

- وتر یعنی ضلع روبه روبه زاویه 90 در مثلث قائم الزاویه (وتر همواره بزرگترین ضلع است)

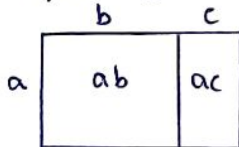


$$x^2 = a^2 + b^2$$

$$\text{وتر}^2 = \text{ضلع}^2 + \text{ضلع}^2$$

← فاکتورگیری (عادل یا بنی)

هرگاه دو عبارت دارای عدد یا حروف مشترک باشند، حروف مشترک با کمترین توان و عدد مشترک را به عنوان فاکتور مشترک نوشته و جلوی آن پرانتز یا زخم کنیم و تک تک عبارات را بر این فاکتور مشترک تقسیم کرده و به ترتیب درون پرانتز می نویسیم.



$$ab + ac = a(b + c)$$

مثال:  $4x^2 + 3x^2 = 3x^2(2x + 1)$

$$x^2 - 7x = x(x - 7)$$

← اتحاد

کمی ساده و صبر کنید که به ازای تمام متغیرهاش برقرار است.

اتحادها را پرکاربرد در ریاضیات: 1. اتحاد مربع دو جمله‌ای 2. اتحاد مزدوج 3. اتحاد سه جمله‌ای مشترک



3 M  
سه کلمه بویک !!!

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

۱.۱ اتحاد مربع دو جمله‌ای

اولی به توان دو، دومی برابر اولی در دومی، دومی به توان دو

مثال:  $(x + \sqrt{3})^2 = (x)^2 + 2(x)(\sqrt{3}) + (\sqrt{3})^2$   
 $= x^2 + 2\sqrt{3}x + 3$

۱.۲ اتحاد مزدوج (تفاضل مربع)

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

اولی به توان دو، منهای دومی به توان دو

مثال:  $(\sqrt{2}x - 1)(\sqrt{2}x + 1) = (\sqrt{2}x)^2 - (1)^2$   
 $= 2x^2 - 1$

۱.۳ اتحاد جمله مشترک

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

مشترک به توان دو، مجموع غیرمشترک در مشترک، ضرب غیرمشترک

مثال:  $(x+3)(x+1) = (x)^2 + (3+1)(x) + (3 \times 1)$   
 $= x^2 + 4x + 3$

|   |       |      |
|---|-------|------|
|   | x     | 3    |
| x | $x^2$ | $3x$ |
| 1 | $1x$  | 3    |

← تجزیه

تبدیل یک عبارت جبریه به حاصل ضرب عبارت های ساده تر را تجزیه گویند.

- تجزیه به کمک اتحاد مزدوج: در صورتیکه جملات مربع باشند و بین آنها منفی باشد از این اتحاد برای تجزیه استفاده می کنند. ← تفاضل مربع
- اتحاد مشترک: اگر سه جمله مشترک غیر قابل فاکتورگیری نباشد داشته باشیم ۲ از این اتحاد برابر

تجزیه استفاده می کنند.

- تجزیه به کمک فاکتورگیری

مثال:  $x^2 - 14 = (x)^2 - (4)^2 = (x-4)(x+4)$   
 $x^2 + 5x + 4 = (x)^2 + (3+2)(x) + (3 \times 2) = (x+3)(x+2)$   
 $x^3 - x = x(x^2 - 1) = x(x-1)(x+1)$   
 $4x^2 + 4x + 1 = (2x)^2 + 2(2x) + 1 \times 1 = (2x+1)(2x+1)$   
 $20x^2 - 20x + 4 = (5x)^2 - 4(5x) + 2 \times 2 = (5x-2)(5x-2)$   
 $x^3 - x^2 - 12x = x(x^2 - x - 12) = x(x-4)(x+3)$

مضام اول : معادله درجه درم

|                             |         |
|-----------------------------|---------|
| معادله و مسائل توصیفی       | ۱ درس - |
| حل معادله درجه ۲ و کاربردها | ۲ درس - |
| معادله گویا                 | ۳ درس - |

درس ۱ : معادله و مسائل توصیفی

زندگی عبور از معلوم بلای زندگی به مجهول .

▲ معادله درجه اول :

هر تساوی شامل یک متغیر که توان آن متغیر بین از ساده شدن برابر یک باشد را معادله درجه اول می نامیم . مثل

$$2x - 4 = 8 \quad \text{و} \quad \frac{x}{2} - \frac{1}{3} = \frac{5}{4} \quad \text{و} \quad \dots$$

- دیدیم که اتحاد یک تساوی همیشه درست می باشد اما یک معادله لزوماً به ازای تمام مقادیر مجهولش برقرار نمی باشد . بنابراین برای اینکه ببینیم یک معادله به ازای چه مقادیری از مجهولش برقرار است باید معادله را حل کنیم . پس هدف از حل معادله به دست آوردن مقادیر مجهول آن است .

- به جواب معادله ۲ روش معادله می گوئیم .

- هر معادله ( با مجهول  $x$  ) که پس از ساده شدن به حالت  $ax + b = 0$  ( با شرط  $a \neq 0$  ) تبدیل شود معادله درجه اول نام دارد و جواب آن به صورت زیر بدست می آید :

$$ax + b = 0 \Rightarrow ax = -b \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$$

قیمت معلوم تقسیم بر ضریب مجهول

! قبلاً با حل این جور معادله آشنا شده ایم ، همون که این در اون در می کردیم . معلوم ها را ، مجهول ها چی و در صورت طرف معلوم تقسیم بر ضریب مجهول .

کمتر با کمتر ... باز با باز

باز با باز ... کمتر با کمتر باز



مثال . معادله را حل کنید.

$$5(x+2) = 7x - 4$$

$$\Rightarrow 5x + 10 = 7x - 4$$

$$\Rightarrow 5x - 7x = -4 - 10 \Rightarrow -2x = -14$$

$$\Rightarrow x = \frac{-14}{-2} \Rightarrow x = 7$$

تذکره . جواب هر معادله در آن صدق می‌کند . یعنی اگر جواب یک معادله را به جای  $x$  های آن بگذاریم به یک ساده درست می‌رسیم .

جواب های معادله را به امانِ خدا رها نکنید

باز نشت به عقب داشته باشید !!!

در مثال قبلی داریم :

$$\xrightarrow{x=7 \text{ جایگزینی}} 5(7+2) = 7(7) - 4 \Rightarrow 45 = 45 \checkmark$$

▲ کاربرد معادله درجه اول در حل مسائل توصیفی :

از معادله درجه اول در حل بسیاری از مسائل ریاضی استفاده می‌شود به این شکل که مجهول مسئله را  $x$  در نظر می‌گیریم و با توجه به صورت مسئله یک معادله برای آن می‌نویسیم و با حل آن معادله جواب به دست می‌آید . در آخر باید باز نشت به عقب داشته باشیم یعنی جواب به دست آمده را در شرایط اولیه مسئله استکان کنیم .

مثال . حاصل جمع سه عدد طبیعی متوالی ۴۲ است . به کمک معادله آن ۳ عدد را بیابید .

✓ اگر عدد فرد اولی را  $x$  بنامیم با توجه به اینکه عدد فرد بعدی ۲ واحد با قبلی اش اختلاف دارد می‌توان فرد دومی را  $x+2$  و سومی را  $x+4$  در نظر گرفت لذا

$$x + (x+2) + (x+4) = 42$$

$$\Rightarrow 3x + 6 = 42$$

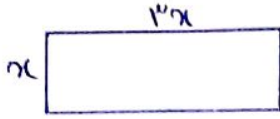
$$\Rightarrow 3x = 42 - 6 = 36 \Rightarrow x = \frac{36}{3} \Rightarrow x = 12$$

عدد فرد اولی

$$\begin{cases} \text{عدد فرد دوم} : x+2 = (12)+2 = 14 \\ \text{عدد فرد سوم} : x+4 = (12)+4 = 16 \end{cases}$$

۱۲ و ۱۴ و ۱۶

مثال . طول مستطین ۳ برابر عرض آن است . اگر محیط این مستطین ۲۴ باشد ، با توجه به اینکه معادله مساحت آن را به دست آورید .  
 ✓ کافی است در این مثال عدد کوچک تر یعنی عرض مستطین را برابر  $x$  فرض کنیم . طبق صورت سوال طول مستطین برابر



3x ضلع دایره

مساحت مستطین = 2x (طول + عرض)

با قرار دادن → 216 = 2x(3x+x)

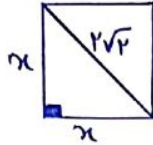
⇒ 216 = 4x+2x ⇒ 216 = 8x ⇒  $\frac{216}{8} = x$

⇒ x = 27 عرض

طول = 3x = 3(27) = 81

مساحت مستطین = طول × عرض = 81 × 27 = 2187

مثال . محیط مربعی را به دست آوریم که قطر آن  $2\sqrt{2}$  باشد .  
! هر دو ضلع یک



مساحت مربع = 4x (ضلع × ضلع)

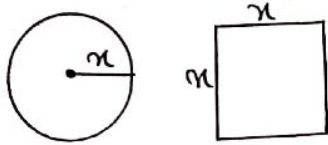
پس با ضلع مربع نیاز داریم . به یک رابطه متشابهتوس داریم :

$x^2 + x^2 = (2\sqrt{2})^2$

⇒  $2x^2 = 4 \times 2$  ⇒  $2x^2 = 8$  ⇒  $x^2 = \frac{8}{2}$  ⇒  $x^2 = 4$  ⇒  $x = 2$  ضلع مربع

مساحت مربع = 4x(2) = 8

مثال . در شکل زیر مجموع مساحت های مربع دایره برابر 34 می باشد . شعاع دایره را به دست آوریم . ( $\pi = 3$ )



مساحت دایره = شعاع × شعاع ×  $\pi$  =  $\pi x^2$  ✓

مساحت مربع =  $(x)^2 = x^2$

⇒  $\pi x^2 + x^2 = 34$

فرصت مساحت  $\pi = 3$  →  $3x^2 + x^2 = 34$  ⇒  $4x^2 = 34$  ⇒  $x^2 = \frac{34}{4} = 8.5$

چون ⇒  $x = 3$  شعاع دایره

مثال . عددی بیابید که مربع آن با خودش برابر باشد .

عدد مورد نظر = x

⇒  $x^2 - x = 0$  ⇒  $x(x-1) = 0$  ⇒  $x = 0$  یا  $x = 1$

☐<sup>2</sup> = 0      ☐<sup>2</sup> = 1

مثال . اگر  $x = -2$  ریشه معادله  $\frac{m+x}{y} = m+5$  باشد ، مقدار  $m$  را بیابید .

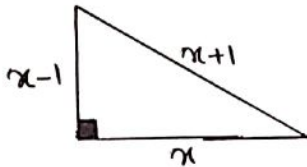
یا به جای  $x$  در معادله فوق  $-2$  قرار دهید

$$\begin{aligned} \frac{x = -2}{\text{جایگزینی}} &\rightarrow \frac{m + (-2)}{y} = m + 5 \\ \times 2 \text{ طرفین معادله} & \quad 2 \cdot \frac{m-2}{y} = 2(m+5) \\ & \quad m-2 = 2m+10 \\ & \quad -2-10 = 2m-m \\ & \quad -12 = m \end{aligned}$$

مثال . مجموع ۴ عدد زوج متوالی برابر ۸۴ است . با تشکیل معادله عدد بزرگتر را بیابید .

یا بعنوان کمین برعهده دانش آموز

مثال . مقدار  $x$  را در مثل قائم الزامی رو به رو بیابید .



یا بعنوان کمین برعهده دانش آموز

مثال . اگر طول مستطیل دو برابر عرض آن و مساحت آن ۲۰۰ متر مربع باشد . طول و عرض این مستطیل چه قدر است ؟

یا بعنوان کمین برعهده دانش آموز

