



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

Subject:

Year: Month: Day: ()

یادآوری 8

2: اتحاد مربع $\Rightarrow (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

4: اتحاد فرج $\Rightarrow (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

6: اتحاد جمله وسطی $\Rightarrow (a+b)(a+b) = a^2 + (a+b)2(a.b) + b^2$

مثال 8

حاصل اتحادهای زیر را بدست آورید.

12: $(a+4)^2 = a^2 + 8a + 16$

14: $(3a-1)^2 = 9a^2 - 6a + 1$

16: $(\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}b)^2 = (\sqrt{2})^2 + 2(\sqrt{2})(\frac{1}{\sqrt{2}}b) + (\frac{1}{\sqrt{2}}b)^2 = 2 + 2b + \frac{b^2}{2}$

18: $(\sqrt{2} + \sqrt{2})(\sqrt{2} - \sqrt{2}) = 2 - 2 = 0$

20: $(x+7)(x+3) = x^2 + 7(x) + 3x + 21 = x^2 + 10x + 21$

22: $(3x+2)(3x+5) = 9x^2 + 7(3x) + 10 = 9x^2 + 21x + 10$

24: $(x+2)(x-3) = x^2 - 1(x) - 6 = x^2 - x - 6$

riazisara

Subject:

Year:

Month:

Day:

()

$$(x-4)(x-2) = x^2 - 9(x) + 20 = x^2 - 9x + 20$$

$$(2x-3)(2x+1) = 4x^2 - 4x - 3$$

$$(x^2+5)(x^2+2) = x^4 + 11x^2 + 10$$

عبارت های جبری زیر را تجزیه کنید

$$9x^2 - 14 = (3x-4)(3x+4)$$

$$x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{1}{16} = \left(x + \frac{1}{4}\right)^2$$

$$4x^2 - 4x + 1 = (2x-1)^2$$

$$y^2 + 2y - 10 = (y+2)(y-2)$$

$$9x^2 + 11x + 1 = (3x+4)(3x+1)$$

Subject: _____

Year: _____ Month: _____ Day: _____ ()

نکات طلایی برای مسائل تجزیه

۱- اگر عبارت دارای دو جمله باشد یعنی مزدوج است.

۲- اگر عبارت دارای سه جمله باشد یا مربع است یا مستطاب مستطاب.

۳- اگر دو جمله دارای توان نباشد اتحاد مربع است و اگر یک جمله دارای توان نباشد ملویم اتحاد مستطاب است.

(جهت تشخیص اعداد غیر مستطاب در اتحاد مستطاب می توانیم مثلا اولی را عدد حذف کنیم و به هم وصل کنیم)

۳ می شود

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad \text{اتحاد مربع}$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b) \quad \text{اتحاد تمایل مقلدات}$$

Subject: _____

Year: _____ Month: _____ Day: _____ ()

یادآوری مانتورگیری

$$x^4 + 4x^3 - 7x^2 + 11x = x(x^3 + 4x^2 - 7x + 11)$$

$$12x^3 - 11x^2 + 34x^2 + 11x = 11x(11x^2 - 2x^2 + 9x + 1)$$

$$4x^2(x+3) + 3(x+3) = x+3(4x^2+3)$$

مثال 8

عبارت‌های جبری زیر را به صورت ساده‌ترین حالت تجزیم کنید.

$$x^4 - 4x^2 = x^2(x^2 - 4) = x^2(x-2)(x+2)$$

$$12x^3(x+4)^2 - 11x^2(x+4)^2 = x^2(x+4)^2(12x - 11) = x^2(x+4)^2(12x - 11)$$

$$4x^2(x+4)^2(x-12) = 4x^2(x+4)^2(x-\sqrt{12})(x+\sqrt{12})$$

نکته 8: بعضی از محاسبات عددی را می‌توان به کمک اتحادها به راحتی انجام داد. بیای در واقع ساده

کردن محاسبات بی‌نی از کاربرد اتحاد می‌باشند. مثلاً به ساده سازی عبارات زیر وقت نماند.

$$(999)^2 = (1000 - 1)^2 = (1000)^2 - 2(1000)(1) + (1)^2 = 1000000 - 2000 + 1$$

$$2 \quad 99 \times 10^k = (100 - 1)(100 + 1) = (100)^2 - (1)^2 = 10000 - 1 = 9999$$

$$4 \quad (101)^2 = (100 + 1)^2 = (100)^2 + 2(100)(1) + (1)^2 = 10000 + 200 + 1 = 10201$$

یادآوری

$$10 \quad (a+b)^3 = a^3 + 3(a^2)(b) + 3(a)(b^2) + b^3$$

$$12 \quad (a+b)(a-b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$$

مثال 8

با استفاده از اتحادها حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

$$18 \quad (2a+1)^3 = (2a)^3 + 3(2a)^2(1) + 3(2a)(1)^2 + (1)^3 = 8a^3 + 12a^2 + 6a + 1 = 8a^3 + 12a^2 + 6a + 1$$

$$20 \quad (\frac{1}{2}a-2)^3 = (\frac{1}{2}a)^3 - 3(\frac{1}{2}a)^2(2) + 3(\frac{1}{2}a)(2)^2 - (2)^3 = \frac{1}{8}a^3 - \frac{3}{2}a^2 + 6a - 8$$

$$22 \quad (3a-2b)^3 = (3a)^3 - 3(3a)^2(2b) + 3(3a)(2b)^2 - (2b)^3 = 27a^3 - 54a^2b + 36ab^2 - 8b^3$$

$$24 \quad (3a + \frac{1}{2})^3 = (3a)^3 + 3(3a)^2(\frac{1}{2}) + 3(3a)(\frac{1}{2})^2 + (\frac{1}{2})^3 = 27a^3 + \frac{27}{2}a^2 + \frac{9}{2}a + \frac{1}{8}$$

Subject: _____

Year: _____

Month: _____

Day: _____

()

$$xy^r - 1 = (xy - 1)(xy^r + (xy)(1) + (1)^r) = (xy - 1)(xy^r + xy + 1)$$

$$xa^r + 1 = (xa + 1)((1)xa^r + (xa)(1) + (1)^r) = (xa + 1)(xa^r + xa + 1)$$

$$t^r - \frac{1}{k} = (t^r)^k - \left(\frac{1}{k}\right)^k = \left(t^r + \frac{1}{k}\right) \times \left(t^r + (t^r)\left(\frac{1}{k}\right) + \left(\frac{1}{k}\right)^2\right) = \left(t^r - \frac{1}{k}\right) \left(t^r + \frac{1}{k} + \frac{t^r}{k}\right)$$

$$a^r + 1 = a^r - r^r = (a - r)(a^r + ra + r^2)$$

تاریخ چند جمله ای 8

$$x^2 + 11x - x^4, 2x, 12$$

دارای رادیکال نباشد.

عبارت های لویانه

لوسرهایی صورت و مخرج آن ها چند جمله ای باشند عبارت های لویانه هستند. (در صورت مخرج لوسر)

پس از ساده شدن چند جمله ای نباشد یعنی x دارای رادیکال باشد در این صورت آن عبارت لویانه است

$$\frac{x^2 - 11x + \sqrt{4}}{2x - 1} \checkmark$$

$$\frac{x\sqrt{x} - 12}{x + 4x^2} \times$$

نکته

در تمامی عبارت های لویانه مخرج نباید صفر شود یعنی ریسیم مخرج نمی تواند جواب ما باشد **مثلا**

$$\frac{x^2 + 4x - 12}{x - 2} = x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

یعنی ما مجاز نیستیم به x عدد چهار بدسیم زیرا در این صورت مخرج لوسر صفری شود در صورتی که مخرج

باید صفر نرود

Subject:

Year:

Month:

Day:

()

$$\frac{dx}{dx} = \frac{dx}{x} \text{ و } \frac{4x^2}{dx} = \frac{4x^2}{x} \text{ و } \frac{4x^2}{dx^2} = \frac{4}{dx^2}$$

سهاده کردن عبارات دوباره

برای این که بتوانیم عبارات فوق را ساده کنیم باید صورت و مخرج را به ساده ترین حالت ممکن نوشتیم

و سپس عبارات های مشترک را حذف کنیم

مثال

عبارت های زیر را ساده کنید.

$$\frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - 4} = \frac{(x+2)^2}{(x-2)(x+2)} = \frac{x+2}{x-2}$$

$$\frac{x^2 - 1}{x^2 - 1} = \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{x+1}{x+1}$$

$$\frac{4x^2 - 9}{4x^2 + 12x + 9} = \frac{(2x-3)(2x+3)}{(2x+3)(2x+3)} = \frac{2x-3}{2x+3}$$

$$\frac{x^2 - 12x + 1}{2x^2 - 12x + 1} = \frac{x(x-1)(x+1)}{2(x-2)^2} = \frac{x(x+1)}{2(x-2)}$$

$$\frac{4x^2(x+2) - 4x(x+2)^2}{x^2 - 14x^2} = \frac{4x^2(x+2)(x-2)}{x^2(x^2 - 14)} \Rightarrow \frac{4x^2(x+2)(x-2)}{x^2(x^2 - 14)} \Rightarrow \frac{4(x+2)(x-2)}{x^2 - 14}$$

$$\frac{-2x^2 - 12x^2 - 22 + 2x^2(x+2)(-2x^2 - 12x^2 - 22)}{x^2(x-2)(x+2)(x+2)}$$

لا تفرین کتاب صفحہ ۱۱

۱۔ با استفادہ از اتحادها حاصل عبارت های زیر را بسازید.

$$(x-1)^r = x^r - rx^{r-1}$$

$$\left(y + \frac{1}{x}\right)^r = y^r + \frac{r}{x}y^{r-1} + \frac{1}{x^2}$$

$$\left(x - \frac{a}{x}\right)^r = x^r - \frac{ra}{x} + \frac{a^2 r}{x^2}$$

$$\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^r = 1x^{2r} - rx^{2r-1} + \frac{1}{x}x^{2r-2} - \frac{1}{x^2}$$

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{b}{x}\right)^r = \frac{1}{x^r} + \frac{r}{x^{r+1}} + \frac{r}{x^{r+1}} + \frac{b^r}{x^r}$$

۲۔ با استفادہ از اتحادها در سمت های مختلف چین عبارت مناسب بسازید.

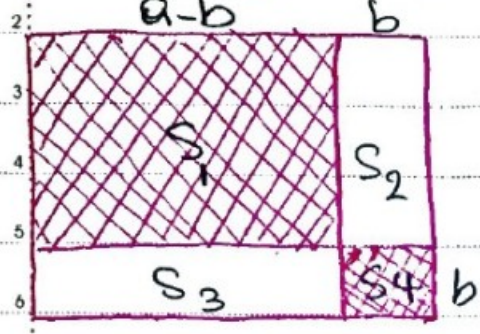
$$(a + \sqrt{x})^r = a^r + ra\sqrt{x}^{r-1}$$

$$(1 - rx)^r = 1 - rx + \frac{r}{2}r^2x^2$$

$$(\sqrt{x} + x)^r = r\sqrt{x}^{r-1} + \frac{r}{2}r^2x + r\sqrt{x}^{r-2}x^2 + \frac{r}{2}r^2x^2$$

۳۔ به کمک اتحادها عبارت های زیر را تجزیه کنید.

6. مربع وجودی را به اندازه ضلع a امتداد بدهیم هر دو فرم (سایه) مساحت آنی برابر می‌باشد. این را به دو پاره خط $a-b$ و b تقسیم کنیم و طول یکی را a در نظر بگیریم.



مساحت مربع وجودی را به دو پاره خط a در نظر بگیریم.

الف) مساحت های S_1 ، S_2 ، S_3 و S_4 را بدست آوریم.

7. $S_1 =$

9. $S_2 =$

11. $S_3 =$

12. $S_4 =$

ب) مساحت S را بر حسب مساحت های S_1 ، S_2 ، S_3 و S_4 بدست آوریم.

پ) اتحاد مربع وجودی را از سمت «ب» نتیجه بگیریم.

Subject: _____
Year: _____ Month: _____ Day: _____ ()

7. با استفاده از اتحادهای نامعین عبارت های عددی زیر را بساز و بپوش.

$$(1000)^3 = (1000+1)^3 = 1000000000 + 3000000 + 3000 + 1 = 1003003001$$

$$(999)^3 = (1000-1)^3 = 1000000 - 3(1000)(1) + 3(1000)^2 - 1 = 997002999$$

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24



یادآوری اتحادها

3 $\Rightarrow (a+r)^2 \Rightarrow a^2 + 2(a)(r) + r^2 = a^2 + 2ar + r^2$

5 $\Rightarrow (a+r)(a+r) = a^2 + ar + ar + r^2 = a^2 + 2ar + r^2$ یا $(a+r)(a+r) = a^2 + r(a+r) = a^2 + ar + ar + r^2 = a^2 + 2ar + r^2$

7 $\Rightarrow (2x-1)(2x+1) = 4x^2 - 1$

9 $\Rightarrow (9x+2)^2 = 81x^2 + 36x(2) + 4 = 81x^2 + 72x + 4$

11 $\Rightarrow (9x^2-1) = (3x-1)(3x+1)$

یادآوری تلیب های تجزیه بردن (ساد بردن)

1. فاکتورگیری \leftarrow اگر یک عبارت در تمامی جمله ها وجود داشته باشد می توان از آن عبارتی فاکتور گرفت.

2. اگر عبارت فقط دو جمله داشته باشد \leftarrow اتحاد مربع می باشد. اگر بتوان سه باشد \leftarrow اتحاد مطلق می باشد.

3. اگر عبارت سه جمله داشته باشد \leftarrow انقب \leftarrow دو جمله به صورت توان دو باشد \leftarrow اتحاد مربع است.

ب) اگر فقط یک توان دو وجود داشته باشد \leftarrow اتحاد جمله مشترک است.

4. اگر عبارت دارای چهار جمله باشد دو عدد دارای توان سه باشد \leftarrow اتحاد مطلق می باشد.

نکته 8

در عبارات های لویا به ازای ریشه های مخرج آن عبارت لویا تعریف شده می باشد (زیرا مخرج عبارت برابر مخرج می شود)

مثال \leftarrow به ازای $x=2$ عبارت فوق تعریف شده است. $x-2=0 \Rightarrow x=2$

$$\frac{2x^2 + 19x - 12}{x-2}$$

نکته خنی اینتره

* اگر تعریف عبارت کسر صورت و مخرج در مخرج وجود داشته باشد یا هم به ازای ریشه مخرج عبارت لویا تعریف شده می باشد

مثال \leftarrow به ازای $x=2$ عبارت فوق تعریف نشده است

$$\frac{x^2 - 5x + 4}{x-2} = \frac{(x-2)(x+4)}{x-2}$$

عبارات های لویا زیر با ازای چه مقادیری از مقیرها تعریف شده می باشد

$$\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \Rightarrow x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

$$\frac{5}{x^2 + x} \Rightarrow x^2 + x = 0 \Rightarrow x(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \end{cases}$$

$$x - 2 \Rightarrow x = 2$$

ریاضی جدیدی لویا به هم علامت مثبت و به علامت منفی را قرار دهیم مثلاً \leftarrow

$$\frac{2x^2 + 4x + 2}{x^2} \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$\frac{x^2 + 2x^2 + 2x}{x(x+1)(x+2)} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \\ x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \end{cases}$$

$$\frac{x^4 - a^4}{a^4 x^4 - a^4 x} = 0 \Rightarrow \begin{cases} a^4(x^2 - a^2) = 0 \\ a^4 x = 0 \\ x^2 - a^2 = 0 \Rightarrow x = \pm a \\ x = \pm a \end{cases}$$

جمع و تفریق عبارات کسری برای جمع و تفریق کردن چند عبارت کسری یا باید مخرج مشترک بگیریم برای این کار

هر مخرج را به ساده ترین صورت نوشتن و سپس هر جمله آن جمله ای که توان بزرگ تری دارد را بر می آوریم.

مثال ←

حامل عبارت حل زیر را بدست آورید.

$$\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} = \frac{(x-1) + (x+1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{2x}{(x+1)(x-1)}$$

$$\frac{x}{x^2+x} + \frac{x}{x^2-1} = \frac{x(x+1) + x(x)}{x(x+1)(x-1)} \Rightarrow x^2 + x = x(x+1) \text{ و } x^2 - 1 = (x+1)(x-1)$$

$$\frac{x-2}{x-2} - \frac{x+1}{x+2} = \frac{(x-2)(x+2) - (x+1)(x-2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{x^2 - 4 - x^2 + 2x + 2x - 2}{(x-2)(x+2)} = \frac{2x-2}{(x-2)(x+2)}$$

$$\frac{1}{x^2-8x} - \frac{1+x}{x^2} + \frac{x+7}{x-2} = \frac{x^2 - 8x - (1+x)(x-2) + (x+7)x^2}{x^2(x-2)(x^2+2x+4)} \Rightarrow$$

چون توان 2 دارد

$$\textcircled{2}(x^2 - 8) = x^2 - 2^3 = (x-2)(x^2 + 2x + 4)$$

$$\frac{y+1}{y^2+y-1} + \frac{y-2}{y^2+2y} = \frac{y(y+1) + (y-2)(y-1)}{y(y+2)(y-1)} = \frac{y^2 + 2y + 2}{y(y+2)(y-1)} \Rightarrow y^2 + y - 2 = (y+2)(y-1)$$

$$y^2 + 2y = y(y+2)$$

$$\frac{x + x^2 - 2x}{x+x} - \frac{x-2}{1} = \frac{x + x^2 - 2x - 2x(1+x) - 2(1+x)}{x+x} = \frac{x + x^2 - 2x - 2x - 2x^2 - 2 - 2x}{x+x} = \frac{-x^2 - 4x - 2}{x+x}$$

Subject:
Year: Month: Day: ()

$$\frac{x^2 + 1}{x - 1} - \frac{d}{x^2 - 1} - \frac{rx - 1}{x + 1} = \frac{(x^2 + 1)(x + 1) - 1 - (rx - 1)(x + 1)}{(x - 1)(x + 1)} = \frac{\cancel{x^2 + 1} + \cancel{x^2 + 1} - 1 - \cancel{rx^2 + rx} - 1 + \cancel{rx^2 + rx}}{(x - 1)(x + 1)}$$

$$= \frac{1 \cdot x - 1}{(x - 1)(x + 1)} + \frac{1 \cdot (x + 1)}{(x - 1)(x + 1)} = \frac{d}{x + 1}$$

$$\frac{x + 1}{x - 1} - 1 = \frac{x + 1 - (x - 1)}{x - 1} = \frac{\cancel{x} + 1 - \cancel{x} + 1}{x - 1} = \frac{2}{x - 1}$$

$$\frac{1}{m} + 1 = \frac{1 + m}{m} = \frac{1}{m}$$

2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24



Subject:

Year: Month: Day: ()

یادگیری اتحادها

$$(a+b)^r = a^r + r a^{r-1} b + b^r$$

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

$$(x+a)(x+b) = x^2 + \dots \therefore (a+b)(x) + ab$$

$$(a+b)^r = a^r + r(a^{r-1}(b) + r(a)(b^{r-1}) + b^r$$

$$a^r - b^r = (a-b)(a^{r-1} + ab^{r-2} + b^{r-1})$$

$$a^r + b^r = (a+b)(a^{r-1} - ab^{r-2} + b^{r-1})$$

معادله و مسائل توصیفی

معادله درجه اول \Leftarrow هر معادله به صورت $(ax + b = 0)$ را معادله ی درجه اول گویند.

زیر آن $a \neq 0$ باید باشد (اگر $a = 0$ نوشته می شود معادله درجه اول نیست).

مثال ۴ $2x - \frac{1}{4} = 4$ و $x - 12 = 0$ و $2x + 4 = 0$ و $ax + b = 0$

روش حل معادله درجه اول \Leftarrow تمامی مجهولات (x) ها را به یک سمت تساوی و تمامی عدد طاربه

سمت دیگر تساوی می بریم و پس معادله را حل می کنیم یعنی x را می یابیم.

مثال ۵ \Leftarrow حاصل معادلات زیر را بدست آورید.

$$2x + 4 = 0 \rightarrow 2x = -4 \rightarrow x = \frac{-4}{2} = -2$$

$$x - 12 = 0 \rightarrow x = 12$$

$$2x - 4 = 9 \rightarrow 2x = 9 + 4 = 2x = 13 \rightarrow x = \frac{13}{2} = 6.5$$

$$2x + 4 = 9x - 12 \rightarrow 2x - 9x = -12 - 4 \rightarrow -7x = -16 \rightarrow$$

$$x = \frac{-16}{-7} = \frac{16}{7}$$

هر عددی که از عبارات زیر با هم می‌تواند تبدیل آید.

الف) عددی باید به آن برابر آن ۲ برابر آن ۳ برابر آن عدد ۲ باشد.

$$2 = \frac{4}{x} \rightarrow x = \frac{4}{2} = 2 \rightarrow 2x = 4 \rightarrow 4 - 2 = 2 \rightarrow 5x - 4 = 2 \rightarrow 5x = 6 \rightarrow x = \frac{6}{5}$$

ب) مربع عددی برابر با همان عدد است. مربع دیگری به توان ۲

$$x^2 = 9 \Rightarrow x = 3$$

ج) نیمی از سیر عمرش بیان ۳ سال بزرگتر است. اگر حاصل ضرب سن این دو ۹۵ باشد سیر عمری و چقدر میزند

سال دارو ۸

$$x(x-3) = 95 \Rightarrow x^2 - 3x - 95 = 0$$

$$\Rightarrow x - 3 = 95 \Rightarrow x = 98$$

معادله‌ی درجه دوم

یک معادله درجه دوم می‌تواند دارای دو ریشه حقیقی و یک ریشه حقیقی و یک ریشه مجازی یا دو ریشه مجازی باشد.

مثال

$$ax^2 + bx + c = 0$$

معادله استاندارد درجه دوم

$$(x - x_1)(x - x_2) = 0$$

$$x - x_1 = 0 \rightarrow x = x_1$$

$$x - x_2 = 0 \rightarrow x = x_2$$

مثال

$$(x - 2)(x + 4) = 0 \rightarrow \begin{cases} x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \\ x + 4 = 0 \rightarrow x = -4 \end{cases}$$

(معادله درجه دوم ضرایب صحیح) معادله درجه دوم

$$(x - x_1)^2 = 0 \rightarrow x - x_1 = 0 \rightarrow x = x_1$$

مثال

$$(x - 2)^2 = 0 \rightarrow x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$$

نکته

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24

$$(n \ominus n_1)(n \ominus n_2) = 0$$

عادل درجه دومی بنویسید به ریشه های آن n_1 و n_2 باشد

$$(n \ominus n_1)^2 = 0$$

عادل درجه دومی بنویسید به دلاری ریشه مضاعف n_1 باشد

مثال

$$(x+2)(x+4) = 0$$

عادل درجه دومی بنویسید به ریشه های آن -2 و -4 باشد

$$(x-5)^2$$

عادل درجه دومی بنویسید به دلاری ریشه مضاعف 5 باشد

روش حل معادلات درجه دوم روش تجزیه ای است

در این روش تمامی عبارات را به سمت مساوی آورده و با استفاده از تجزیه و فاکتورگیری آن ها را حل می کنند

مادر کرده (عقب به درون برانتر می بینیم) آدین جواب را می یابیم

عوامل عدالت زیر را بدست آورید

$$x^2 - 2x^2 = 0 \Rightarrow x^2(x^2 - 2) = 0 \Rightarrow x^2 = 0 \vee x^2 - 2 = 0 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm \sqrt{2}$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0 \Rightarrow (x-4)(x-1) = 0 \Rightarrow x = 4, 1$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x+1)^2 = 0 \Rightarrow x+1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$x^2 - 5 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 5 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 5 = 0 \Rightarrow 2x^2 = 5 \Rightarrow x^2 = \frac{5}{2} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$2x^2 - 18 = 0 \Rightarrow 2(x^2 - 9) = 0 \Rightarrow x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$$

$$\frac{x^2}{x} = x \Rightarrow \frac{x^2}{x} - x = 0 \Rightarrow x(\frac{x}{x} - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \frac{x}{x} - 1 = 0 \Rightarrow \frac{x}{x} = 1 \Rightarrow x = 1 \times 2 = 2 \end{cases}$$

$$(x^2 + 2x - 4) = x^2 - 4 \Rightarrow (x+2)(x-2) - (x-4) = 0 \Rightarrow (x-4)(x+2-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-4 = 0 \Rightarrow x=4 \\ x+1 = 0 \Rightarrow x=-1 \end{cases}$$

نتیجه

✓
 اگر معادله درجه یک باشد ۱) حاصل جمع و عدد ثابت تغییر نمی کند و در جمله به هر جمله تا اول و آخری می رسم

✓
 اگر معادله درجه دو باشد تمام عدوت ها را به یک سمت تساوی برده و پس به کمک مانع اولی و یا اتحاد ها معادله را

حل می رسم

نام و نام خانوادگی

در معادلات به فرم $k = (n-1)^2$ می توان با توجه به مقدار k حاصل را به صورت زیر بدست آورد.

الف) $k > 0 \Rightarrow$ ^{چیز مثبتی} $(k \text{ عدد مثبت است}) \rightarrow n-1 + \sqrt{k}$

$(n-1)^2 = 4 \xrightarrow{\text{باز}}$ $(n-1) = \pm 2 \rightarrow \begin{cases} n-1=2 \Rightarrow n=3 \\ n-1=-2 \Rightarrow n=-1 \end{cases}$

ب) $k = 0 \Rightarrow (n-1)^2 = 0 \rightarrow (n-1) = 0 \rightarrow n = 1$

ج) $k < 0 \Rightarrow$ $(k \text{ عدد منفی است}) \rightarrow (n-1)^2 = -2$ جواب ندارد. X

۱. معادله‌های زیر را حل کنید.

۴) $x^r - 1 = 0 \Rightarrow (x^r - 1) = 0 \Rightarrow x^r - 1 = 0 \Rightarrow x^r = 1 \Rightarrow x = \pm 1$

۶) $(x+1)(x-1) = x^2 - 1 = (x+1)(x-1) - (x-1) = 0 \Rightarrow (x+1)(x-1) = 0 \Rightarrow x = -1, 1$

۸) $x^k - 2x^r = 0 \Rightarrow x^r(x^{\frac{k}{r}-1} - 2) = 0 \Rightarrow x^r = 0 \Rightarrow x = 0, x^{\frac{k}{r}-1} = 2 \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{2r}{k-1}}$

۱۰) $x^r = x - \frac{1}{x} \Rightarrow x^r - x + \frac{1}{x} = 0 \Rightarrow x(x^{r-1} - 1 + \frac{1}{x^2}) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ or } x^{r-1} - 1 + \frac{1}{x^2} = 0 \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{1}{x^2}}$

۱۲) $x^r - 1 = 0 \Rightarrow (x^r - 1) = 0 \Rightarrow x^r = 1 \Rightarrow x = 1, -1$

۱۴) $x^r - 5x + 4 = 0 \Rightarrow (x-1)(x^{r-1} + \dots) = 0 \Rightarrow x = 1, 4$

۱۶) $\frac{x^r}{r} = x \Rightarrow \frac{x^r}{r} - x = 0 \Rightarrow x(\frac{x^{r-1}}{r} - 1) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ or } \frac{x^{r-1}}{r} = 1 \Rightarrow x = \sqrt[r-1]{r}$

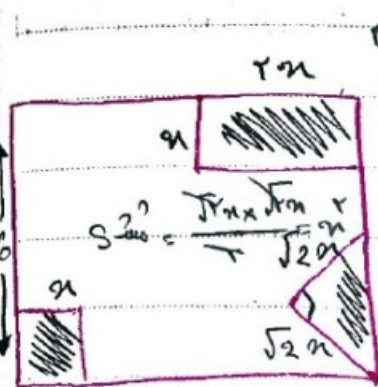
۱۸) $x^r = 5 - x^r \Rightarrow 2x^r = 5 \Rightarrow x^r = \frac{5}{2} \Rightarrow x = \sqrt[r]{\frac{5}{2}}$

۲۰) $x^r + 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x+1)^2 = 0 \Rightarrow x = -1$

۲۲) $x^r + 3x - 2 = 0 \Rightarrow (x-1)(x^{r-1} + \dots) = 0 \Rightarrow x = 1, 2$

۲۴) $(x-1)^r = 1 \Rightarrow (x-1)^r - 1 = 0 \Rightarrow x-1 = 1 \Rightarrow x = 2, x = 0$

2. از فریبی به ضلع 6cm یک مثلث بر ببر و بریده شد است. مساحت بقی ماند 24 cm^2 است. طول ضلع درج بر ببر شده



مساحت بقی ماند $S_{\text{باقی ماند}} = S_{\text{مربع}} - S_{\text{مثلث}}$

$S_{\text{باقی ماند}} = S_{\text{مربع}} + S_{\text{مربع}} + S_{\text{مثلث}}$

$x^2 + 2x^2 + \frac{1}{2}x^2 = 24$

$3.5x^2 = 24 \rightarrow x^2 = \frac{24}{3.5} \rightarrow x = \sqrt{\frac{24}{3.5}}$

3. معادله درجه دومی بنویسید که $x=2$ و $x=3$ جواب های آن باشد. این معادله منجمد است.

$(x-2)(x-3) = 0 \rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$

4. معادله درجه دومی بنویسید که $x=1$ و $x=2$ جواب های آن باشد. این معادله منجمد است.

$(x-1)(x-2) = 0 \rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$

5. در معادله $x^2 + kx - 9 = 0$

الف) جواب این معادله در صورت وجود از 2 تا 4، $k=4$ ، $k=0$ ، $k=9$ و k بدست آورید.

$(x-1)^2 = 2 \rightarrow x-1 = \pm\sqrt{2} \rightarrow x = 1 \pm \sqrt{2}$

$(x-1)^2 = 4 \rightarrow (x-1) = \pm 2 \rightarrow x = 1 \pm 2 = 3, -1$

1: $(x-1)^2 = 0 \quad x = 1$

2:

3: $(x-1)^2 = -9$ جواب ندارد

4:

5: ب) به ازای چه مقادیری از k معادله ریشه مضاعف دارد؟ صفر

6:

7: پ) به ازای چه مقادیری از k معادله ریشه حقیقی دارد؟ به ازای $k \geq 4$ معادله دو ریشه حقیقی دارد $k = 4$

8:

9: ت) به ازای چه مقادیری از k معادله ریشه حقیقی ندارد؟ به ازای $k < -4$ معادله ریشه حقیقی ندارد $k = -4$

10:

11:

12:



14:

15:

16:

17:

18:

19:

20:

21:

22:

23:

24:

ط. معادلات درجه دوم با استفاده از روش مربع کامل
 ضرب در ۲
 ضرب در ۲
 ضرب در ۲
 ضرب در ۲

$$x^2 - 2x + 9 = 0 \rightarrow x^2 - 2x = -9 \rightarrow (x^2 - 2x + \frac{4}{4}) = (-9 + \frac{4}{4}) \rightarrow (x - \frac{2}{2})^2 = \frac{-9 + 1}{1} \rightarrow x - 1 = \pm \sqrt{-8}$$

$\frac{-2}{2} \pm \sqrt{\frac{4}{4} - 9}$
 $\frac{-2}{2} \pm \sqrt{1 - 9}$
 $\frac{-2}{2} \pm \sqrt{-8}$

$$x - 1 = \pm \sqrt{-8} \rightarrow -1 + \frac{2d}{4} = \frac{2f - 2d}{4} \rightarrow \frac{1}{4} \rightarrow x = \frac{2}{2} + \frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \\ \frac{2}{2} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$x^2 + 2x - 2 = 0 \rightarrow 2(x^2 + \frac{2}{2}x + \frac{1}{4}) = 2(x^2 + 2x + 1) = 2(x+1)^2 = 2 \rightarrow x+1 = \pm \sqrt{1} \rightarrow x = -1 \pm 1$$

$$(x + \frac{2}{2})^2 = \frac{2 + 1}{4} \rightarrow x + \frac{2}{2} = \pm \sqrt{\frac{3}{4}} \rightarrow \begin{cases} x + \frac{2}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 \\ x + \frac{2}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = -\frac{\sqrt{3}}{2} - 1 \end{cases}$$

عادله های درجه دوم زیر را به روش متغیر کامل کنید.

الف) $x^2 - 5x + 4 = 0 \rightarrow x^2 - 5x = -4 \rightarrow (x^2 - 5x + \frac{25}{4}) = \frac{25}{4} - 4 \rightarrow (x - \frac{5}{2})^2 = \frac{9}{4} \rightarrow$
 $x - \frac{5}{2} = \pm \frac{3}{2} \rightarrow -4 + \frac{25}{4} = \frac{9}{4} \rightarrow \frac{25 - 16}{4} = \frac{9}{4} \rightarrow x = \frac{5}{2} \pm \frac{3}{2}$

$\rightarrow 9x^2 + 4x - 2 = 0 \rightarrow 9(x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{2}{9}) = 0 \rightarrow x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{2}{9} = 0 \rightarrow (x + \frac{1}{6})^2 - \frac{1}{36} - \frac{2}{9} = 0 \rightarrow (x + \frac{1}{6})^2 = \frac{1}{36} + \frac{8}{36} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$
 $(x + \frac{1}{6})^2 = \frac{1}{4} \rightarrow x + \frac{1}{6} = \pm \frac{1}{2} \rightarrow x = -\frac{1}{6} \pm \frac{1}{2}$

ب) $x^2 + \frac{1}{4} = -x \rightarrow x^2 + \frac{1}{4} + x = 0 \rightarrow x^2 + x + \frac{1}{4} = -\frac{1}{4} \rightarrow (x + \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} = -\frac{1}{4} \rightarrow (x + \frac{1}{2})^2 = 0 \rightarrow x + \frac{1}{2} = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{2}$

$(x + \frac{1}{2})^2 = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{2}$

ب) $x^2 + 4x + 9 = 0 \rightarrow x^2 + 4x = -9 \rightarrow (x^2 + 4x + 4) = -9 + 4 \rightarrow (x + 2)^2 = -5 \rightarrow x + 2 = \pm \sqrt{-5} \rightarrow x = -2 \pm \sqrt{-5}$

$x = -2$

حل معادلات درجه دوم بر روش بی (دلتا)

فرم کلی معادلات درجه دوم نوع به صورت $ax^2 + bx + c = 0$ می باشد که با توجه به مقادیر a, b, c می توان

تعداد ریشه ها و همچنین مقدار ریشه های معادله را بدست آورد. درود برای این کار ابتدا باید دلتا معادله را به صورت زیر

تغییر دهیم.

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

مثال ۴

$$x^2 + 4x + 4 = 0 \rightarrow b^2 - 4ac = 4^2 - 4(1)(4) = 16 - 16 = 0$$

$$2x^2 - 1 + 4x = 0 \rightarrow 4x^2 - 4(2)(-1) = 16 + 4 = 20$$

$$1) \Delta > 0 \rightarrow \text{معادله دو ریشه دارد} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \end{cases}$$

$$2) \Delta = 0 \rightarrow \text{معادله یک ریشه دارد} \rightarrow x = \frac{-b}{2a}$$

$$3) \Delta < 0 \rightarrow \text{معادله بی ریشه دارد}$$

Subject:

Year: Month: Day: ()

حل سوال 8

معادلات زیر را به روش Δ حل کنید.

$$x^2 + 2x + 2 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4(1)(2) = 4 - 8 = -4 < 0 \rightarrow \text{ریشه ندارد}$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}, \quad \frac{2 + \sqrt{-4}}{2} = \frac{2 + 2i}{2}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}, \quad \frac{2 - \sqrt{-4}}{2} = \frac{2 - 2i}{2}$$

$$x^2 + \sqrt{2}x - 2 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 2 - 4(1)(-2) = 2 + 8 = 10 > 0 \rightarrow \text{ریشه دارد}$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}, \quad \frac{-\sqrt{2} + \sqrt{10}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}, \quad \frac{-\sqrt{2} - \sqrt{10}}{2} = -\sqrt{2}$$

$$x^2 + x + \sqrt{2} = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4(1)(\sqrt{2}) = -4\sqrt{2} < 0 \rightarrow \text{ریشه ندارد}$$

معادلات زیر را بر روش Δ حل کنید.

الف) $2x^2 + 4x - 1 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 16 - 4(2)(-1) = 44$ $\Delta > 0$ دو ریشه دارد

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 + \sqrt{44}}{4} \quad x_2 = \frac{-4 - \sqrt{44}}{4}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 - \sqrt{44}}{4} \quad \frac{-11}{1} = -11$$

ب) $4x^2 + 2x - 1 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 14 - 4(4)(-1) = 10$ $\Delta > 0$ دو ریشه دارد

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 + \sqrt{10}}{8} = \frac{-2 + 1}{4} = \frac{-1}{4}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 - \sqrt{10}}{8} = \frac{-2 - 1}{4} = \frac{-3}{4}$$

Subject: _____

Year: _____ Month: _____ Day: _____ ()

۱. معادله‌های درجه دوم زیر را حل کنید.

1) $x^2 - x + 2 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 1 - 4(1)(2) = 1 - 8 = -7 < 0$ ریشه ندارد.

2) $2x^2 + x - 1 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 1 - 4(2)(-1) = 1 + 8 = 9 > 0$ دو ریشه دارد.

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 + \sqrt{9}}{4} = \frac{-1 + 3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 - \sqrt{9}}{4} = \frac{-1 - 3}{4} = \frac{-4}{4} = -1$$

3) $kx^2 - kx + 1 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 14 - 4(k)(1) \rightarrow 14 - 4k = 0$ یک ریشه دارد.

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{k}{k} = \frac{1}{1} = 1$$

4) $x^2 + 17x - 18 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 289 - 4(1)(-18) = 289 + 72 = 361 > 0$ دو ریشه دارد.

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-17 + \sqrt{361}}{2} = \frac{-17 + 19}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-17 - \sqrt{361}}{2} = \frac{-17 - 19}{2} = \frac{-36}{2} = -18$$

5) $2x - 9x + 150 \Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 1 - F(F)(F) = 1 - 49 = -48$ مقادیر مثبت و منفی

6) $9x^2 + \sqrt{3}x - 150 \Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 9 - F(1)(-1) = 9 - (-F) = 9 + F$ مقادیر مثبت و منفی

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-\sqrt{3} + \sqrt{48}}{2}$

$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-\sqrt{3} - \sqrt{48}}{2}$

2. معادله $2x^2 - 3x - 5 = 0$ را بر روی Δ حل کنید با مناسبی روشی برای حل و جواب مرتب آن را بنویسید.

درست است

$x^2 - 2x - 5 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 4 - F(1)(-5) = 4 - (-F) = 4 + F$ مقادیر مثبت و منفی

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 + \sqrt{24}}{2} = \frac{2 + \sqrt{4 \cdot 6}}{2} = \frac{2 + 2\sqrt{6}}{2} = 1 + \sqrt{6}$

$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 - \sqrt{24}}{2} = \frac{2 - \sqrt{4 \cdot 6}}{2} = \frac{2 - 2\sqrt{6}}{2} = 1 - \sqrt{6}$

جواب $= \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}r - \frac{1}{2}$

این جنبی هم جزو

در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ می توان روابط زیر را بدست آورد.

(1) اگر مجموع ضرایب برابر صفر باشد $(a+b+c=0)$ یک ریشه مساوی 1 و ریشه دیگر آن $-\frac{c}{a}$ می باشد

مثال \leftarrow $2x^2 + 5x - 7 = 0$ \rightarrow مجموع ضرایب $= 0$ $x_1 = 1, x_2 = -\frac{c}{a} = -\frac{7}{2}$

(2) اگر رابطه $a+c=b$ در این صورت یک ریشه معادله (-1) و ریشه دیگر آن $(-\frac{c}{a})$ می باشد

مثال \leftarrow $x^2 + 5x + 4 = 0 \rightarrow a+c=b$ $x_1 = -1, x_2 = -\frac{c}{a} = -\frac{4}{1} = -4$

(3) مجموع دو ریشه این معادله برابر است با $(-\frac{b}{a})$ $(x_1 + x_2 = -\frac{b}{a})$

مثال \leftarrow $2x^2 + 4x - 12 = 0 \rightarrow$ مجموع ریشه ها $= -\frac{b}{a} \Rightarrow -\frac{4}{2}$

(4) حاصل ضرب ریشه ها در این معادله برابر است با $(\frac{c}{a})$ $(x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a})$

$2x^2 + 4x - 12 = 0$ حاصل ضرب ریشه ها $\frac{c}{a} \Rightarrow \frac{-12}{2} = -6$

این جنبی

ریشه ی معادله در خود معادله صدق می کند یعنی اگر جواب معادله را به داده باشند می توانیم آن جواب را در

خودتان را قرار دهید.

مثال ۴ ← دارای جواب ۴ می باشد ✓
 $4x^2 - 9x + 2 = 0$ ✓

جواب عدد این معادله را بدست آورید.

$$4(-4)^2 - 9(-4) + 2 = 0 \rightarrow 22 + 36 + 2 = 0 \rightarrow 60 + 2 = 0$$

$$4a = -60 \rightarrow a = \frac{-60}{4} = -15$$

حال به a پیدا شد معادله را بسط می دهیم و از روش Δ به دست می آوریم

$$4x^2 + 18x + 2 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 18^2 - 4(4)(2) = 324 - 32 = 292$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-18 + \sqrt{292}}{8} = \frac{-18}{8} = \frac{-9}{4}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-18 - \sqrt{292}}{8} = \frac{-18}{8} = \frac{-9}{4}$$

مثال ۵ ←

تعداد جواب از معادله های زیر از کجای هر معادله معلوم و دلای جواب های حقیقی می باشد؟

Subject:
Year: Month: Day: ()

1. الف) $x^2 + 9x - 1 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac = 81 - 4(1)(-1) = 85$ $a^2 + 4$ هر عددی که مربع آن باشد 85 جواب دارد

2. ب) $x^2 - x + 9 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4(1)(9) = -35$ هیچ عددی که مربع آن -35 نباشد

عبارات لویا

نحوه حل عبارات لویا

تمامی عبارات را به یک سمت تساوی می آوریم

مخرج مشترک می گیریم

و پس فقط صورت مساوی میفرماییم

تذکره: اگر در معادله دو سمت درجه یک باشد آن را به صورت $ax+b=0$ بنویسید

مثال

ریشه معادلات زیر را بیابید (معادلات زیر را حل کنید)

معادله را به این صورت بنویسید

$$\frac{1}{x-2} - \frac{2(x-1)}{x-2} = 2 \rightarrow \frac{1}{x-2} - \frac{2(x-1)}{x-2} - 2 = 0 \rightarrow \frac{1 - 2(x-1) - 2(x-2)}{x-2} = 0$$

$$1 - 2x + 2 - 2x + 4 = 0 \rightarrow 7 - 4x = 0 \rightarrow \sqrt{4x} = \sqrt{7} \rightarrow \sqrt{x} = \frac{\sqrt{7}}{2} \rightarrow x = \frac{7}{4} = 1.75$$

$$\frac{x-2}{x-2} + \frac{x-1}{x+2} = \frac{x^2-4x+5}{x^2-x-2} = \frac{x-2}{x-2} + \frac{x-1}{x+2} - \frac{x^2-4x+5}{x^2-x-2} = 0$$

$$(x+2)(x-2) + (x-2)(x-1) - (x^2-4x+5) = 0 \rightarrow x^2+2x-4 + x^2-4x+2 - x^2+4x-5 = 0 \rightarrow x^2-2x-3 = 0$$

$$\left. \begin{aligned} x-2 &= 0 \rightarrow x=2 \\ x+2 &= 0 \rightarrow x=-2 \end{aligned} \right\} \text{ریشه معادله}$$

Subject: _____
 Year: _____ Month: _____ Day: _____ ()

$$1 + \frac{\Lambda}{n^r} = \frac{F}{n} \rightarrow 1 + \frac{\Lambda}{n^r} - \frac{F}{n} = 0 \rightarrow \frac{(n^r) + \Lambda - F n}{n^r} = 0 \rightarrow n^r - F n + \Lambda = 0 \rightarrow \Delta$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 14 - 4(1)(\Lambda) = 14 - 4\Lambda = -14 < 0 \rightarrow \text{no solution}$$

$$\frac{n-r}{n-r} = \frac{n+1}{n+r} \rightarrow \frac{n-r}{n-r} - \frac{n+1}{n+r} = 0 \rightarrow \frac{(n-r)(n+r) - (n+1)(n-r)}{(n-r)(n+r)} = 0 \rightarrow n-r = 0$$

$$n-r = 0 \Rightarrow n = r \Rightarrow n = \frac{1}{r}$$

$$\frac{rK}{1+m} + 1 = \frac{rK}{1-m} \rightarrow \frac{rK}{1+m} + 1 - \frac{rK}{1-m} = 0 \rightarrow \frac{rK(1-m) + (1+m)(1-m) - rK(1+m)}{(1+m)(1-m)}$$

$$\xrightarrow{\text{Simplify}} m^r - Fm + 1 = 0 \rightarrow (m+a)(m-r) = 0 \begin{cases} m+a = -a \\ m-r = r \end{cases}$$

$$\frac{y+r}{y+r} - \frac{y^r}{y^r-9} = 1 - \frac{y-1}{r-y} \rightarrow \frac{y+r}{y+r} - \frac{y^r}{y^r-9} - 1 + \frac{y-1}{r-y} = 0 \rightarrow \frac{(y+r)(y^r-9) - (y^r-9) - 1((y+r)(y-1))}{(y+r)(y-1)}$$

$$\frac{(y+r)(y^r-9) + (y-1)(y+r)}{(y+r)(y-1)} = 0 \rightarrow -y^r - 9y + 9 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 9 - 4(9)(1) =$$

$$9 - 36 = -27 < 0 \rightarrow \text{no solution}$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{9 + \sqrt{-27}}{-4}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{9 - \sqrt{-27}}{-4}$$

معادله درجه اول است

$$\frac{r \cdot n - d}{n + r} = 1 \Rightarrow \frac{r \cdot n - d}{n + r} - 1 = 0 \Rightarrow \frac{r \cdot n - d - (n + r)}{n + r} = 0 \Rightarrow r \cdot n - d - n - r = 0$$

$$r \cdot n - n = d + r \Rightarrow n(r - 1) = d + r \Rightarrow n = \frac{d + r}{r - 1}$$

$$\frac{r \cdot n - r}{n} + \frac{r \cdot n + d}{n + r} = d \Rightarrow \frac{r \cdot n - r}{n} + \frac{r \cdot n + d}{n + r} - d = 0 \Rightarrow \frac{(r \cdot n - r)(n + r) + (r \cdot n + d)(n) - d(n)(n + r)}{n(n + r)}$$

$$\frac{r}{n + r} + \frac{n}{n + r} = n + r \Rightarrow \frac{r}{n + r} + \frac{n}{n + r} - (n + r) = 0 \Rightarrow \frac{r + n - (n + r)(n + r)}{n + r} = 0 \Rightarrow r + n - (n + r)^2 = 0$$

$$\frac{r}{n + r} + \frac{n}{n + r} = n + r \Rightarrow \frac{r}{n + r} + \frac{n}{n + r} - (n + r) = 0 \Rightarrow \frac{r + n - (n + r)(n + r)}{n + r} = 0 \Rightarrow r + n - (n + r)^2 = 0$$

$$r + n - n^2 - 2nr - r^2 = 0 \Rightarrow -n^2 - 2nr - r^2 + r + n = 0 \Rightarrow (n + r)^2 = 0 \Rightarrow n + r = 0 \Rightarrow n = -r$$

$$\frac{r^2 - 2nr + r}{n^2 - 2n} = \frac{1 + n}{n} = \frac{n - 1}{n - r} = \frac{r^2 - 2nr + r}{n^2 - 2n} = \frac{1 + n}{n} = \frac{n - 1}{n - r} \Rightarrow \frac{r^2 - 2nr + r - (n - 1)(n - r)}{n(n - r)}$$

$$\frac{(n - 1)(n)}{n(n - r)} = 0 \Rightarrow \frac{r^2 - 2nr + r - (n - 1)(n - r)}{n(n - r)} = 0 \Rightarrow r^2 - 2nr + r - (n - 1)(n - r) = 0 \Rightarrow r^2 + r = 0 \Rightarrow r = 0 \Rightarrow n = -r$$

$$\frac{r}{n - 1} - \frac{r}{n + r} = \frac{r}{n - r} \Rightarrow \frac{r}{n - 1} - \frac{r}{n + r} - \frac{r}{n - r} = 0 \Rightarrow \frac{r(n + r)(n - r) - r(n - 1)(n - r) - r(n - 1)(n + r)}{(n - 1)(n + r)(n - r)}$$

$$\frac{r}{n + r} + \frac{r}{n} - 1 - \frac{r}{n} + \frac{r}{n} - \frac{r}{n} - 1 + \frac{r}{n} + \frac{r}{n} = 0 \Rightarrow r^2 + n - 1 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac$$

$$1 - r^2 - 4 = 1 - 12 = -119$$

Subject: _____
 Year: _____ Month: _____ Day: _____ ()

$$\frac{11}{x^2 - 4} + \frac{x+2}{2-x} = \frac{2x-4}{x+2} \Rightarrow \frac{11}{x^2 - 4} + \frac{x+2}{2-x} \cdot \frac{2x-4}{2x-4} \Rightarrow \frac{11 + (-x-2)(x+2)}{(x+2)(x-2)}$$

$\frac{-x-2}{2-x}$
 $\frac{2x-4}{2x-4}$
 2x-4 = 2(x-2)

$$\frac{(2x-4)(x-2)}{(x+2)(x-2)} \Rightarrow 11 - x - 2x - 4 - 2x^2 + 4x - 4 = 0 \Rightarrow -2x^2 + 2x - 1 \Delta \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac$$

$$2 - 4 - (-2)(-1) \Rightarrow 2 - 12 = -10 < 0 \text{ (ریشه ندارد)}$$

Subject:

Year: Month: Day: ()

مجموع معلوم نوع در نوح طبیعی متوالی برابر است. آن دو عدد را پیدا کنید.

$$\frac{1}{r^n} + \frac{1}{r^{n+1}} = \frac{\Delta}{r} \Rightarrow \frac{1}{r^n} + \frac{1}{r^{n+1}} - \frac{\Delta}{r} = 0 \Rightarrow \frac{1(r^{n+1}) + r^n - \Delta(r)(r^n)}{r^{n+1}}$$

$$4n^2 + 4n - \Delta n^2 - \Delta n = 0 \Rightarrow -\Delta n^2 + 4n + 4n - \Delta n = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow 4^2 - 4(-\Delta)(4) \Rightarrow$$

$$144 > 0 \Rightarrow n = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 \pm \sqrt{144}}{2(-\Delta)} = \frac{-4}{-\Delta}$$

$$n = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2(-\Delta)} = \frac{-4 \pm \sqrt{144}}{2(-\Delta)} = \frac{-4}{-\Delta}$$

14. $C_n t = -r$ جواب $\frac{r-t}{r-t} = \frac{r t^r + k}{(t^r+1)^r - 4A}$ می باشد k, A را پیدا کنید.

$$\frac{r-t}{r-t} = \frac{r t^r + k}{(t^r+1)^r - 4A} \Rightarrow \frac{r(-r)}{r-r(-r)} = \frac{r(-r)^r + k}{((-r)^r+1)^r - 4A} \Rightarrow \frac{r}{1-r^2} = \frac{r^r+k}{1-r^2}$$

$$\frac{r}{1-r^2} = \frac{r^r+k}{1-r^2} \Rightarrow \frac{r}{1-r^2} \times \frac{1-r^2}{1-r^2} \Rightarrow r = r^r+k \Rightarrow k=0$$

تابع

رابطه خطی هر معادله به صورت $y = ax + b$ است

در رابطه خطی با هر توان x از درجه یک باشد مثل رابطه های زیر خطی هستند

$y = 2x + 3$ $y = -x + \frac{4}{3}$ $y = \frac{x}{2} + 4$ $y = x$

ولی معادله های به صورت زیر که دارای توانی بزرگ تر از یک می باشد رابطه خطی نمی گویند مثلاً

$y = x^2$ $y = -2x^2 + 3x - 9$ $y = x^2 + 4x^2 - 5x + 2$

در رابطه $y = ax + b$ اعداد حقیقی هستند و a و b متغیر مستقل است و y متغیر وابسته

گویند

مثال

با توجه به رابطه داده شده جدول زیر را کامل کنید

x	1	2	3	4	5	6	7
y	1	-7	-3	3	1	1	0

$y = -2x^2 + 3$

$3 = -2x^2 + 3 \Rightarrow x = 0$

Wafiq

1						
2	x	1	2	$\frac{1}{2}$	0	-1
3	y	2	5	$\frac{5}{2}$	1	2
4						

$y = nx^r$

مساحت دایره از رابطه $S = \pi r^2$ و محیط آن از رابطه $P = 2\pi r$ بدست می آید

با توجه به شش‌های داده شده در جدول زیر مساحت و محیط دایره را بدست آورید.

14	r	1	1.5	2	3	4
15	$S = \pi r^2$	π	2.25π	4π	9π	16π
17	$P = 2\pi r$	2π	3π	4π	6π	8π
18						
19						
20						
21						
22						
23						
24						

زوج مرتب

اگر در رابطه ای x و y را در کنار هم به صورت (x, y) بنویسیم به آن زوج مرتب گویند

در زوج مرتب به x مولفه اول یا مختص اول و به y مولفه دوم یا مختص دوم گویند

برای اینکه دو زوج مرتب با هم برابر باشند باید مولفه های اول با هم و مولفه های دوم نیز با هم برابر باشند

$$(a, b) = (c, d) \rightarrow \begin{cases} a = c \\ b = d \end{cases}$$

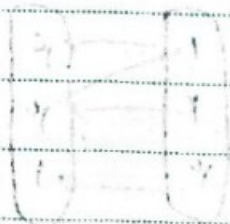
یعنی:

$$(x+2, y-3) = (4, 5) \rightarrow \begin{cases} x+2 = 4 \\ y-3 = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 8 \end{cases}$$

جدول زیر را کامل کنید

x	-1	0	$\frac{1}{2}$	1	1	$\sqrt{2}$	2
y	-2	1	2	3	4	$2\sqrt{2}+1$	7
(x, y)	$(-1, -2)$	$(0, 1)$	$(\frac{1}{2}, 2)$	$(1, 3)$	$(1, 4)$	$(\sqrt{2}, 2\sqrt{2}+1)$	$(2, 7)$

$$y = 2x + 1$$



تابع

تعریف اول تابع: دارای مولفه اول مساوی نباشند (منفی) ها با هم برابر نباشند (زوج مرتب)

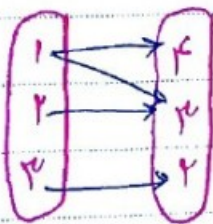
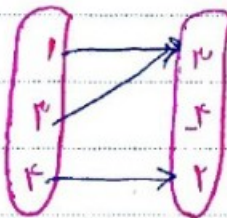
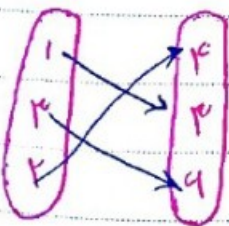
مثال

کدام یک از رابطه های زیر یک تابع است؟

$$\{(1,2), (3,4), (2,3), (1,2)\} \checkmark$$

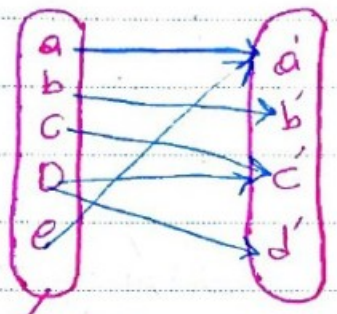
$$\{(1,2), (2,3), (3,4), (4,3)\} \times$$

تعریف دوم تابع: (غردار) = از آن خود را اول بین نسبت چپ مقابل بیان خارج شود.



سؤال ←

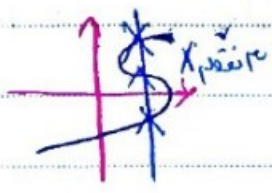
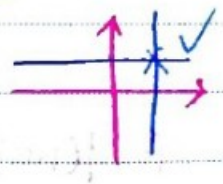
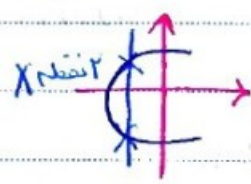
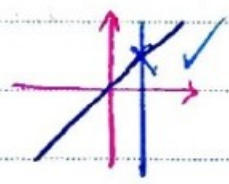
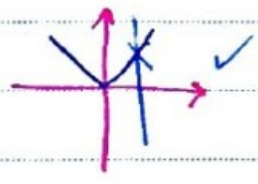
متودار بیضای یک رابطه رسم شده است. با حذف کدام عنوان این رابطه تابع خواهد شد؟



با حذف کدام یک بیضای از D حذف می شود و متودار تبدیل به متودار تابع می گردد.

تعریف سوئچ تابع: اگر هر خط موازی محور Ox حتماً رسم کنیم و این خط متودار تابع را جدالتی

کسی نقطه قطع کند متودار مورد نظر تابع می باشد.



مثال =

لدام یک از نمودار زیر نموداری تابع هستند؟



تعریف چهارم تابع: اگر در یک نقطه خاص x ها یا هم برابر باشند در آن نقطه باید یکی داشته باشند

برابر باشند

مثال =

میانجم رابطه A یک تابع باشد مقدار m را بدست آورید.

$$A = \{(1, m), (2, 9), (3, 2), (4, 3)\} \quad m = ?$$

با توجه به این که دارای x برابر است باید دارای y برابر نیز باشد

مثال =

اگر رابطه F تابع باشد در این صورت حاصل آن x را بدست آورید

$$F = \{(x, x+y), (2, 4), (5, 2), (3, 4), (5, x-y)\}$$

1 $(1, 2) = (1, x+y) \rightarrow x+y=3$

3 $(2, 2) = (2, x-y) \rightarrow x-y=2$

$$\begin{cases} x+y=3 \\ x-y=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} 2x+4 &= 2x-2 \\ x+y=3 &\rightarrow 2+y=3 \rightarrow y=1 \end{aligned}$$

5 $x^2+y^2=3^2+1^2=10$

7 *مجموعه تابع F بر پایه اعداد صحیح و b و a به دست می آید.*

8 $F = \{(1, 1), (2, 2+a+b), (1, 2), (1, 2+a+3), (2, 2+b)\}$

10 $(1, 2) = (1, 2+a+3) \rightarrow 2+a+3=2 \rightarrow a=9-2 \rightarrow a=7$ ①

12 $(2, 2+a+b) = (2, 2+b) \rightarrow 2+a+b=2+b \rightarrow 2(1)+b=2+b \rightarrow 2b-b=2 \rightarrow$

14 $b=2$ ②

دامنه و بردش

دامنه به مقادیری که می توانند داشته باشند دامنه گویند. D

برده به مقادیری که می توانند داشته باشند برد می گویند. R

تذکره: اگر در جای عبارت $A \rightarrow B$ دیده شد منظور از A همان دامنه و منظور از B همان برد می باشد

مثال

دامنه و برد را برای حرکت از تابع های زیر بدست آورید

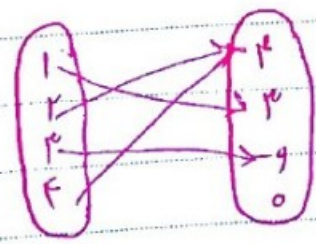
$A \rightarrow B$

«زوج مرتب» $f = \{(1, 1), (2, 4), (3, 9), (4, 16)\}$

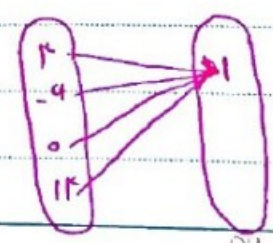
$D = \{1, 2, 3, 4\}$

$R = \{1, 4, 9, 16\}$

«سودا بیانی (فون)»



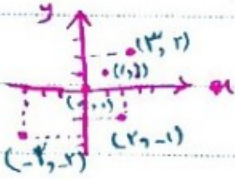
$D = \{1, 2, 3, 4\}$



$R = \{1, 4, 9, 16\}$

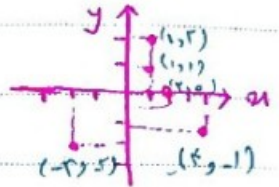
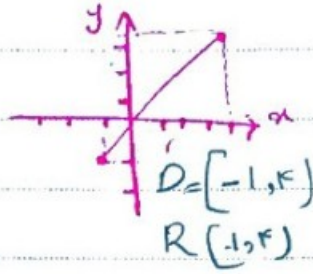
$D = \{1, 4, 9, 16\}$

1: دستگاه معادلات



$$D = \{-3, 0, 1, 2, 3\}$$

$$R = \{-2, 0, 1, 2, 3\}$$



$$D = \{-2, 1, 2, 3\}$$

$$R = \{-2, 1, 0, 1\}$$



12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24

نکته: تابع را با $f(x)$ نشان می دهند

$$f(x) = x - 1$$

← مثال

در بعضی از سوالات تابع را نیز به صورت $f: A \rightarrow R$ نشان می دهند که بدین

$$f(x) = x - 1$$

آن این است که وقتی تابع f را بر A و بر R می باشد

مثال: با توجه به ضابطه هر تابع معین، مقادیر x و هر تابع را مشخص کنید

الف) $f: A \rightarrow B$

$$f(x) = \frac{x+1}{x-1}$$

$$A = \left\{ -2, 0, \sqrt{2}, \frac{1}{2} \right\}$$

$$B = \left\{ \frac{1}{2}, -1, \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}, -3 \right\}$$

$$x = -2 \rightarrow f(-2) = \frac{-2+1}{-2-1} = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$$

$$x = 0 \rightarrow f(0) = \frac{0+1}{0-1} = -1$$

$$x = 1 \rightarrow f(1) = \frac{1+1}{1-1} = \frac{2}{0} \times \text{غیر معین}$$

$$x = \sqrt{2} \rightarrow f(\sqrt{2}) = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$$

$$x = \frac{1}{2} \rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\frac{1}{2}+1}{\frac{1}{2}-1} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{-1}{2}} = \left(\frac{3}{-1}\right) = -3$$

Subject:

Year: Month: Day: ()

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24

$$f: A \rightarrow B$$

$$A = \{0, -1, 1, 2, 3\}$$

$$f(x) = \sqrt{x+1} - 1$$

$$B = \{0, -1, 2, 1, \sqrt{2} - 1\}$$

$$f(0) = \sqrt{0+1} - 1 = 0$$

$$f(-1) = \sqrt{-1+1} - 1 = -1$$

$$f(1) = \sqrt{1+1} - 1 = \sqrt{2} - 1$$

$$f(2) = \sqrt{2+1} - 1 = \sqrt{3} - 1$$

$$f(3) = \sqrt{3+1} - 1 = \sqrt{4} - 1$$

تابع خطی تابعی است که نمودار آن به صورت یک خط راست می باشد

شماره ۸

دما صبح تابع خطی به صورت $y = mx + b$ می باشد که در آن m شیب و b نقطه y بر محور عمودی است.

مثال: با توجه به تابع خطی داده شده نمودارهای زیر را بدست آورید.

$$f(x) = 3x + 4$$



تذکره: فقط لیست در توابع خطی توان ا. ا. می باشد

$$f(0) = 3(0) + 4 = 4$$

$$f(-2) = 3(-2) + 4 = -2$$

$$f(4) = 3(4) + 4 = 16$$

$$f(a) = 22 \rightarrow b = 3(a) + 4 = 22 \rightarrow 3a = 22 - 4 \rightarrow 3a = 18 \rightarrow a = \frac{18}{3} = 6$$

$$f(b) = 2 \rightarrow a = 3(b) + 4 = 2 \rightarrow 3b = 2 - 4 \rightarrow 3b = -2 \rightarrow b = \frac{-2}{3}$$

$$f(x) = 9 \rightarrow x = 3(x) + 4 = 9 \rightarrow 3x = 9 - 4 \rightarrow 3x = 5 \rightarrow x = \frac{5}{3}$$

Subject:

Year: Month: Day: ()

نمونه نوشتن تابع درجه اول (تابع خطی)

زغای هر دو نقطه (x_1, y_1) و (x_2, y_2) دانسته باشیم می توانیم تابع خطی را با استفاده از رابطه مقابل

$$y - y_1 = m(x - x_1) \quad \text{به سبب خط (ضربت زایم)} \quad \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

بدست آوریم

مثال: در یک تابع خطی $f(0) = 2$ و $f(1) = 3$ باشد ضابطه تابع $f(x)$ را بدست آورید.

$$f(0) = 2 \rightarrow (0, 2) \quad (1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 2}{1 - 0} = 1$$

$$f(1) = 3 \rightarrow (1, 3) \quad (2)$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 2 = 1(x - 0) \rightarrow$$

$$y - 2 = 1x \rightarrow y = \frac{1}{1}x + 2$$

اگر نمودار تابع خطی $f(x)$ از مبدأ عبور کرده و $f(-1) = 2$ باشد ضابطه تابع $f(x)$ را بدست آورید.

$$f(-1) = 2 \rightarrow (-1, 2) \quad (2)$$

$$(0, 0) \rightarrow (0, 0) \quad (1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 0}{-1 - 0} = -2$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 0 = -2(x - 0) \rightarrow y = -2x$$

معادله m و n را چنان بیابید تا در تابع به ضرایب m و n داشته باشیم $f(x) = f$ و $f(1) = 1$

$$(1, 2) \text{ (1)} \quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f - 1}{1 - 1} = \frac{f}{0} = f$$

$$(1, 1) \text{ (2)} \quad y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 1 = f(x - 1) \rightarrow y = fx - f + 1 \rightarrow y = fx - f + 1$$

در تابع خطی f داریم $f(1) = 1$ و $f(2) = 2$ و $f(3) = 3$ و $f(4) = 4$ و $f(5) = 5$ و $f(6) = 6$ و $f(7) = 7$ و $f(8) = 8$ و $f(9) = 9$ و $f(10) = 10$ و $f(11) = 11$ و $f(12) = 12$ و $f(13) = 13$ و $f(14) = 14$ و $f(15) = 15$ و $f(16) = 16$ و $f(17) = 17$ و $f(18) = 18$ و $f(19) = 19$ و $f(20) = 20$ و $f(21) = 21$ و $f(22) = 22$ و $f(23) = 23$ و $f(24) = 24$

ابتدا معادله‌ی تابع را بدست می‌آوریم و سپس $f(1) = 1$ و $f(2) = 2$ را بیابیم

$$(1, 2) \text{ (1)} \quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 1}{2 - 1} = \frac{1}{1} = 1$$

$$(1, 2) \text{ (2)} \quad y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 1 = 1(x - 1) \rightarrow y = x - 1 + 1 \rightarrow y = x$$

$$y = 1(2) + 1 \rightarrow y = 2 + 1 \rightarrow y = 3$$

$$y = 1(3) + 1 \rightarrow y = 3 + 1 \rightarrow y = 4$$

نقطه‌ی تابع خطی از مبدأ می‌گذرد و $f(x) = x$ می‌باشد این صورت اختلاف $f(1) = 1$ و $f(2) = 2$ را بیابید

$$(1, 0) \text{ (1)}$$

$$(1, 0) \text{ (2)} \quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 1}{1 - 0} = \frac{-1}{1} = -1$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 0 = -1(x - 0) \rightarrow y = -x$$

$$f(1, 1) = y = -1 \left(\frac{1}{1}\right) = -\frac{1}{1} = -1 \quad \frac{1}{1} - 1 = \frac{1}{1} - \frac{1}{1} = 0$$

$$f(-1, 1) = y = -1 \left(-\frac{1}{1}\right) = \frac{1}{1} = 1$$

رسم نمودار خطی ۸

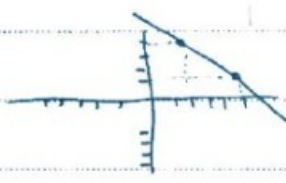
مثال ۸: ضابطه تابع خطی از سه نقطه (۲، ۳)، (۴، ۱) و (۱، ۲) مشخص کنید و نمودار آن را

رسم نمایید.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - 3}{4 - 2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 3 = -1(x - 2) \rightarrow y = -x + 2 + 3 \rightarrow y = -x + 5$$

x	۲	۴
y	۳	۱



نمودار تابع خطی $y = 2x + 3$ را رسم نمایید

x	۰	۱
y	۳	۵



Subject:

Year:

Month:

Day: ()

نمودار توابع زیر را رسم کنید

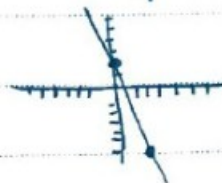
$$y = 2x + 4$$

x	0	1
y	4	6



$$y = -1.5x + 2$$


x	0	1
y	2	0.5



Subject:


Year: Month: Day: ()


1 تابع درجه دوم (پاره‌ای) تابع به معادله $y = ax^2 + bx + c$ می‌باشد که $a \neq 0$ می‌باشد تابع یک پاره‌ای

2
3 (معادله یک پاره‌ای) می‌باشد که نمودار آن به صورت  می‌باشد

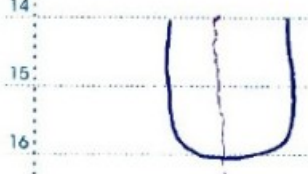
4
5  اگر $a > 0$

6
7  اگر $a < 0$

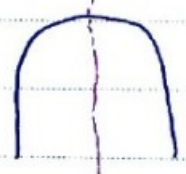
8
9 به طور مثال: نمودار تابع $y = 3x^2 + 5x - 14$ تقریباً به صورت  می‌باشد زیرا $a > 0$ است

10
11 و یک نمودار تابع $y = -x^2 + 8$ به صورت  می‌باشد زیرا $a < 0$ است

12
13 هر سهمی دارای یک محور تقارن می‌باشد. معادله آن به صورت $x = \frac{-b}{2a}$ است.



17 $x = \frac{-b}{2a}$ محور تقارن



17 $x = \frac{-b}{2a}$ محور تقارن

19 مثال: معادله محور تقارن سهمی $y = -4x^2 + 8x - 1$ را بدست آورید

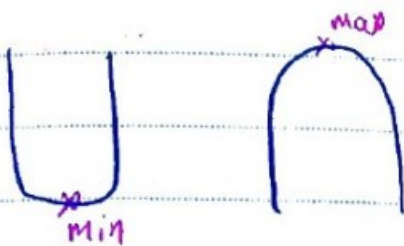
21 $y = -4x^2 + 8x - 1 \rightarrow a = \frac{-b}{2a} = \frac{-8}{2(-4)} = 1$

23 $y = 8x^2 + 2x + 2 \rightarrow a = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2(8)} = \frac{-1}{8}$

Subject:

Year:

Month: Day: ()



هر همی دارای یک نقطه min و max می باشد. به نقطه min و max رأس می گویند یعنی نیمی نیمی تویند و با S نشان می دهند

و مختصات آن برابر است با $S\left(\frac{-b}{2a}, \frac{\Delta}{4a}\right)$

$\begin{matrix} x \\ \downarrow \\ \frac{-b}{2a} \\ \downarrow \\ y \\ \downarrow \\ \frac{\Delta}{4a} \end{matrix}$

مثال: فضا را بر اساس همی های زیر مشخص کنید

$$y = 2x^2 - 7x + 1 \rightarrow S\left(\frac{-b}{2a}, \frac{\Delta}{4a}\right) \rightarrow S\left(\frac{7}{4}, \frac{-1}{4}\right) \text{ (1, 2)}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow 14 - 4(1)(1) = 10$$

$$y = x^2 - 9 \rightarrow S\left(\frac{-b}{2a}, \frac{\Delta}{4a}\right) \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 0 - 4(1)(9) = -36 \rightarrow S\left(\frac{0}{2(1)}, \frac{-36}{4(1)}\right) = S(0, -9)$$

1 با توجه به این که ضریب a منفی می باشد یعنی دهانه بصورت \cup است یعنی این نقطه رأس

نقطه \max می باشد

5 نکته اول معادله بصورت $y = a(x-h)^2 + k$ باشد معادله محور تقارن و مختصات رأس

بصورت زیر است

8 $a = h$ معادله محور تقارن

10 مختصات رأس: (h, k)

مثال:

14 $y = 3(x-5)^2 + 1$

16 $a = 3$ و $h = 5$ معادله محور تقارن

18 مختصات رأس: $(5, 1)$

معادله محور تقارن و مختصات بصورت زیر را بدست آورید

22 $y = 3(x+2)^2 + 9$

معادله محور تقارن $x + 2 = 0 \rightarrow x = -2$

رأس $S = (-2, 9)$

رسم نمودار سهمی ۸

برای رسم نمودار سهمی به ۳ نقطه نیاز داریم ابتدا طول محور تقاطع را می یابیم
 و پس یک نقطه قبل از آن در یک نقطه بعد از آن در دو نقطه جدول زیر قرار می دهیم.
 و این ۳ نقطه را بدست می آوریم با داشتن مختصات این ۳ نقطه می توان نمودار سهمی را رسم نمود.

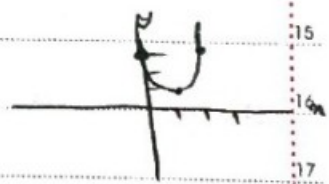
مثال ۱

ابتدا مختصات رسم و مختصات محور تقاطع سهمی به معادله $y = 2(x-1)^2 + 1$ را مشخص کرده

نمودار جدول و رسم نمودار

① معادله محور تقاطع
 (۱, ۱) و (۱, ۱) را رسم

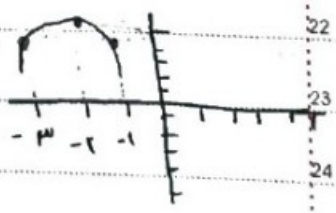
x	0	1	2
y	3	1	3



ابتدا مختصات رأس و محور تقاطع سهمی $y = -\frac{1}{4}(x+2)^2 + 5$ را بدست آورده و پس نمودار سهمی را

۲ - و جدول محور تقاطع
 (۵, -۲), S, رأس

x	-۳	-۲	-۱
y	$\frac{9}{4}$	۵	$\frac{9}{4}$ + ۲, ۵



Subject:

Year: Month: Day: ()

$$y = \frac{a}{r}x^2 + \frac{b}{r}x + \frac{c}{r}$$

معادله: $\frac{b}{ra}, \frac{c}{r(1)}, \frac{-b}{r} = -2$

محصولات: $(\frac{-b}{ra}, \frac{-\Delta}{4a}), (\frac{-b}{r(1)}, \frac{-1r}{r(1)}) \rightarrow S(\frac{-b}{r}, \frac{-1r}{r}) \rightarrow S(-2, -1)$

$\Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4(1)(1) = 4 - 4 = 0$

x	-2	-1	-1
y	-1	-1	-1



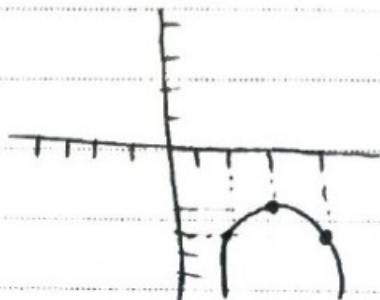
معادله: $y = x^2 + 2x - 1$

معادله: $\frac{b}{ra}, \frac{c}{r(1)}, \frac{-b}{r} = 1$

محصولات: $(\frac{-b}{ra}, \frac{-\Delta}{4a}) \rightarrow S(\frac{-4}{r(1)}, \frac{-4}{r(1)}) \rightarrow S(2, 1)$

$\Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4(1)(-1) = 8$

x	2	1	1
y	-1	-1	-1



№ 133

تذکره درستی از مسائل معادله درجه دوم را به ما نشانی دهید و ما باید خودمان آن معادله را بیابیم و دریم

مثال

مسئله مستطیلی ۲۴ متر است اگر اندازه یکی از اضلاع آن را با ۹ و مساحت آن را با ۵ نشان دهیم

ابتدا نقیصه را به مساحت را بر حسب ۹ رسم نماییم و سپس مشخص کردیم که برای چه مقداری از ۹ مساحت این

مستطیل max می شود

$$2(n+9) = 24 \rightarrow n+9 = \frac{24}{2} = 12 \rightarrow n = 12 - 9$$

$$S = n \cdot y = n(12 - n) = 12n - n^2$$

رابطه درجه دوم

$$S = 12n - n^2$$

$$n = \frac{-b}{2a} = \frac{-12}{2(-1)} = \frac{12}{2}$$

n	$\frac{11}{2}$	$\frac{12}{2}$	$\frac{13}{2}$
S	$\frac{49}{4}$	$\frac{36}{4}$	$\frac{25}{4}$

Subject:

Month:

Day: ()

Year:

مثال 6 در تابع $mx + ny = k$ به شرط اینکه حاصل ضرب m و n برابر $mn(a, y)$ مقدار شود مقدار m از رابطه $m = \frac{k}{n}$ به دست می آید.

$$m = \frac{k}{n}$$

$$n = \frac{k}{m}$$

مثال 7

مثال 8

در تابع $2x + 4y = 20$ مقدار x را بدست آورده m و n را در $mx + ny = k$ قرار دهیم.

$$m = \frac{20}{4} = 5$$

$$n = \frac{20}{2} = 10$$

تغییر

تغییرها نوعی باشد یعنی

یعنی آن تغییرهایی که قابل شمارش و اندازه گیری هستند (مثلاً قد و وزن)

یعنی آن تغییرهایی که قابل شمارش نیستند (مثلاً فرآیند تحصیل، فصل های سال، نوع لامپ های موجود در شهر)

فانم اسی (نسبت) فقط اعداد صحیح را می توانند داشته باشند مثلاً مقدار تصافیت و قد انسان های بلندی

نسبتی (پوشش) هر عددی را می توانند داشته باشند مانند (قد و وزن) افراد

ترتیبی ترتیب خاصی بین داده ها وجود دارد مثلاً فرآیند تحصیل یا ماه های سال

اسمی هیچ ترتیب خاصی بین داده ها وجود ندارد مثلاً گروه خون و نوع لامپ های موجود در کشور

۱ / ۱ / ۱

۱ میانگین ۸ میانگین و در دلی نسبت به جامعه در اختیار مآخذ می دهد

۲
۳ برای میانگین تنا کرده ها را به هم جمع کرده و سپس بر تعداد تقسیم می نمایم

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}}$$

۴
۵
۶
۷ مثال

۸
۹ میانگین ران های ۱، ۲، ۳ و ۴ و ۵ کیلومتر است

$$\frac{1 + 2 + 3 + 4 + 5}{5} = \frac{15}{5} = 3$$

۱۰
۱۱
۱۲
۱۳ میانگین اعداد ۵، ۶، ۷ و ۸ و ۹ چقدر است

$$\frac{5 + 6 + 7 + 8 + 9}{5} = \frac{35}{5} = 7$$

۱۴
۱۵
۱۶ اگر میانگین داده های ۱، ۲ و ۳ برابر ۳ باشد مقدار ۹ چقدر است

$$\frac{1 + 2 + 3}{3} = 3 \rightarrow 9 = 3 \times 3$$

زور افتاده

اول عددی که باقی‌مانده فاصله‌ی زیادی دارد عدد اولی یا در ابتدای اعدادی باشد یا در انتهای آن‌ها

۳، ۴، ۹، ۱۰، ۱۳، ۹۸

۱۲۹، ۱۳، ۱۳۲

اگر داده‌های خود را از کوچک‌ترین مرتبه لیست کن عددی در وسط قرار می‌گیرد میانگین آن‌ها

۲، ۴، ۸، ۹، ۱۱، ۱۳

۲، ۴، ۸، ۱۱، ۱۳، ۱۳

دوم تعداد اعداد فرد باشد

$$\frac{8+9}{2} = 8,5$$

میانگین آن‌ها عدد اعشاری داده‌ها نباشد

مثال میانگین داده‌های ۱۰، ۱۴، ۸۶، ۲، ۹۸، ۹۹ چیست؟

۱، ۲، ۱۴، ۴۸، ۸۶، ۹۹

میانگین داده‌های ۱۱، ۱۰، ۸۶، ۲، ۹۸، ۹۹ چیست؟

۱، ۲، ۱۱، ۱۴، ۴۸، ۸۶، ۹۹

$$\frac{11+14}{2} = \frac{25}{2} = 12,5$$

یادآوری ۸

واریانس و انحراف معیار ۸

اگر n عدد در صورت $91, 92, 93, \dots, 99$ داشته باشیم واریانس آن برابر است با $(5)^2$

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

واریانس $\sigma^2 = \sqrt{\text{انحراف معیار}}$
 نسبتاً

مثالی به درسی که می‌خوانید واریانس یا انحراف معیار را می‌توانید ابتدا میانگین را باقیم و سپس با استفاده از روابط

تفاوت واریانس و انحراف معیار را می‌بینیم.

مثال ۱

انحراف معیار داده‌های زیر بدست آورید.

$$45 + 28 + 72 + 5 + 4 + 44 + 49 + 41 + 47 + 18$$

۸۵، ۴۷، ۴۲، ۴۹، ۴۴، ۹۰، ۵، ۷۳، ۷۵، ۴۵ (الف)

$$\frac{47}{1} = 47, \quad (45-47)^2 + (28-47)^2 + (72-47)^2 + (5-47)^2 + (4-47)^2 + (44-47)^2 + (49-47)^2 + (41-47)^2 + (47-47)^2 + (18-47)^2$$

$$\frac{47}{1} = 47, \quad \frac{147}{1} = 147, \quad \frac{147}{1} = 147, \quad \sigma = \sqrt{147}$$

اعراف بنابر ابداع آورد

۲, ۴, ۶, ۸, N =

۱
۲
۳
۴ \checkmark میانگین = $\frac{۲, ۴, ۶, ۸, N}{۵} = \frac{۲۵}{۵} = ۵$

۵
۶ $(۲-۵)^۲ + (۴-۵)^۲ + (۶-۵)^۲ + (۸-۵)^۲ + (N-۵)^۲ = \frac{۳۴}{۵} = ۴,۸$

۷ اعراف $\Rightarrow \sigma = \sqrt{۴,۸}$

۹ ۴, ۹, ۱۶, ۲۵, ۳۶, ۴۹, ۶۴, ۸۱

۱۰
۱۱ \checkmark میانگین = $\frac{۴+۹+۱۶+۲۵+۳۶+۴۹+۶۴+۸۱}{۸} = \frac{۳۰۰}{۸} = ۳۷,۵$

۱۲ $(۴-۳۷,۵)^۲ + (۹-۳۷,۵)^۲ + (۱۶-۳۷,۵)^۲ + (۲۵-۳۷,۵)^۲ + (۳۶-۳۷,۵)^۲ + (۴۹-۳۷,۵)^۲ + (۶۴-۳۷,۵)^۲ + (۸۱-۳۷,۵)^۲ = \frac{۵۶۰}{۸} = ۷۰$

۱۳ اعراف $\Rightarrow \sigma = \sqrt{۷۰}$

تلمه معترضه

نام دهم اعتراف بهیار اعتراف از میانین باشد یعنی داده‌های با جقدر به میانین تا خط دارند

با بیان هر چه اعتراف بهیار بیشتر باشد یعنی پراکنده‌ها (تبت به میانین) بیشتر می‌باشد.

۹۹٫۹ درصد داده‌ها در بازه‌ی $(۳۶ + ۳۶ - ۳۶ - ۳۶)$

۹۹ درصد داده‌ها در بازه‌ی $(۲۶ + ۲۶ - ۲۶ - ۲۶)$

۹۸ درصد داده‌ها در بازه‌ی $(۶ + ۶ - ۶ - ۶)$

توجه! اگر بخواهیم بنحیض نگذاریم دارای پراکنده‌های بیشتری است اعتراف بهیار هر دسته را دوست آورده

و آن دسته‌ای که اعتراف بهیارش بیشتر باشد داده‌های آن پراکنده‌تر می‌باشد.

مثال

دو دسته داده‌ی زیر صفت فالایی را در هوا باران به صورت جداگانه بر حسب هزار زیل نشان می‌دهند:

الف) در ۳۱ دسته پراکنده‌ی بیشتر است

هزار اول	۸	۱۳	۹	۱۲	۱۰	۱۱	۱۲	۹	۱۰	۱۱	۱۰
هزار دوم	۱۰	۱۳	۸	۱۰	۹	۱۱	۱۰	۱۰	۱۱	۹	۱۰

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24

از
انحراف عمده هر دو را با هم مقایسه کنید. در این مورد به الگوی بستری می‌بالید.

ب) دانه‌های غیرات هم به از داده‌ها را در جدول آورید.

روش تری - بزرگترین دانه‌های غیرات

12 - 15 دانه‌های غیرات

14 - 18 دانه‌های غیرات

ج) توجیح می‌دهید از آنکه باز فریبید چه؟ آن باراری هم دارای انحراف عمده تری است.

Subject:

Year:

Month:

Day:

()

نقرات درس ریاضی دانش آموزی در طول سال برابر است با ۱۷ و ۱۶ و ۱۸ و ۷ و ۱۸ و ۱۶

الف) میانگین و میانگین را برای نقرات این دانش آموز حساب کنید.

۱۹، ۱۹، ۱۸، ۱۸، ۱۷، ۱۷، ۷، میانگین

$$\text{میانگین} = \frac{۷+۱۷+۱۸+۱۸+۱۹+۱۹}{۶} = \frac{۹۸}{۶} = ۱۶,۳۳$$

ب) کدام یک از مشخصه های قوس بیاطرف و غیر این دانش آموز در درس ریاضی با بعد از مشخص

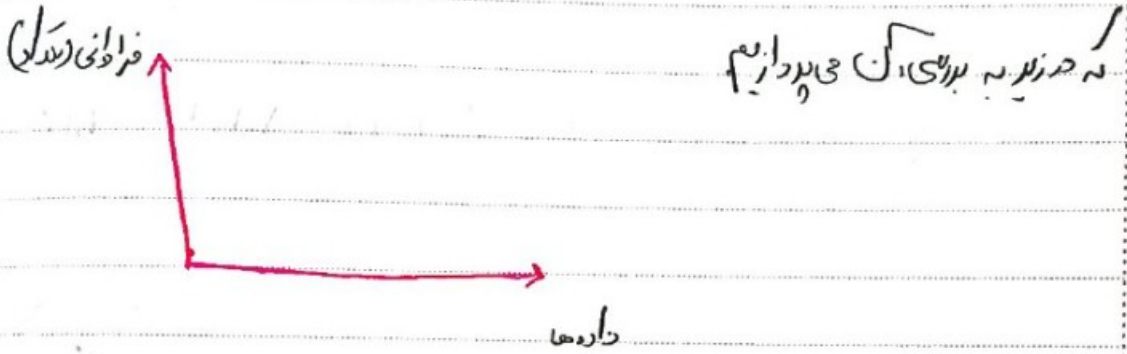
ج) این معلم در درس ریاضی این دانش آموز برای حیران نمره ۷ است. امتحان مجدد را به او بدهد برای این مشخصه های

در این دروس بیشتر از ۱۸ است و در این امتحان چه نمره ای باید نسبت دهد

$$\frac{۹۱+۹۱}{۲} = \frac{۱۸}{۱} \rightarrow ۹۱, ۹۱, ۱۰۸ \rightarrow ۹۱, ۱۰۸, ۱۰۸ \rightarrow ۱۷$$

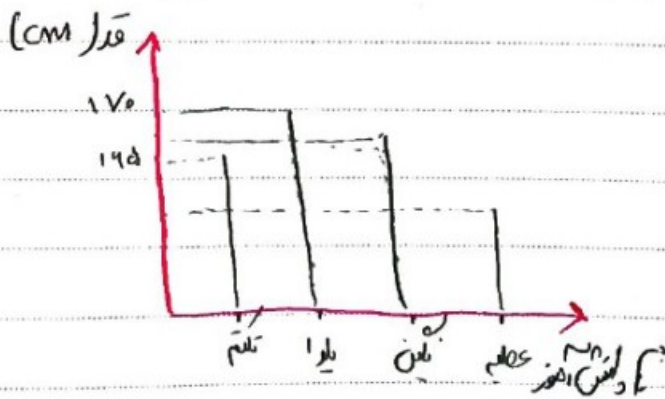
نمودار میله ای

با این روش های که می توان کارها را تفهیم داد و یا حتی با یکدیگر مقایسه کرد نمودار میله ای است



مثال

نمودار میله ای مربوط به قد دانش آموزان کلاس خود را بنویسید

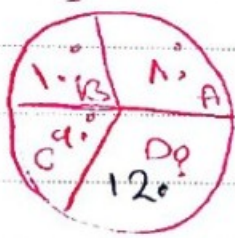


نمودار دایره ای؟

بسیار از نمودارهایی که می‌توانیم آن‌ها را با یکدیگر مقایسه کرد نمودار دایره ای می‌باشد.

نمودار دایره ای به دو صورت می‌تواند رسم شود:

یکی بر حسب درصد و دیگری بر حسب زاویه.



نحوه بدست آوردن درصد هر قسمت؟

$$A \text{ درصد} \times \frac{A \text{ تعداد}}{\text{تعداد کل}} \times 100$$

$$\text{زاویه} \times \frac{A \text{ تعداد}}{\text{تعداد کل}} \times 360$$



مثال: ۱۰ نفر و ۱۰ نفر و ۱۰ نفر و ۱۰ نفر و ۱۰ نفر و ۱۰ نفر و ۱۰ نفر و ۱۰ نفر و ۱۰ نفر و ۱۰ نفر

$$\frac{10}{14} \times 360 = 90$$

$$\frac{10}{14} \times 100 = 71,4$$

$$\frac{10}{14} \times 360 = 90$$

$$\frac{10}{14} \times 100 = 71,4$$

نصف هر شخص نصف است

نمودار نقطه ای

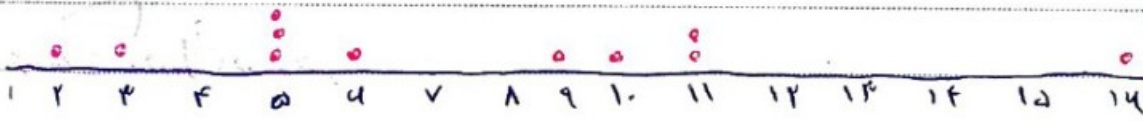
انرژی از اعداد را به صورت نقطه بالای محور علامت بزغیم (مثال دهیم) ب

نمودار حاصل نمودار نقطه ای لوبیز

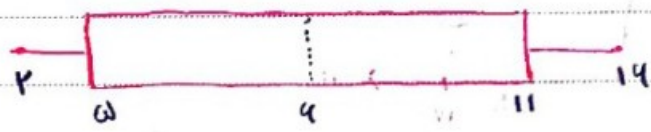
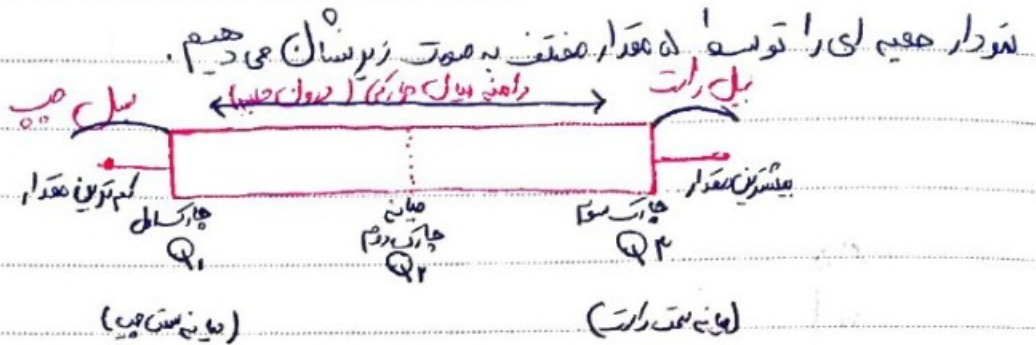
مثال

نمودار نقطه ای داده های زیر را رسم کنید

۱۹، ۱۱، ۱۱، ۹، ۵، ۵، ۵، ۵، ۵، ۳



تعداد جمع ای ۵



۱۲ و ۱۱ و ۱۰ و ۹ و ۸ و ۷ و ۶ و ۵ و ۴ و ۳ و ۲

$Q_1 = ۵$ میان $Q_2 = ۱۱$

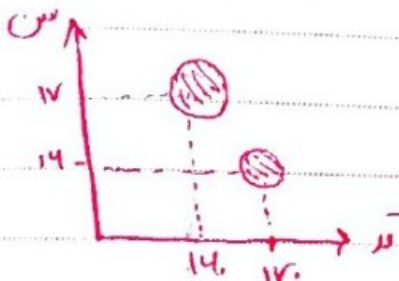
تعداد جمع ای داده های زیر را رسم نماید

- ۱۸ و ۱۳ و ۱۱ و ۱۱ و ۱۱ و ۹ و ۵ و ۴ و ۲

نمودار جیبی به

نمودار جیبی نموداری است که برای تعریف همزمان تغییر عددی به نامی رود در آن تابع جیبی نقطه

از دایره‌های توپر استفاده می‌نمایند.



هر نقطه یا دایره در نمودار جیبی در واقع یک تساوی مرتب به صورت $(\sqrt{3}, \sqrt{2}, \sqrt{1})$ را مشخص می‌نمایند

نقطه در آن داریم

$\sqrt{3}$ موقعیت نقطه روی محور افقی

$\sqrt{2}$ موقعیت نقطه روی محور عمودی

$\sqrt{1}$: اندازه نقطه (مسافت دایره)

(ساق دایره‌ها متناسب با جزر مقادیر متغیر سوا است)

تذکره: در نمودارهای جیبی متغیر سوا نباید دارای مقدار صفری یا منفی باشد.

سوال ۵

مقدار متغیر $س$ در نمودار همبستگی مناسب با کدام یک از موارد زیر است؟

الف) شعاع دایره‌ها (ب) قطر دایره‌ها (ج) عمق دایره‌ها (د) مساحت دایره‌ها

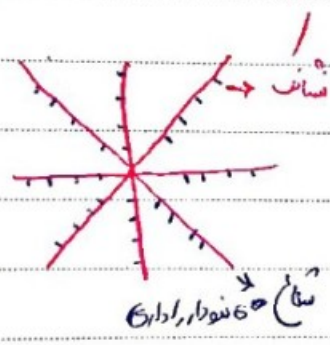
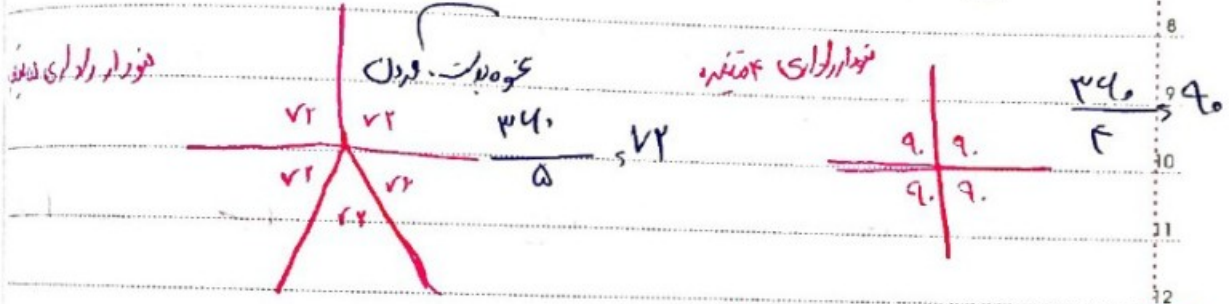
بر درستی سؤال صحت چند مقدار متغیر $س$ مناسب با کدام یک از موارد زیر است؟

نمودارهای همبستگی برای نمایش چند متغیر عددی در یک نمودار می‌تواند رخ دهد؟

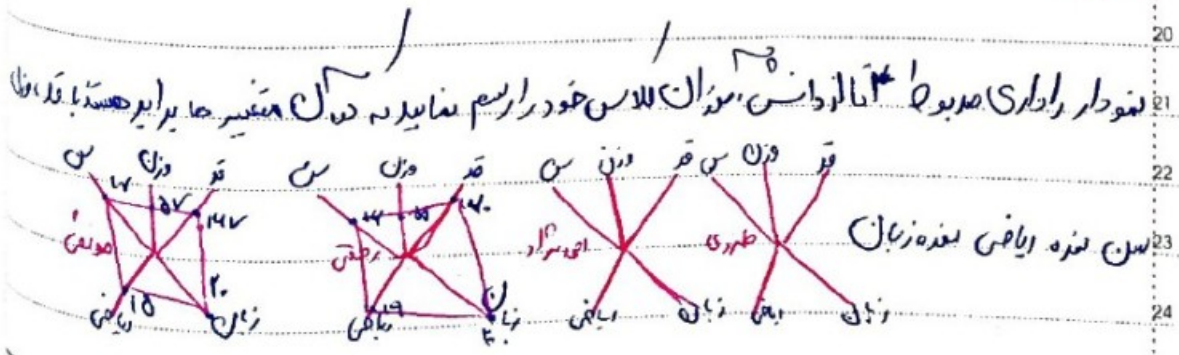
الف) یک متغیر (ب) دو متغیر (ج) سه متغیر (د) محدودیتی ندارد

نمودار راداری؟

نمودار راداری روشی برای نمایش داده‌های چند متغیره در غالب نمودارهای دایره‌ای است. در آن به تنهایی با بیشتر بر روی محورهای نشان داده می‌شود. نقطه برخورد این محورها یعنی لغت (محل قرارگیری و زاویه نمودار نسبت به محورهای اصلی) خاص را بیان می‌کند.



مثال؟



Subject:

Year: Month: Day: ()

۱ نمودار اداری برای نفاث داده‌های طبقه‌بندی شده در جدول زیر را ترسیم کنید.

۲
۳ زاویه بین شعاع‌های مجاور در نمودار اداری چه چیزی را نشان می‌دهد؟ مورد خاصی را نشان بدهی که در آن زاویه کوچکتر

۴
۵ مقدار تغییرات در بیشتر نمودارها کمتر می‌شود.

۶
۷ کاربرد نمودار اداری در ورزش چیست؟ قدرت و ضعف بازیکنان!

۸
۹ نمودار اداری چه چیزی به ما می‌گوید؟ کدام مسأله در خاستگاه داده‌ها بیشتر یا کمتر رخ داده است؟

۱۰
۱۱ کدام تغییر برای مسأله‌ها نسبت به تغییرات در بیشتر یا کمتر رخ داده است؟

۱۲
۱۳ بیشتر یا کمتر است.

۱۴
۱۵ اگر زاویه بین شعاع‌های مجاور در نمودار اداری ۴۰ درجه باشد چند تغییر در نمودار وجود دارد؟ $\frac{360}{40} = 9$