

فعالیت های اینجانب در زمینه های تالیف کتاب های آموزشی:

(۱) مولف کتاب تست میکرو طبقه بندی حساب دیفرانسیل
گلج (چاپ ۹۰)

(۲) مولف کتاب تست میکرو طبقه بندی حسابان **گلج**

(۳) مولف کتاب ریاضیات ۲ تجربی **هنگران**

(۴) مولف کتاب ریاضیات ۲ دوم دبیرستان **هنگران**

(۵) مولف کتاب مفاهیم و فرمول های ریاضی رشته ریاضی

جلد (۱) دیفرانسیل و ریاضیات پایه (کتاب لقمه) **مهرماه**

(۶) مولف کتاب مفاهیم و فرمول های ریاضی رشته ریاضی

جلد (۲) هندسه و گسسته (کتاب لقمه) **مهرماه**

(۷) مولف کتاب مفاهیم و فرمول های ریاضی رشته تجربی

(کتاب لقمه) **مهرماه**

(۸) مولف کتاب موضوعی مشتق **مهرماه**

(۹) مولف کتاب های آموزشی ریاضی **نوبل**

(۱۰) طراح تست آزمون های **کانون فرهنگی آموزش قلمچی**
(سال های ۹۰-۸۸)

(۱۱) طراح تست آزمون های **هنگران** (سال های ۹۰-۸۴)

ارادتمند شما رحیم قهرمان

۰۹۳۸۷۷۳۶۴۱۸



مکتب اقلود از اپلیکیشن پادرس

Rahim.ghahreman

لیست جزوات ریاضیات (مؤلف: رحیم قهرمان)

1. ریاضیات تجربی جامع (دهم، یازدهم و دوازدهم - ویژه کنکور)
2. ریاضی پایه و حسابان (ریاضی دهم، حسابان یازدهم و دوازدهم - ویژه کنکور)
3. ریاضی دوازدهم تجربی (ویژه کنکور)
4. حسابان دوازدهم (ویژه کنکور)
5. ریاضی دوازدهم تجربی (ویژه امتحان نهایی)
6. حسابان دوازدهم (ویژه امتحان نهایی)
7. ریاضی یازدهم تجربی (ویژه کنکور)
8. حسابان یازدهم (ویژه کنکور)
9. ریاضی دهم و ریاضی تجربی (ویژه کنکور)
10. ریاضی نهم (ویژه تیز هوشان)
11. ریاضی نهم (ویژه امتحان نهایی)

دانلود از اپلیکیشن پادرس

جهت ثبت سفارش می توانید به شماره **09120726440** تماس و یا به صفحه شخصی **@RahimGhahreman** مراجعه کنید.

(فصل پنجم عبارت های جبری)

درسنامه آموزشی ریاضی - تجربی ویژه کنکور

مؤلف: رحیم قهرمان درسی (1)

1) عبارت های جبری عبارت های هستند که از ترکیب اعداد حقیقی و حروف (متغیرها) ساخته شده اند.
 اعمال ریاضی به است و مانند $11 + 5xy - 3^2 y^2 x^3$ که تعداد از این عبارت ها یک عبارت جبری است.

2) یک جمله ای: اگر یک عبارت جبری بصورت ضرب یک عدد حقیقی از توان های صحیح و متغیر از یک یا چند متغیر باشد، آن عبارت جبری را یک جمله ای می نامیم. به عنوان مثال

$$\frac{\sqrt{2}}{2}, 4xy^3 \text{ (تمام اعداد حقیقی یک جمله ای هستند)}$$

3) ضرب یک جمله ای: در یک جمله ای ها، عدد یک جمله ای است ضرب عدوی یک جمله ای را می گویند.

4) در یک جمله ای: در جدول زیر، عبارت یک جمله ای را با یک مثال نشان بده ایم.

یک جمله ای	ضرب عدوی	درجه نسبت به x	درجه نسبت به y	درجه نسبت به تمام متغیرها
$5x^3y^7$	5	3 = توان x	7 = توان y	$3 + 7 = 10$ مجموع توان ها

نکته: درجه یک جمله ای $kz^k x^n y^m$ نسبت به x برابر n، نسبت به y برابر m، نسبت به z برابر k و نسبت به تمام متغیرها برابر $n+m+k$ است.

مثال: $3x^2$ درجه 2 نسبت به x، $5x^3$ درجه 3 نسبت به x، $4y^2$ درجه 2 نسبت به y، $11y^4$ درجه 4 نسبت به y.

درجه $kz^k x^n y^m$ نسبت به x برابر $n+m+k$ است.

درجه $kz^k x^n y^m$ نسبت به y برابر $n+m+k$ است.

(۲)

درجه $x^n y^m z^k$ نسبت به x و y و z $n+k+m=4$

حال با جمع طرفین مساوی‌ها است آمده داریم:

$$2n + 2k + 2m = 4 \Rightarrow m + n + k = 2$$

بنابراین درجه $x^n y^m z^k$ نسبت به تمام متغیرها ۲ برابر است.

یک جمله‌ای دهان متناسب به نسبت جمله‌ای‌های سمت راست به مرکز، نسبت فرضی می‌توان آن‌ها بیان کرد.

نسبت: $a^{m+2} b c^{n+2}$ و $\frac{1}{4} a^2 d^2 b^k$ - مساوی اند،

حاصل $kmn+y$ کدام است!

۲(۴)

-۲(۳)

۲(صفر)

-۱(۱)

با سطح اشتراک (x^2) در دو یک طرف مساوی، با اشتراک مساوی می‌توان مساوی‌ها را دراز کرد
اصلاً فضا را تنها در ضرایب مساوی دیده و چون اشتراک را دیده نشود، می‌توان آن
صفر است.

$$k = m + 2 \Rightarrow m = k - 2$$

$$k \geq 1$$

$$y = 0$$

$$n + 2 = 0 \Rightarrow n = -2$$

$$\Rightarrow mkn + y = -2 + 0 = -2$$

عملیات روی یک جمله‌ها

۱۱ جمع یا تفریق یک جمله‌ها: جمع یا تفریق تنها در ضرایب جمله‌های هم‌نام یا برابر است متناسب باشند. برای سایر موارد کافی است ضرایب یک جمله‌ها را جمع یا تفریق کنیم و متغیرها را همراه با توان آن‌ها در جوی آن بنویسیم.

۱۲ ضرب یک جمله‌ها: ابتدا ضرایب را در هم ضرب کنیم، سپس متغیرها را یک‌جا در هم ضرب کنیم. قواعد مربوط به ضرب اعداد تواندار در هم ضرب می‌کنیم.

۳) بتوان رساندن یک جمله ایها ابتدا مرتب یک
همه را بتوان در سیم = سین توان یک یک متغیرها را در توان صید مرتب
نسیم

نسبت: حاصل عبارت $(-4x)^2 \left(\frac{2}{x^2y^3}\right)^2 \left(-\frac{1}{2}xy^2\right)^3$ ($x, y \neq 0$)

(شرف کسلی تیرتو ۹۴)

۲۱۲

-۲۱۱

۲۷۱۴

۲۷۱۴

بسیخ: تیرتو ۲

$$\begin{aligned} (-\frac{1}{2}xy^2)^3 \left(\frac{2}{x^2y^3}\right)^2 (-4x)^2 &= -\frac{1}{8}x^3y^6 \times \frac{4}{x^4y^6} \times (-4x)^2 \\ &= \left(-\frac{1}{8} \times 4 \times (-4)\right) \left(x^3y^6 \times \frac{1}{x^4y^6} \times x\right) = \frac{2x^0y^0}{x^1y^0} = 2 \end{aligned}$$

نسبت: عبارت $2x^3 + 2ax^2y - x^2y + y^3 - b^2y^3$ بر حسب مرتبه
یک جمله ای است، تمام مرتبه درست است؟

$|b|=1$ و $a = -\frac{1}{2}$ ۱۲

$|b|=1$ ، $a = -\frac{1}{2}$

$|b|=1$ ، $a = \frac{1}{2}$ ۱۴

$|b|=1$ و $a = \frac{1}{2}$ ۱۴

بسیخ: تیرتو ۴) حاصل جمع عبارات انجام درجه اول است، را هم در نظر سیم

$$2x^3 + (2a-1)x^2y + (1-b^2)y^3$$

برای آن که عبارت یک جمله باشد این شروط باید: $2a-1=0$ و $1-b^2=0$ و $a = \frac{1}{2}$ و $b = \pm 1$

۱) هندسه ای: عبارتی صوری است که مصدر جمع صوری تقلا را یک جمله (در غیرتک جمله ای) باشد.
نکته: یک جمله ای ها هم هندسه ای محسوب شوند.

۲) درجه هندسه ای:

الف) بر حسب یک متغیر، برابر با بزرگترین توان آن متغیر است.

ب) بر حسب ۲ متغیرها، برابر با بزرگترین درجه جمله های آن است.

نسبت ۴ درجه اولییم به جایی که عدد حقیقی بگذاریم. درجه ۲ از جمله های ۵ درجه ۳ و ۲
نسبت به مقدار صفر داریم؟
(بیشترین جمله ای که در آن ۹۲)

$5x-2, x^2+2x+1, x^3+1, x^4+1, x^2+1, 2x^2-5x+2$

۵/۴

۴/۳

۳/۲

۲/۱

با بسط (بزرگترین) هندسه ای های x^2+1 و x^4+1 به نشان هر مقدار حقیقی x هیچ گاه صفر نشوند
از هر دو حقیقت استند.

نسبت ۴ اگر A و B و C درجه های ۵ درجه ۴ (سه درجه) بر حسب x باشند
 $A(B+C)$ بر حسب x از درجه ۵ هندسه ای است؟

۱) از درجه ۱۴ (۲) از درجه ۴ درجه ۴ می تواند تغییر کند.

۳) همواره از درجه ۱۴ است (۴) همواره از درجه ۴ است.

با بسط (بزرگترین) چون B و C با هم جمع شده اند درجه $B+C$ برابر $\max(3, 4)$ یعنی ۴ است.

همچنین $B+C$ در $A(B+C)$ برابر $2+4$ یعنی ۶ است.

سنت: کثر جمله‌ای

$$3x^2y^5 + x^n y^4 + 5xy^2$$

در ۹ ص ۹۰، صفرها را می‌توانیم مجموعاً در ۹ ص ۹۰ قرار دهیم. آیا می‌تواند هم‌مکان n باشد؟

$$\{new \mid n < 4\} \quad \{n \in \mathbb{Z} \mid n < 4\} \quad \{n \in \mathbb{N} \mid n < 4\} \quad \{new \mid n < 4\}$$

یا سعی کنیم n را بیابیم.

$$3x^2y^5 + x^n y^4 + 5xy^2, \quad n < 4, n \in \mathbb{N} \Rightarrow \{new \mid n < 4\}$$

$$\Rightarrow n + 4 \leq 9 \Rightarrow n \leq 4$$

n می‌تواند عدد صحیحی بین صفر تا ۳ باشد، اگر n عدد صحیحی باشد، عبارت جمله‌ای سنت.

سنت: حاصل جمله‌ای

$$x^5 - 12x^4 + 12x^3 - 12x^2 + 12x - 1$$

۹/۴

۱۰/۳

(۲) صفر

۱۱/۱

یا سعی کنیم n را بیابیم. فرض کنیم $n + 1 = 12 \Rightarrow n = 11$ در صورتی که n می‌تواند نوشت:

$$x^5 - 12x^4 + 12x^3 - 12x^2 + 12x - 1 = x^5 - (x+1)x^4 + (x+1)x^3 - (x+1)x^2 + (x+1)x - 1$$

$$= x^5 - x^5 - x^4 + x^4 + x^3 - x^3 + x^2 + x - 1 = x - 1 = 11 - 1 = 10$$

(۳) جمله‌های استاندارد کثر جمله‌ای را به حسب توان n نزدیک یک مقیاس (از بزرگ به کوچک)

ترتیب کنند، جمله‌های حاصل را به حسب توان استاندارد سنت، آن مقیاس را بیابند.

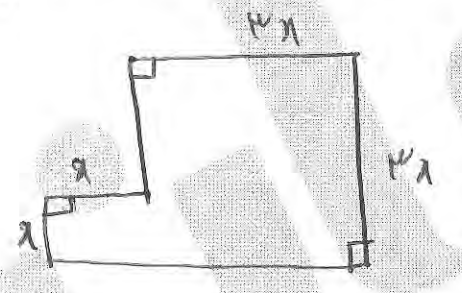
$$2x^3 - 5x^2 - \frac{1}{4}x^7 + 4 \xrightarrow{\text{نمایش استاندارد}} -\frac{1}{4}x^7 - 5x^2 + 2x^3 + 4$$

۴) جمع و تفریق چند جمله‌ای ها: برار جمع و تفریق دریا تعداد بیشتر چند جمله‌ای ها چه در است.
 در آن ها را با هم جمع یا تفریق نکنیم. اگر در دو چند، چند جمله‌ای را با هم جمع یا تفریق نکنیم،
 درجه‌ی چند جمله‌ای حاصل، حداکثر برابر بزرگترین درجه در چند جمله‌ای مفروض است.

۵) مرتب یک جمله‌ای در چند جمله‌ای: با توجه به خاصیت یکسانی مرتب نسبت به جمع،
 کافی است یک جمله‌ای را در هر کدام از جمله‌ات چند جمله‌ای، مرتب کنیم.

۶) مرتب چند جمله‌ای در چند جمله‌ای: به ازای مرتب بودن جمله‌ای، کافی است هر کدام از جمله‌ات
 یکی از چند جمله‌ای ها را در جمله‌ات چند جمله‌ای مرتب کنیم.

۵) نشان دهید اگر a و b عددهای طبیعی بزرگتر از ۱ باشند، حاصل $a+b+c$ برابر است با
 $a_n(bn+c)$ در شکل زیر، مجموع عددهای مستطین و مدار محیط شکل را به صورت



- ۱۴۱
- ۱۱۳
- ۱۴۲
- ۲۰۲۴
- پایه: نهم (۱۵)

$$\left. \begin{aligned} \text{محیط} &= 3x + 2x + x + x + 4x + 3x = 14x \\ \text{مساحت} &= x^2 + 4x^2 = 5x^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 10x^2 + 14x = 2x(5x + 7)$$

$\Rightarrow a=2, b=5, c=7 \Rightarrow a+b+c=14$
 مستطین اگر $5x^2 - 14x - 11 = 0$ باشد، حاصل
 ۱۵ (۳) ۱۲ (۲) ۱۱ (۱)

(۷)

درسنامه آموزشی ریاضی - تجربی ویژه کنکور

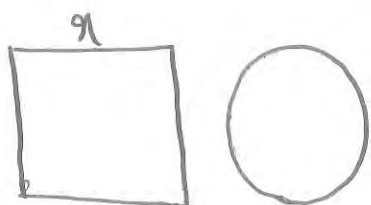
مؤلف: رحیم قهرمان

$$x^2 - 3x - 7 = 0 \Rightarrow x^2 = 3x + 7 \xrightarrow{x(x)} x^3 = 3x^2 + 7x$$

$$\underline{x^2 = 3x + 7} \rightarrow x^3 = 3(3x + 7) + 7x \Rightarrow x^3 = 9x + 21 + 7x \Rightarrow x^3 = 14x + 21$$

$$\Rightarrow x^3 - 14x - 21 = 0$$

نست: مجموع طول مربع و شعاع دایره در شکل زیر. است. اگر طول ضلع مربع را x بگیریم، مجموع مساحت مربع و دایره بر حسب x ، قدری x^3 چند است؟



$$1 - \pi \quad (۲)$$

$$2 + \pi \quad (۱)$$

$$1 + \pi \quad (۴)$$

$$\pi - 1 \quad (۳)$$

پایه: x (نترسید!) شعاع دایره x شود (چون مجموع شعاع دایره و ضلع مربع، است) $1-x$ رقیب:

$$\text{مجموع مساحت دایره و مربع} = x^2 + \pi(1-x)^2 = x^2 + \pi(1-x)(1-x)$$

$$= x^2 + \pi(1 - 2x + x^2) = x^2 + \pi(1 - 2x + x^2)$$

$$= (1 + \pi)x^2 - 2\pi x + \pi \Rightarrow \text{قدری } x^3 = 1 + \pi$$

نست: اگر $a + 2b + 3c + 4d + 5e = k$ و $a = 3e = 4b = 2d = e$ باشد، مقدار k را بیابید. a, b, c, d, e در مجموع مثبت شوند، آن مقدار k را بیابید. a, b, c, d, e در مجموع مثبت شوند، آن مقدار k را بیابید!

(واتر - ۲۰۰۰)

$$12 \cdot 14$$

$$10 \cdot 13$$

$$522 \cdot 12$$

$$17 \cdot 11$$

$$\left. \begin{aligned} 5a = e &\Rightarrow a = \frac{1}{5}e \\ 4b = e &\Rightarrow b = \frac{1}{4}e \\ 3c = e &\Rightarrow c = \frac{1}{3}e \\ 2d = e &\Rightarrow d = \frac{1}{2}e \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{5}e + \frac{1}{4}e + e + 2e + 5e = k$$

$$\Rightarrow \frac{1}{10}e + 1e = k \Rightarrow \frac{11}{10}e = k \Rightarrow e = \frac{10}{11}k$$

حال اگر بخواهیم اعداد a, b, c, d صحیح باشند، باید بر اعداد $۳۱۲, ۴۰۵$ بخش پذیر باشد، باید حداقل عدد ۹۰ باشد (کمترین عددی در نتیجه):

$$e=90 \Rightarrow 90 = \frac{10}{17}k \Rightarrow k = 4 \times 17 = 68$$

در نتیجه (۳۰) اتحاد

۱) تعریف اتحاد: اگر دو عبارت صوری $P(x)$ و $Q(x)$ باشند، آنگاه $P(x) = Q(x)$ را تعریف می‌کنیم. در عبارت $P(x)$ و $Q(x)$ را a, b, c, d می‌نویسند، که این‌ها را اتحاد می‌نامند.

نسبت اتحاد صوری

$$x^3 - 4x^2 + 11x - 4 = x^2(x-a) - 5x(x-b) + (x-c) - 1$$

به ازای هر x مقادیر a, b, c را بیابیم؟

۱۱۴

۵۱۳

۳۱۲

۲۱۱

پسندید؟ اگر نه، چون a, b, c اعداد صحیح هستند، باید این‌ها را بیابیم. از طرف دیگر، در این اتحاد، ضرایب a, b, c, d می‌تواند در هر ضریب x باشد، یا هم برابر باشند، یا نه.

$$x^2(x-a) - 5x(x-b) + (x-c) - 1 = x^3 - ax^2 - 5bx + x - c - 1 = x^3 - ax^2 - 5bx + x - c - 1$$

فاکتور x^2 فاکتور x

$$= x^3 - (a+5)x^2 + (b+1)x - c - 1 \Rightarrow$$

$$x^3 - 4x^2 + 11x - 4 = x^3 - (a+5)x^2 + (b+1)x - c - 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{ضریب } x^3: & 1=1 \\ \text{ضریب } x^2: & -4 = -(a+5) \Rightarrow a=1 \\ \text{ضریب } x: & 11 = b+1 \Rightarrow b=10 \\ \text{ضریب ثابت}: & -4 = -c-1 \Rightarrow c=5 \end{cases} \Rightarrow \frac{a+c}{b} = \frac{1+5}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

(9)

درسنامه آموزشی ریاضی - تجربی ویژه کنکور

مؤلف: رحیم قهرمان

لست: اگر تساوی $x^3 + bx^2 + cx + 4 = (x+1)(x+2)(x+a)$ یک اتحاد باشد،

حاصل $c + \frac{b}{a}$ کدام است!

۱۴ (۴)

۱۳ (۳)

۱۷ (۲)

۱۱ (۱)

پس از بسط $(x+1)(x+2)(x+a)$ با توجه به اینکه تساوی دارای درجه سه یک اتحاد است، باید به ازای هر عدد حقیقی x برقرار باشد. اکنون می‌توان نوشت:

$$x=0 \Rightarrow 1(2)(a) = 4 \Rightarrow a=2$$

$$x=-1 \Rightarrow 0 = -1 + b - c + 4 \Rightarrow b - c = -3$$

$$x=-2 \Rightarrow 0 = -8 + 4b - 2c + 4 \Rightarrow 2b - c = 1$$

حال از حل دستگاه درجه اول و دوم $\begin{cases} b - c = -3 \\ 2b - c = 1 \end{cases}$ خواهیم داشت $b=4$ و $c=7$ که در نتیجه

$$c + \frac{b}{a} = 7 + \frac{4}{2} = 11$$

روشن‌های تجربی: در تجربی یک ضمیمه‌های روش‌های زیر برده است:
 (۱) فاکتورگیری (۲) استفاده از اتحادها (۳) رستده بندی

(۴) تجربی روش فاکتورگیری: وقتی است که نام یک جمله‌های عبارتی جبهه‌های دارد، در این حالت می‌توان گفت که این عامل برابر است با یک جمله‌ای متشکل از همه حروف مشترک در جمله‌های ضمیمه‌های پاک‌ترین.

لست: در عبارتی $N = a + b + ab$ اگر $N+1$ عددی اول باشد، مقدار a^2b^2 کدام است!

۸۱۴

۹ (۳)

۱۲۱ (۲)

۱۱ (۱)

(۶)

درسنامه آموزشی ریاضی - تجربی ویژه کنکور

مؤلف: رحیم قهرمان

$$N = a + b + ab \Rightarrow N = a(1+b) + b \Rightarrow N+1 = a(1+b) + b + 1$$

$$\Rightarrow N+1 = (1+b)(1+a)$$

حرفه $N+1$ اول است پس $(1+b)$ عددی است بین b و $b+1$ صفر است

و $a^2 b^2$ برابر صفر است.

نکته: مجموع صفر عبارت است از صفر و چون یک یک آن عبارت صفر است پس $A^2 + B^2 + C^2 = 0$

$$A^2 + B^2 + C^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} A=0 \\ B=0 \\ C=0 \end{cases}$$

نست: (زاویه) $(x-5)^2 + (2x+5y)^2 + (2x+y-2)^2 = 0$ حاصل 2 می باشد!

9 (۴

۱۲۳

۱(۲

۱۲(۱

مجموع (۲)

$$\underbrace{(x-5)^2}_{\text{تساوی}} + \underbrace{(2x+5y)^2}_{\text{تساوی}} + \underbrace{(2x+y-2)^2}_{\text{تساوی}} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-5=0 \Rightarrow x=5 \\ 2x+5y=0 \xrightarrow{x=5} y=-2 \\ 2x+y-2=0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2x+y-2=0 \xrightarrow{x=5, y=-2} 10-2-2=0 \Rightarrow 2=1$$

درسنامه (۱۹)

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

(۱) اتحاد مربع دو جمله‌ای (مجموع دو جمله‌ای):

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

(۲) اتحاد مربع دو جمله‌ای (مربع تفاضل دو جمله‌ای):

تست: مربع عدد

(معدله‌ای هرگز ۹۵)

$$3\sqrt{3} - \sqrt{75} - \sqrt{5}$$

$$4\sqrt{5} + 4\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$$

$$92 - 1\sqrt{5}$$

$$17 + 4\sqrt{15}$$

بسط: $(3\sqrt{3} - \sqrt{5})^2$ ابتدا عبارت را با استفاده از خواص اعداد گویا بازنویسید و بسط دهید:

$$3\sqrt{3} - \sqrt{5} - \sqrt{5} = 3\sqrt{3} - \sqrt{3 \times 25} - \sqrt{5} = 3\sqrt{3} - 5\sqrt{3} - \sqrt{5}$$

$$= -2\sqrt{3} - \sqrt{5} \xrightarrow{\text{مربع عدد}} (-2\sqrt{3} - \sqrt{5})^2 = (-2\sqrt{3})^2 + (-\sqrt{5})^2 + 2(-2\sqrt{3})(-\sqrt{5})$$

$$= 12 + 5 + 4\sqrt{15} = 17 + 4\sqrt{15}$$

سنت حاصل عبارت $(a-b)^2 + (a+b)^2 - c^2$ در صورتی که a, b, c سه ضلع مثلث قائم الزامی هستند، کدام است؟

$a^2 + 2b^2$ (۴) b^2 (۳) a^2 (۲) c^2 (۱)

بسط: $(3\sqrt{3} - \sqrt{5})^2$

$$(a-b)^2 + (a+b)^2 - c^2 = a^2 + b^2 - 2ab + a^2 + b^2 + 2ab - c^2 = 2(a^2 + b^2) - c^2$$

از طرف دیگر a, b, c سه ضلع مثلث قائم الزامی هستند، c وتر است، داریم:

$$2(a^2 + b^2) - c^2 = 2c^2 - c^2 = c^2$$

سنت: اختلاف مربعات دو عدد فرقی است، همواره برابر عدد زوج نمیباشد، کدام است؟

4 (۱) 3 (۲) 5 (۳) 8 (۴)

بسط: $(2k+1)^2$ و $(2k-1)^2$ عدد صحیح است، بنابراین:

$$(2k+1)^2 - (2k-1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 - (4k^2 - 4k + 1) = 4k^2 + 4k + 1 - 4k^2 + 4k - 1 + 4k - 1 = 8k - 1$$

پس حاصل، همواره برابر ۱ نیست، کدام است؟

(۳) تجزیه از راه اتحاد مربع دو جمله‌ای: هرگاه دو جمله از یک سه جمله‌ای مربع باشند و جمله سوم با دو برابر حاصلضرب جذرها آن دو جمله برابر باشند، سه جمله‌ای را به صورت $a^2 \pm 2ab + b^2$ یا $(a \pm b)^2$ می‌توان نوشت.

فرض کنید: $a = r - \sqrt{s}$ و $b = r + \sqrt{s}$ ، مقدار عبارت $a^2 + b^2 - 2ab$ را بیابید!
(تیزهوشان)

۴۳ (۴)

۱۲ (۳)

۱۴ (۲)

۱۵ (۱)

پاسخ: تیزهوشان (۳)

$$a^2 + b^2 - 2ab = (a-b)^2 \frac{a=r-\sqrt{s}}{b=r+\sqrt{s}} (r-\sqrt{s} - (r+\sqrt{s}))^2$$

$$= (r-\sqrt{s} - r - \sqrt{s})^2 = (-2\sqrt{s})^2 = 4s = 12$$

سؤال: حاصل $\frac{(a^{-m})^{-m} (a^{-n})^{-n} (a^m)^{2n}}{(b^{-m})^{-m} (b^{-n})^{-n} (b^{2n})^m}$ را بیابید؟

$$\left(\frac{b}{a}\right)^{(m+n)^2} \quad (۴) \quad \left(\frac{b}{a}\right)^{(m-n)^2} \quad (۳) \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{(m+n)^2} \quad (۲) \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{(m-n)^2} \quad (۱)$$

پاسخ: تیزهوشان (۲)؛ استفاده از قوانین توان. عبارت a در امکان ساده می‌شود.

$$\frac{(a^{-m})^{-m} (a^{-n})^{-n} (a^m)^{2n}}{(b^{-m})^{-m} (b^{-n})^{-n} (b^{2n})^m} = \frac{a^{m^2} \times a^{n^2} \times a^{2mn}}{b^{m^2} \times b^{n^2} \times b^{2mn}}$$

$$= \frac{a^{m^2+n^2+2mn}}{b^{m^2+n^2+2mn}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{m^2+n^2+2mn} = \left(\frac{a}{b}\right)^{(m+n)^2}$$

سؤال: اگر قطر یک مثلث برابر با مساحت آن $\frac{1}{2}ab$ ، قطر آن را بیابید؟

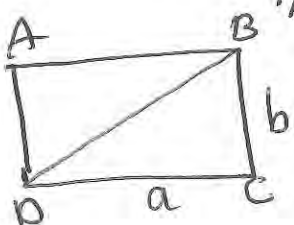
۴۹ (۴)

۲۸ (۳)

۱۴ (۲)

۷ (۱)

پاسخ: تیزهوشان (۲) در مثلث اگر طول مسطحی برابر a و عرض آن برابر b باشد، طول قطر آن برابر $\sqrt{a^2 + b^2}$ است. مساحت آن ab و قطر آن $\frac{1}{2}(a+b)$ است.



$$\sqrt{a^2 + b^2} = \frac{1}{2}(a+b) \Rightarrow a^2 + b^2 = \frac{1}{4}(a+b)^2 \quad (۱)$$

$$ab = \frac{1}{4}(a+b)^2 \Rightarrow 4ab = (a+b)^2 \quad (۲)$$

(۱۳)

درسنامه آموزشی ریاضی - تجربی ویژه کنکور

مؤلف: رحیم قهرمان

کدام روابط (۱) و (۲) را جمع و بسازیم:

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 100 \\ 2ab = 94 \end{cases} \Rightarrow a^2 + b^2 + 2ab = 194 \Rightarrow (a+b)^2 = 194 \Rightarrow a+b = 14$$

$$\Rightarrow \text{مقدار } 2(a+b) = 2 \times 14 = 28$$

سنت: اگر عبارت $x^2 + m(m+1)x + 44$ مربع کامل یک دو جمله‌ای باشد، مقدار m کدام است؟

- ۱) ۱۴ ۲) ۱۲ ۳) ۱۳ ۴) ۱۵

پایه: $x^2 + m(m+1)x + 44 = A^2 \Rightarrow A = (x+4) \Rightarrow A^2 = x^2 + 12x + 34$

$$\Rightarrow m(m+1) = 12 \Rightarrow m = 3$$

۱۴) نتایج روابط در مربع مجموع و تفاضل دو جمله‌ای: (انگاره‌های ۱۳)

- ۱) $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$ ۲) $a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab$
 ۳) $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$ ۴) $(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$

سنت: اگر مجموع دو عدد طبیعی ۹ و حاصل ضرب آن‌ها ۱۴ باشد، مجموع مربعات آن‌ها کدام است؟

- ۱) ۶۹ ۲) ۵۳ ۳) ۸۱ ۴) ۷۷

پایه: $x^2 + y^2 = 11 - 2x$

$$\begin{cases} x+y=9 \\ xy=14 \end{cases} \Rightarrow x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy = 9^2 - 2 \times 14 = 81 - 28 = 53$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = 53$$

نسبت: اگر $a \neq b$ در دو طرف نیز $(a \neq b)$ داشته باشیم و مقدار عدد a b پیدا است؟

$$\begin{matrix} (1) \times (-) & (2) \times 1 & (3) \times (-) & (4) \times 1 \\ \hline \end{matrix}$$

پس به ترتیب (1) و (2) را از طرفین راست و (3) و (4) را از طرفین چپ جمع کنیم تا به:

$$\begin{cases} a^2 + 1 = 2b \\ b^2 + 1 = 2a \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع کنیم}} a^2 + 1 - b^2 - 1 = 2b - 2a \rightarrow$$

$$a^2 - b^2 = -2(a - b) \Rightarrow (a - b)(a + b) = -2(a - b) \xrightarrow{a \neq b} a + b = -2$$

در این طرفین دو طرف را با هم جمع کنیم تا به:

$$\begin{cases} a^2 + 1 = 2b \\ b^2 + 1 = 2a \end{cases} \rightarrow a^2 + 1 + b^2 + 1 = 2(a + b) \Rightarrow a^2 + b^2 + 2 = 2(a + b)$$

$$\underline{a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab} \quad (a + b)^2 - 2ab + 2 = 2(-2) \Rightarrow (a + b)^2 - 2ab + 2 = -4$$

$$\Rightarrow ab = 5$$

نتیجه تفریق: اگر حاصل عدد $(a - b)(a + b)$ را انجام دهیم خواهم داشت

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

برای اعداد منبسط و بسط دهیم:

$$a = 5, b = 1$$

نسبت: حاصل عبارت $(\sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{5})(\sqrt{5} + \sqrt{3} + 5)$ کدام است؟

$$(1) \quad -2\sqrt{3} \quad (2) \quad 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} \quad (3) \quad 5\sqrt{3} - 4\sqrt{3} \quad (4) \quad 5\sqrt{3}$$

$$= \frac{1}{5}(x^4 - y^4) + \frac{1}{5}y^4 = \frac{1}{5}x^4 - \frac{1}{5}y^4 + \frac{1}{5}y^4 = \frac{1}{5}x^4 \xrightarrow{x=20} \frac{20^4}{5}$$

$$= \frac{20 \times 20 \times 20 \times 20}{5} = 4 \times 20^3$$

۲) تجزیه از راه افکار منسوج: اگر در عبارتی دو جمله مربع کامل از هم کم شوند، می توان آن عبارت را

را یک افکار منسوج تجزیه کرد

مثال: $x^5 - 11x$ در کسری صفر حاصل شود تجزیه صورت

نست: عبارت

(نوع اولی) (۴۵)

۵ ۴

۴ ۳

۳ ۲

۲ ۱

$$x^5 - 11x = x(x^4 - 11) = x(x^2 - 4)(x^2 + 4) = x(x-2)(x+2)(x^2 + 4)$$

پایه تجزیه شد

بسیار ساده و شیرین عبارت را در این حالت می توان تجزیه کرد

نست: اگر $a^4 - b^4 = 2$ و $a - b = 4$ حاصل $a^3 + ab^2 + a^2b + b^3$ برابر است با!

۱۷ ۱۴

۱۲ ۱۳

۵ ۲

۴ ۱

پایه تجزیه شد (۲۷) ابتدا به یک افکار منسوج می توان نوشت:

$$a^4 - b^4 = (a^2 - b^2)(a^2 + b^2) = (a - b)(a + b)(a^2 + b^2)$$

آنوقت می توان نوشت

$$(a - b)(a + b)(a^2 + b^2) = 2 \xrightarrow{a - b = 4} 4(a + b)(a^2 + b^2) = 2$$

$$\Rightarrow (a + b)(a^2 + b^2) = \frac{1}{2} \quad (*)$$

حاصل عبارت $a^3 + ab^2 + a^2b + b^3$ به یک فاکتورگیری تجزیه می شود

$$\underbrace{a^3 + ab^2}_{\text{فاکتور از } a} + \underbrace{a^2b + b^3}_{\text{فاکتور از } b} = \underbrace{a(a^2 + b^2) + b(a^2 + b^2)}_{\text{فاکتور از } a^2 + b^2} = (a + b)(a^2 + b^2)$$

$$\xrightarrow{(*)} (a + b)(a^2 + b^2) = \frac{1}{2}$$

(۱۷)

درسنامه آموزشی ریاضی - تجربی ویژه کنکور

مؤلف: رحیم قهرمان

نست: حاصل عبارت

نست: حاصل عبارت! $\sqrt{4+94\sqrt{4+94\sqrt{4+94\times 100}}}$ (نوع اولی) $\sqrt{4+94\sqrt{4+94\sqrt{4+94\times 100}}}$ (نوع دوم)

94 (۴)

91 (۳)

100 (۲)

94 (۱)

بسط: $\sqrt{4+94\sqrt{4+94\sqrt{4+94\times 100}}} = \sqrt{4+94\sqrt{4+94\sqrt{4+(100-2)(100+2)}}$

$= \sqrt{4+94\sqrt{4+94\sqrt{4+100^2-4}}} = \sqrt{4+94\sqrt{4+94\times 100}} = \sqrt{4+94\sqrt{4+(91-2)(91+2)}}$

$= \sqrt{4+94\sqrt{4+91^2-4}} = \sqrt{4+94\times 91} = \sqrt{4+(94-2)(94+2)}$

$= \sqrt{4+94^2-4} = 94$

درینامی (۴) اتحادیه همبند

(۱) اتحادیه همبند:

$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

نست: اگر $ab = -3$ و $a-b = 1$ در عبارت $A = \frac{(x+2a)(x-2b)+1}{2x^2+4x+14}$ $\sqrt{4+94\sqrt{4+94\sqrt{4+94\times 100}}}$

$\frac{1}{2}$ (۴)

(۳) -1

(۲) 1

$\frac{1}{2}$ (۱)

بسط: $\sqrt{4+94\sqrt{4+94\sqrt{4+94\times 100}}}$ ابتدا عبارت A را یک اتحادیه همبند کاسه کنیم:

$A = \frac{x^2 + (2a-2b)x + (2a)(-2b) + 1}{2(x^2 + 2x + 14)} = \frac{x^2 + 2(a-b)x - 4ab + 1}{2(x^2 + 2x + 14)}$

نست: جایگزینی مقادیر $a-b = -1$ و $ab = -3$ در عبارت بالا داریم:

$A = \frac{x^2 + 2x + 13}{2(x^2 + 2x + 14)}$  [دانلود از اپلیکیشن پارس](#)

نسبت زیر = ۰ $x^2 - x - 10 = 0$ حاصل

۱(۱) $-1(2)$ $2(3)$ $-2(4)$

سعی کنید اینها را با هم جمع کنید

$(x+1)(x+2)(x-4) = (x^2 + 3x + 2)(x-4) = \frac{x^2 + x + 10}{x^2 + x + 10} (x+10 + 3x + 2)(x-4)$
 $= (4x+12)(x-4) = 4(x+3)(x-4) = 4(x^2 - x - 12) = 4(x+10 - x - 12)$
 $= 4(-2) = -8$

نسبت اولی از وسطی با اعداد ۳ و ۵، ۳ و ۵ یک مسطحین (مربع، اربعه) را میسازد و ۴ و ۵ اعداد مربع را میسازد. مساحت با هم برابر است!

۱(۱) $5x+17$ $2(2)$ $5x+17$ $3(3)$ $4x+19$ $4(4)$ $5x+19$

سعی کنید اینها را با هم جمع کنید

مساحت مسطحین بزرگتر = $(x+4)(x+5) = x^2 + 9x + 20$
مساحت مسطحین کوچکتر = $(x+4)(x-1) = x^2 + 3x - 4$

مساحت با هم برابر = $(x^2 + 9x + 20) - (x^2 + 3x - 4) = 6x + 24$

۲) تجزیه یک اتحادیه همیشگی: بیان تجزیه سه ضلعی در دو ضلعی $x^2 + mx + n$ (در صورت امکان) همان دو عدد را میبینیم که مجموع آن ها حاصل ضربشان m و n باشد. در صورتی که این دو عدد p و q باشند آن ها:

$x^2 + mx + n = (x+p)(x+q)$

نسبت حاصل عبارت $+2(x^2 + 4x + 2)^2 + 3(x^2 + 4x + 2) + 2$ برابر است با:

۱(۱) $(x-2)^2(x+4)(x+1)$ $2(2)$ $(x+2)^2(x-4)(x-1)$

۳(۳) $(x+2)^2(x+4)(x+1)$ [دانلود از اپلیکیشن پادرس](#)

یاسغ: نزنه (۳) طبق تجزیه، اگر کاریک به شکل درج:

$$(x^2 + 4x + 2)^2 + 3(x^2 + 4x + 2) + 2 = [(x^2 + 4x + 2) + 1][(x^2 + 4x + 2) + 1]$$

$$= (x^2 + 4x + 4)(x^2 + 4x + 3) = (x + 2)^2 (x + 3)(x + 1)$$

نست: هرگاه بزرگترین مقسوم علیه مشترک در هر $(a < b)$ برابر 4 و کوچکترین مقرب مشترک آن ها 34 و مجموع آن ها برابر 30 باشد، آن گاه حاصل $2a + b$ برابر است با:

- ۴۲ (۱)
- ۴۱ (۲)
- ۳۴ (۳)
- ۴۴ (۴)

یاسغ: نزنه (۱۵)

$$\begin{cases} a \times b = L \times d = 34 \times 4 = 136 \\ a + b = 30 \Rightarrow b = 30 - a \end{cases} \Rightarrow a(30 - a) = 136 \Rightarrow a^2 - 30a + 136 = 0$$

$$\Rightarrow (a - 18)(a - 12) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 12, b = 18 \Rightarrow 2a + b = 42 \\ a = 18, b = 12 \quad (a < b) \end{cases}$$

درسنامه (۱) اتحاد جاق و لاغر

(۱) اتحاد مجموع ملقب درجه:

(۲) اتحاد تفاضل ملقب درجه:

$$(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3+b^3$$

$$(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3$$

نست: اگر $(x+1)(x^2+x+1) = 9$ و $(x-1)(x^2-x+1) = 5$ ، حاصل x^4 کدام است؟

- ۲۴ (۱)
- ۲۵ (۲)
- ۴۵ (۳)
- ۴۴ (۴)

یاسغ: نزنه (۱۶) اگر مضرب درستی

$$(x+1)(x^2+x+1) = 9 \text{ و}$$

$$(x-1)(x^2-x+1) \geq 0$$

(x+1)(x^2+x+1)(x-1)(x^2-x+1)=9x^5 => [(x-1)(x^2+x+1)][(x+1)(x^2-x+1)]

=> (x^3-1)(x^3+1)=9x^5 => x^6-1=9x^5 => x^6=9x^5

نکته: تقدر عددی باره (1+x)/x به ازای x= cube root of 9 + cube root of 2 + 1

۴۱ ۲ (۲) ۱ (۳) ۱۴ (۴)

پایه: (x^3-1)(x^3+1) عبارت x را در صفره (cube root of 2)^2 + cube root of 2 + 1 به ترتیب و کنیم. حال بیان ساده کرده و از اتحاد ها و لاغری استفاده کنیم. بیان این کار عبارت x را در 1 - cube root of 2 ضرب و کنیم. داریم:

(cube root of 2 - 1)x = (cube root of 2 - 1)((cube root of 2)^2 + cube root of 2 + 1) = (cube root of 2)^3 - (1)^3 = 2 - 1 = 1

=> (cube root of 2 - 1)x = 1 => 1/x = cube root of 2 - 1 => 1/x + 1 = cube root of 2 => (1+x)/x = cube root of 2

توجه: (1+x)/x = 2

نکته: اگر a^3 + vb = b^3 + va و a و b در مرتبه های مختلف باشند، تقدر b را +va و تقدر a را +vb

۴۱ ۷ (۲) ۱۴ (۳) ۱۴ (۴)

a^3 + vb = b^3 + va => a^3 - b^3 = va - vb => (a-b)(a^2 + ab + b^2) = v(a-b)

(a != b) => a^2 + ab + b^2 = v => a^2 + b^2 = v - ab =>

a^2 + b^2 - 2ab = v - ab - 2ab => (a-b)^2 = v - 3ab

v - 3ab > 0 => ab < v/3 -> ab = t a, b in W -> a = t, b = t => a = b = t

=> a + b = 3

درستی (۸) اتحاد مکعب دو جمله‌ای

(۱) اتحاد مکعب مجموع دو جمله:

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

(۲) اتحاد مکعب تفاضل دو جمله:

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

سنت: اگر ستادی $(2+\sqrt{3})^3 = a + b\sqrt{3}$ بیقرار باشد، حاصل $a+b$ برابر است؟

۱۵۱۱ ۴۵۱۲ ۲۹۱۳ ۴۱۱۴

پسند: اگر ستادی (۱) ابتدا به یک اتحاد مکعب دو جمله در حاصل عبارت $(2+\sqrt{3})^3$ را می‌نویسیم:

$$(2+\sqrt{3})^3 = 2^3 + 3(2)^2(\sqrt{3}) + 3(2)(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{3})^3 = 1 + 12\sqrt{3} + 11 + 3\sqrt{3}$$

$$= 24 + 15\sqrt{3}$$

اخذ از ستادی $24 + 15\sqrt{3} = a + b\sqrt{3}$ و برابری می‌کنیم، $a=24$ و $b=15$ و $a+b=39$

$$\Rightarrow a+b = 39$$

سنت: اگر حاصل عبارت $(x-1)^3(x+1)^3(x^2-x+1)^3(x^2+x+1)^3$ برابر $a+bx^4+c$ باشد،

$$a+bx^4+c = x^{11} + ax^{12} + bx^4 + c$$

۱۱ ۱۲ ۴ ۳ ۴

$$(x-1)^3(x+1)^3(x^2-x+1)^3(x^2+x+1)^3 = [(x+1)(x^2-x+1)(x-1)(x^2+x+1)]^3$$

$$= [(x^2+1)(x^2-1)]^3 = (x^4-1)^3 = x^{12} - 3x^8 + 3x^4 - 1$$

مقایسه ضرایب می‌کنیم $x^{12} - 3x^8 + 3x^4 - 1 = x^{11} + ax^{12} + bx^4 + c$

برابر می‌نویسیم:

$$x^{12} - 3x^8 + 3x^4 - 1 = x^{11} + ax^{12} + bx^4 + c \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-3 \\ c=-1 \end{cases} \Rightarrow a+b+c = -1$$

۱۴) اتحاد کعبی: این نوع اتحادها، نتایج اتحاد کعبی و مکعب دومین است.

۱) $a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$

۲) $a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b)$

۳) $(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$

۴) $(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$

تست: اگر $\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x^2} = 1$ حاصل $A = \frac{1-x-x^2}{3x}$ کدام است!

۱ (۴)

-۱ (۳)

۱ (۲)

۱ (۱)

۱۵) اگر دو طرف یک طرفی $(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$

بسیار زیاده (۱۵) هر دو طرف را تقویت کنیم

$(\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x^2})^3 = 1^3 \Rightarrow x + x^2 + 3\sqrt[3]{x^3}(\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x^2}) = 1 \Rightarrow x + x^2 + 3x = 1$

هر دو طرف را تقویت کنیم

$\Rightarrow x^2 + 4x = 1 \Rightarrow 1 - x^2 = 4x$

در هر دو طرف $x^2 - 1$ از هر دو طرف $4x$

$\Rightarrow A = \frac{1-x-x^2}{3x} = \frac{4x-x}{3x} = \frac{3x}{3x} = 1$

تست: اگر $x = \sqrt{\sqrt{10} + 3} - \sqrt{\sqrt{10} - 3}$ حاصل $x^3 + 3x$ برابر است با:

۱۲ (۴)

۱ (۳)

۱۴ (۲)

۴ (۱)

۱۶) اگر دو طرفی $(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$

بسیار زیاده (۱۶) برای سببی x^3 از اتحاد

$x^3 = (\sqrt{\sqrt{10} + 3} - \sqrt{\sqrt{10} - 3})^3 =$

$= \sqrt{10} + 3 - \sqrt{10} + 3 - 3(\sqrt{\sqrt{10} + 3} \times \sqrt{\sqrt{10} - 3}) (\sqrt{\sqrt{10} + 3} - \sqrt{\sqrt{10} - 3})$

۲) $x^3 = 4 - 3x$

(۲۳)

درسنامه آموزشی ریاضی - تجربی ویژه کنکور

مؤلف: رحیم قهرمان

نیابترین حاصل $x^k + \frac{1}{x^k}$ برابر است با؟

پیشرفت کنکور تجربی ۹۲

تساوی: $a^k + \frac{1}{a^k} = 5$ حاصل $a^k + \frac{1}{a^k}$ برابر است با؟

۲۲۴

۲۳ (۲)

۱۱۰ (۲)

۱۲۵ (۱)

تساوی: $a^k + \frac{1}{a^k} = 5$ حاصل $a^k + \frac{1}{a^k}$ برابر است با؟

$$a^k + \frac{1}{a^k} \quad \frac{a^k + b^k = (a+b)^k - kab(a+b)}{a^k} \quad (a + \frac{1}{a})^k - k(a)(\frac{1}{a})(a + \frac{1}{a})$$

$$\frac{a + \frac{1}{a} = 5}{a^k} \quad a^k - k \times 5 = 1 \times 5 - 1 \times 5 = 110$$

تساوی: $x^k + \frac{1}{x^k} = A$ حاصل $x^k + \frac{1}{x^k}$ برابر است با؟

$$x^k + \frac{1}{x^k} - \frac{1}{x^k} = (x^k + \frac{1}{x^k}) - (\frac{1}{x^k} + \frac{1}{x^k} - \frac{1}{x^k})$$

$$(A^k - x)(A + x)(k) \quad (A^k - x)(A + x)(k) \quad (A^k - x)(A - 1)(k) \quad (A - x)(A^k - x)(k)$$

تساوی: $x^k + \frac{1}{x^k}$

$$x^k + \frac{1}{x^k} = (x^k)^k + (\frac{1}{x^k})^k = (x^k + \frac{1}{x^k})^k - k(x^k)(\frac{1}{x^k})(x^k + \frac{1}{x^k})$$

$$= (x^k + \frac{1}{x^k})^k - k(x^k + \frac{1}{x^k}) \quad \text{و} \quad x^k + \frac{1}{x^k} = A \Rightarrow x^k + \frac{1}{x^k} = A^k - kA$$

$$x^k + \frac{1}{x^k} - \frac{1}{x^k} = (x^k)^k + (\frac{1}{x^k})^k - \frac{1}{x^k} = (x^k + \frac{1}{x^k})^k - k(x^k)(\frac{1}{x^k}) - \frac{1}{x^k}$$

$$= (x^k + \frac{1}{x^k})^k - \frac{1}{x^k} - \frac{1}{x^k} = A^k - \frac{1}{x^k} - \frac{1}{x^k} = A^k - 2$$

$$\Rightarrow (x^k + \frac{1}{x^k}) - (x^k + \frac{1}{x^k} - \frac{1}{x^k}) = A^k - 2A - (A^k - 2)$$

$$= A^k - 2A - A^k + 2 = A^k(A - 1) - 2(A - 1) = (A - 1)(A^k - 2)$$

درسنامه (۹) اتحاد مربع سه جمله‌ای

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

نست: اگر a و b و c اضلاع مثلث قائم‌الزاویه و وتر باشند، حاصل $(a+b+c)^2$ برابر با c^2 است؟

$$1) (a+b)(a+c) (2) (a+c)(b+c) (3) (a+b)(b+c) (4) (a+b+c) (5) (a+b+c)$$

پاسخ: اگر a و b و c اضلاع مثلث قائم‌الزاویه و وتر باشند، داریم: $a^2 + b^2 = c^2$

از طرف دیگر:

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc = c^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

$$= 2c^2 + 2ab + 2ac + 2bc = 2c(c+b) + 2a(b+c) = (b+c)(2a+2c)$$

$$= 2(b+c)(a+c)$$

نست: فرض کنید $D = a^2 + b^2 + c^2$ و a, b, c در هر ضلع متوالی یک مثلث قائم‌الزاویه $c = a + b$ باشد.

(سابقاً در فصل آمار یاد کردیم)

۱) اگر a, b, c در هر ضلع متوالی یک مثلث قائم‌الزاویه باشد.

اگر a, b, c در هر ضلع متوالی یک مثلث قائم‌الزاویه باشد.

۲) اگر a, b, c در هر ضلع متوالی یک مثلث قائم‌الزاویه باشد.

پاسخ: اگر a و b و c در هر ضلع متوالی یک مثلث قائم‌الزاویه باشند، پس از آن می‌توانیم فرض کنیم $c = a + b$

فرض کنیم a و b و c در هر ضلع متوالی یک مثلث قائم‌الزاویه باشند. فرض کنیم $b = a + 1$ و $c = a + b = a + (a + 1) = 2a + 1$ در هر ضلع متوالی یک مثلث قائم‌الزاویه باشد.

$$D = a^2 + b^2 + c^2 = a^2 + (a+1)^2 + (2a+1)^2 = a^2 + a^2 + 2a + 1 + a^2(4a^2 + 4a + 1)$$

$$\Rightarrow D = a^4 + 2a^3 + 2a^2 + 2a + 1 = (a^2 + a + 1)^2$$

پس $\sqrt{D} = a^2 + a + 1 = c + 1$ است. نتیجه $\sqrt{D} = c + 1$ می‌باشد.

پس $\sqrt{D} = c + 1$ است.

درسنامه (۱۰) نابرابری‌ها

هرگاه a و b اعداد حقیقی باشند، فقط یکی از حالت‌های (۱) بزرگ‌تر از b یا (۲) کوچک‌تر از b یا (۳) a برابر b است. چنانچه a و b اعداد حقیقی متغیر باشند، از این صورت $a > b$ یا $a = b$ یا $a < b$ در این حالت متوسیم می‌شود. a و b اعداد حقیقی متغیر ساده یا a است. چنانچه a و b اعداد حقیقی باشند، a کمتر از b نباشد، در این صورت $a > b$ یا $a = b$ در این حالت متوسیم می‌شود.

تذکره: برای اعداد حقیقی a ، b و c صدق کرده در دوخواه اولین اعداد a و b باشد (۱) $a < b$ و $b < c$ متوسیم $a < c$ خواص نابرابری‌ها.

(۱) برای اعداد حقیقی a ، b و c داریم: $a < b, b < c \Rightarrow a < c$

(۲) طرفین نابرابری‌ها را هم جهت را می‌توانیم جمع کرد

$$\begin{cases} a < b \\ c < d \end{cases} \Rightarrow a + c < b + d$$

(۳) می‌توان طرفین یک نابرابری را در یک عدد مثبت ضرب کرد، بدون آنکه جهت نامساوی تغییر کند، یعنی:

$$a < b \xrightarrow{c > 0} ac < bc$$

(۴) ضرب در عدد مثبت، اعداد حقیقی است و بالعکس، یعنی:

$$a > 0 \Leftrightarrow -a < 0$$

(۵) اگر طرفین یک نابرابری را در یک عدد منفی ضرب کنیم، جهت نامساوی عوض می‌شود، یعنی:

$$a < b \xrightarrow{c < 0} ac > bc$$

دانلود از اپلیکیشن پادرس  $a > b > 0 \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

$a < b < 0 \Rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

(۶)
(۷)

نست: اگر $a > b$ و $c < 0$ ، آنگاه:

۱۲ $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$, $ac^2 < bc^2$

۱ $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ و $ac^2 > bc^2$

۱۴ $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$, $ac^2 > bc^2$

۱۳ $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$, $ac^2 < bc^2$

پاسخ: نرسیده ۱۷) هر دو طرف یک نامساوی در یک طرف ضرب شود، جهت نامساوی تغییر نمی کند و هم چنین اگر در طرف یک نامساوی تقسیم شود جهت آن تغییر نمی کند. طبق فرض $a > b$ است، چون c^2 مثبت است. پس $ac^2 > bc^2$ و چون طبق فرض $c < 0$ است. $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$.

نست: حداقل مقدار طبیعی a برای آنکه عبارت زیر درست باشد، کدام است؟

لا بد از آنکه عددی که در طرف راست باشد بزرگتر از آن باشد که در طرف چپ است. بنابراین با در هر دو طرف از این بیج صحت و توان یک چهار صحت در دست آورده است. ۱۴) ۱۳) ۱۲) ۱۱) ۱۵) ۱۴) ۱۳) ۱۲) ۱۱)

پاسخ: نرسیده ۱۴) هر دو طرف را از دو طرف ضرب کنیم تا هر دو طرف یک چهار صحت در دست آورده است که مجموع هر دو طرف از آن ها از چهار صحت بزرگتر است، بنابراین نتیجه می شود که در هر دو طرف از این بیج صحت و توان یک چهار صحت در دست آورده است. بنابراین $a > 100 - 4a$ و نتیجه می شود $a > 100 - 4a$ و نتیجه می شود $a > 100 - 4a$.

$$100 - 4a < a + a + a \Rightarrow 3a > 100 - 4a \Rightarrow a > \frac{100}{7}$$

$$a > 14 \frac{1}{2} \Rightarrow a = 15$$