

(11)

موضوع:

تاریخ: / /

بنام خدا پودمان چهارم ریاضی اکتی و کاربردانش

(توانسانی به توان عددهای گویا)

یادآوری: از تقسیم دو عدد صحیح بر یکدیگر یک عدد گویا به دست می آید.

$$\text{عدد گویا} = \frac{m}{n}$$

عدد صحیح → m  
عدد صحیح → n

تذکره: تقسیم بر صفر مجاز نیست (یعنی مخرج کسرنمی تواند صفر باشد)

مثالها:

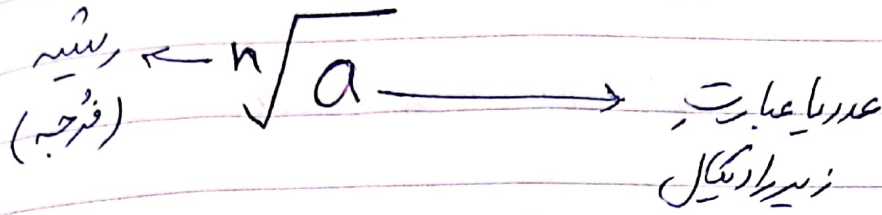
$$\frac{1}{2} \leftarrow \text{عددی گویا}$$

$$\frac{1}{3} \leftarrow \text{عددی گویا}$$

$$\frac{2}{5} \leftarrow \text{عددی گویا}$$

$$\frac{-3}{4} \leftarrow \text{عددی گویا}$$

یا > آوری : ریشه گیری



$\sqrt[n]{a}$  : ریشه n ام عدد a

تذکره: n عددی طبیعی است و معمولاً ... و ۳، ۳، ۲، n:

تذکره: اگر n=2 باشد آنگاه:  $\sqrt{a} = \sqrt{a}$

یعنی رادیکالی که بدون فرجه نوشته شده فرجه آن ۲ است.

نکته: بدان ریشه گیری از اعداد به صورت زیر عمل کنیم

①  $\sqrt{a} = ?$        $? \times ? = a$   
ب ۲

②  $\sqrt[3]{a} = ?$        $? \times ? \times ? = a$   
ب ۳

③  $\sqrt[n]{a} = ?$        $? \times ? \times \dots \times ? = a$   
ب n

مسائل ها : ریشه گیری کنید (و حاصل دقیق هر عبارت را به دست آورید.)

$$۱) \sqrt{۱۰۰} =$$

$$۲) \sqrt{۰٫۴۹} =$$

$$۳) \sqrt[۳]{۱} =$$

$$۴) \sqrt[۳]{۶۴} =$$

$$۵) \sqrt[۳]{۰٫۱۲۵} =$$

$$۶) \sqrt[۳]{-۸} =$$

$$۷) \sqrt[۴]{۸۱} =$$

$$۸) \sqrt[۴]{۰٫۰۰۰۱} =$$

$$۹) \sqrt[۵]{۳۲} =$$

$$۱۰) \sqrt[۵]{-۲۴۳} =$$



صفحه ۹۲ کتاب درسی

قاعده  $\sqrt{a}$  اگر  $a$  عددی مثبت یا صفر باشد آنگاه:  $a^{\frac{1}{r}} = \sqrt[r]{a}$

مثال ها: حاصل هر عبارت را بنویسید.

۱)  $۳۶^{\frac{1}{۲}} =$

۲)  $۴۹^{\frac{1}{۲}} =$

۳)  $(\frac{1}{۲۵})^{\frac{1}{۲}} =$

۴)  $(۰٫۰۱)^{\frac{1}{۲}} =$

۵)  $۹^{۰٫۵} =$

۶)  $(۰٫۳۶)^{۰٫۵} =$

۷)  $۴^{۰٫۵} =$

۸)  $۲۵^{۰٫۵} =$

صفحه ۹۴ کتاب درسی

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

مثال ۲ اگر  $a$  عددی مثبت یا منفی باشد نشان دهیم:

مثال ها: حاصل ضربات را بنویسید.

$$۱) ۸^{\frac{1}{۳}} =$$

$$۲) ۶۴^{\frac{1}{۳}} =$$

$$۳) (۰,۰۰۱)^{\frac{1}{۳}} =$$

$$۴) (۰,۰۲۷)^{\frac{1}{۳}} =$$

$$۵) ۱۲۵^{\frac{1}{۳}} =$$

$$۶) \left(\frac{1}{۸}\right)^{\frac{1}{۳}} =$$

$$۷) (۹^۳)^{\frac{1}{۳}} =$$

$$۸) (۶^۳)^{\frac{1}{۳}} =$$

نکته: (تعریف ریشه گیری به صورتی دیگر) صفحه ۵۵ کتاب درسی

اگر  $n$  عدد طبیعی بزرگتر از ۱ باشد و  $b^n = a$  باشد با  $n$  می توانیم

(۱)  $b$  به توان  $n$  برابر  $a$  است.

(۲) عدد حقیقی  $b$  یک ریشه  $n$  ام عدد حقیقی  $a$  است.

(ریشه  $n$  ام عدد حقیقی  $a$  برابر عدد حقیقی  $b$  است.)

مثال ها:



۱) جدول زیر را کامل کنید. صفحه ۱۰۱ کتاب درسی (مفاسط)

عدد	-۲	-۱	$-\frac{۲}{۳}$	۰	$\frac{۲}{۳}$	۱	۲
توان چهارم	.....	.....	$\frac{۱۶}{۸۱}$	.....	.....	.....	.....

۲) آیا در سطر دوم جدول، عدد منفی دیده می شود؟ چرا؟

۳) توان چهارم اعداد قرینه چه ارتباطی باهم دارند؟

۴) آیا یک عدد منفی می تواند ریشه چهارم داشته باشد؟ چرا؟

۵) به کمک جدول، ریشه های چهارم اعداد  $\frac{۱۶}{۸۱}$  را بنویسید.

۶) نتیجه: تعداد ریشه های چهارم عدد مثبت  $a$  ..... می باشد.

نتیجه: ریشه های چهارم عدد مثبت  $a$  .....

نتیجه: اعداد ..... ریشه زوج ندارند.

نتیجه: توان زوج همه اعداد منفی کوهواره ..... [www.nokhbegan.net](http://www.nokhbegan.net)

۱) جدول زیر را کامل کنید. صفحه ۱۰۴ کتاب درسی

عدد	-۲	-۱	$-\frac{1}{4}$	۰	$\frac{1}{4}$	۱	۲	ریشه
توان بیخ					$\frac{1}{1024}$			۱۱۶

۲) آیا در هر دو جدول، عددهای منفی دیده می شود؟

۳) آیا می توان نتیجه گرفت که عددهای منفی ریشه بیخ دارند؟

۴) توان بیخ عددهای قرینه چه رابطه ای با هم دارند؟

۵) نتیجه: هر عددهای حقیقی ریشه بیخ

نتیجه: هر عددهای حقیقی ریشه فرد

نتیجه: هر عدد حقیقی  $\pm$  ریشه فرد دارد.

نتیجه: ریشه فرد هر عدد مثبت عددها است  
ریشه فرد هر عدد منفی عددها است



قاعدہ ۳  $\sqrt[n]{a}$  صحیحہ کتب درسی  
اگر  $a$  عدد حقیقی مثبت یا منفی و  $n$  عدد صحیح باشد آنگاه

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

مثال: گامش را در کمالی هر عدد را بنویسید و مقدار دقیق آن را حساب کنید

۱)  $32^{\frac{1}{5}} =$

۲)  $625^{\frac{1}{4}} =$

۳)  $(0.00001)^{\frac{1}{5}} =$

۴)  $\left(\frac{1}{32}\right)^{\frac{1}{5}} =$

۵)  $243^{\frac{1}{5}} =$

۶)  $\left(\frac{4}{81}\right)^{\frac{1}{4}} =$

کا عدد ۴

کثیر ذریعہ  $\sqrt[k]{a^k} = |a|$  (الف)

کافر ذریعہ  $\sqrt[k]{a^k} = a$  (ب)

مثال دیا: حاصل دقیق ہر عبارت را بہ دست آوریں۔

۱)  $\sqrt{5^2} =$

۲)  $\sqrt{(-5)^2} =$

۳)  $\sqrt[4]{7^4} =$

۴)  $\sqrt[4]{(-7)^4} =$

۵)  $\sqrt[3]{12^3} =$

۶)  $\sqrt[3]{(-12)^3} =$

۷)  $\sqrt[5]{2^5} =$

۸)  $\sqrt[13]{(-6)^{13}} =$



سال ها حاصل هر یک از عبارات حاصل زیر را بنویسید.

$$۱) \sqrt[4]{(-\frac{2}{3})^4} =$$

$$۲) \sqrt[4]{(1-\sqrt{2})^4} =$$

$$۳) \sqrt[4]{(2-\sqrt{3})^4} =$$

$$۴) \sqrt[6]{(\sqrt{5}-2)^6} =$$

$$۵) \sqrt[3]{(2-\sqrt{2})^3} =$$

$$۶) \sqrt[7]{(3-\sqrt{10})^7} =$$

$$۷) \sqrt[5]{(-\frac{1}{2})^5} =$$

قاعده ۵

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$$

توجه: هم در به کارگیری این فرمول:

مثال ها: مقدار هر یک از عبارات های زیر را مطالب کنید.

$$۱) ۳^{\frac{۲}{۳}} =$$

$$۲) ۲۷^{-\frac{۲}{۳}} =$$

$$۳) (۵/۵)^{-\frac{۲}{۳}} =$$

$$۴) ۱۶^{\frac{۱}{۵}} =$$



$$د) ٨١^{-٠,٢٥} =$$

$$٤) ١٦^{-٠,٧٥} =$$

$$٧) ٣٢^{٠,٢} =$$

$$٨) ((-٩)^٢)^{\frac{1}{٣}} =$$

$$٩) ((-٥)^٢)^{\frac{1}{٣}} =$$

$$١٥) (٥,١٢٥)^{\frac{٥}{٣}} =$$

مسائل ہا: حسابات زیر را انجام دهید۔

$$۱) ۴۴^{\frac{1}{۳}} \times ۴۴^{\frac{1}{۴}} =$$

$$۲) ۸^{\frac{1}{۲}} \times ۲^{\frac{1}{۴}} =$$

$$۳) ۴^{-\frac{1}{۳}} \times ۴^{-\frac{1}{۴}} =$$

$$۴) ۳^{-\frac{۲}{۳}} \times ۹^{-\frac{۲}{۳}} =$$

$$۵) ۸^{\frac{1}{۴}} \times ۲^{\frac{1}{۲}} =$$



$$6) \sqrt[3]{14} \times 2^{\frac{2}{3}} =$$

$$7) 4^{\frac{1}{12}} \times 4^{\frac{2}{3}} =$$

$$8) \sqrt[4]{24} \times 4^{\frac{5}{3}} =$$

$$9) 8^{\frac{2}{3}} \div 22^{\frac{2}{5}} =$$

$$10) 100^{\frac{1}{8}} \times 100^{\frac{3}{8}} =$$