



دانش آموز عزیز شما می توانید پاسخنامه امتحان را دو ساعت پس از پایان امتحان در پورتال مدرسه ملاحظه نمایید.

www.bagheralolum.sch.ir

بارم	سوالات
۱	۱- به روش برهان خلف ثابت کنید : اگر $\sqrt{2}$ گنگ باشد آنگاه $\sqrt{5+\sqrt{2}}$ نیز عددی گنگ است .
۱	۲- به طریقه بازگشتی ثابت کنید : $x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y$
۱	۳- ثابت کنید مجموع دو عدد گویا ، عددی گویاست .
۱	۴- اگر $a > 1$ و $a 9k+4$ و $a 5k+3$ ثابت کنید a عددی اول است .
۲	۵- الف) چند نقطه با مختصات صحیح روی منحنی $y = \frac{2x+3}{x-2}$ وجود دارد آنها را مشخص کنید . ب) بزرگترین عدد صحیح مثبت را بدست آورید که اگر بر ۱۱۶ تقسیم شود باقیمانده اش ۴ برابر مکعب خارج قسمت شود.
۲	۶- حاصل هر یک را بدست آورید . ($m \in \mathbb{Z}$) $[120, 48, 72]$ (ت) $= (3m+1, 2m+2)$ (پ) $= [m, (0, m^4)]$ (ب) $= (m^2, m^3, m^5)$ (الف)
۱	۷- ثابت کنید : دو طرف رابطه هم نهشتی را می توان در عددی صحیح ضرب کرد $a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow ac \equiv bc \pmod{m}$
۱	۸- باقیمانده تقسیم عدد $A = (1000)^{47} \times 15 + 9$ را بر ۷ بیابید .
۱	۹- اگر عدد $a^2 + 2b$ بر ۹ بخش پذیر باشد حاصل عبارات $\text{Max}(a+b) =$ و $\text{Max}(\frac{a}{b}) =$ را بیابید .
۲	۱۰- تیر اندازی به سمت یک هدف ، شامل دو دایره هم مرکز تیراندازی می کند . اگر او تیر را به دایره با شعاع کوچکتر بزند ۵ امتیاز و اگر به دایره بزرگتر و خارج دایره کوچکتر بزند ۳ امتیاز می گیرد . اگر او کمتر از ۱۲ تیر انداخته باشد و همه تیرها به دایره بزرگتر اصابت کرده باشد و در پایان ۴۲ امتیاز گرفته باشد چند حالت برای او در این تیراندازی می تواند ثبت شود ؟
۱	۱۱- معادله همنهشتی $\sum_{k=1}^{50} k! x \equiv 15$ را در \mathbb{Z} حل کنید .
۱	۱۲- اگر دو عدد $(3a-4)$ و $(5a+7)$ رقم یکان برابر داشته باشند رقم یکان عدد $(7a^2-9)$ را به دست آورید .
۲	۱۳- با توجه به گراف مقابل به سوالات زیر پاسخ دهید : الف) طرف دوم تساویها را کامل کنید $N_G(a) =$ $N_G(f) =$ $N_G(d) =$ ب) چند یال به آن اضافه کنیم تا به گراف کامل تبدیل گردد .
۱	۱۴- اگر گراف G ، ۳- منتظم بوده و $q = 2p - 3$ باشد مطلوبست p و q ورسم گراف .
۲	۱۵- با کاستن ۳۳ یال از یک گراف کامل ، گراف ۴- منتظم به دست می آید . مرتبه گراف را به دست آورید .
<p>با اندیشیدن و تلاش ، موفق و پیروز باشید</p>	



یافتن ششتری امکان گسترده

۱- فرض کنید $\sqrt[3]{5+\sqrt{2}}$ گویا است یعنی (۱.۲۵)
 $\sqrt[3]{5+\sqrt{2}} = m \in \mathbb{Q} \Rightarrow 5+\sqrt{2} = m^3 \Rightarrow \sqrt{2} = m^3 - 5$ (۱.۲۵)

و این بدان معنیست که $\sqrt{2}$ عددی گویاست که با فرض سده در تناقض است. (۱.۲۵)

۲- $x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y \Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 + 2 \geq 2xy + 2x + 2y$ (۱.۲۵)

$\Leftrightarrow x^2 + x^2 + y^2 + y^2 + 1 + 1 > -2xy - 2x - 2y \geq - \Leftrightarrow (x-y)^2 + (x-1)^2 + (y-1)^2 \geq 0$ (۱.۲۵) -۲

$\frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in \mathbb{Q} \Rightarrow (a, b, c, d) \in \mathbb{Z}, bd \neq 0$ (۱.۲۵) -۳

$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd} \rightarrow \in \mathbb{Z} \stackrel{bd \neq 0}{\neq} \notin \mathbb{Q}$ (برای مجموعه \mathbb{Z} نسبت به جمع و تفریق بسته است) (۱.۲۵)

۴- $a \mid (9k+8)(-5) \stackrel{(۱.۲۵)}{\Rightarrow} a \mid v \xrightarrow{a > 1} a = v$ عددی اول (۱.۲۵)

۵- $x-2 \mid 2x+3 \stackrel{(۱.۲۵)}{\Rightarrow} x-2 \mid v \Rightarrow x-2 = \frac{\pm 1}{\pm v}$ فقط ε (۱.۲۵) -۵

۶- $a = 114q + 2q^2 \Rightarrow 0 < 2q^2 < 114 \Rightarrow 0 < q^2 < 57 \Rightarrow q = 3 \Rightarrow a = 252$ (۱.۲۵)

۷- $(m^2, m^3) = m^2 \mid m^3$ ب) $[m, m^2] = m^2$ ج) 1 د) 12 -۶

$a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow m \mid b-a \xrightarrow{xc} m \mid c(b-a) \Rightarrow m \mid bc-ac \Rightarrow ac \equiv bc \pmod{m}$ -۷

۸- $1000 \equiv -1 \pmod{9} \Rightarrow A \equiv (-1)^{\varepsilon V} \times 18 + 9 \equiv -4 \pmod{9} \equiv 1$ -۸

۹- $a + 2 + 2 + 2 + b \equiv 0 \pmod{9} \Rightarrow a + b \equiv 0 \pmod{9}$
 $\begin{cases} 1 \leq a \leq 9 \\ 1 \leq b \leq 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} a & b \\ 1 & 8 \\ 2 & 7 \\ 3 & 6 \\ 4 & 5 \\ 5 & 4 \\ 6 & 3 \\ 7 & 2 \\ 8 & 1 \end{matrix} \Rightarrow \begin{aligned} \max(a+b) &= 9+9=18 \quad (۱.۲۵) \\ \max\left(\frac{a}{b}\right) &= \frac{9}{1}=9 \quad (۱.۲۵) \end{aligned}$ -۹

۱۰- $\begin{cases} 2x + 3y = 21 \\ x + y < 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} 2x &\equiv 21 - 3y \\ 2(3k) + 3y &= 21 \Rightarrow y = 13 - 2k \end{aligned}$ -۱۰

k	x	y	x+y
0	0	12	12 X
1	3	9	12 X
2	6	6	10 ✓ (۱.۲۵)
3	9	3	X

(۱.۲۵) فقط در حالت دارد.



۹۷ داب (۶)

پایه ششمی امتحان کتبی

$$(1+2+3+\dots+n)x \stackrel{11}{=} 15 \quad (1.15) \Rightarrow 9x \stackrel{11}{=} 15 \Rightarrow 3x \stackrel{11}{=} 5 \quad (1.15)$$

$$(9, 12) = 3$$

$$\Rightarrow 3x \stackrel{11}{=} 9 \Rightarrow x \stackrel{11}{=} 3 \Rightarrow x = 3k + 3 \quad (1.15)$$

$$5a + 7 \stackrel{10}{=} 3a - 8 \Rightarrow 2a \stackrel{10}{=} -11 \Rightarrow 3a \stackrel{10}{=} 9 \Rightarrow a \stackrel{10}{=} 3 \quad (1.15)$$

$$va^2 - 9 \stackrel{10}{=} v(3)^2 - 9 \stackrel{10}{=} 0 \quad (1.15)$$

$$\text{الف) } p = v \quad q = v \quad N_G[p] = \{p\} \quad N_G[q] = \{b\}$$

$$\text{ب) } k_v \Rightarrow q = \frac{v \times 2}{3} = 21 \Rightarrow 21 - v = 12 \quad (1.15)$$

$$pr = 2q \Rightarrow 2p = 12 \Rightarrow 2p = 2(2p - 2) \Rightarrow p = 2 \quad q = 9 \quad (1.15)$$

$$\frac{q}{p} - 22 = \frac{q}{p} - 22$$

$$q = \frac{p(p-1)}{2} \quad (1.15) \quad q = 2p$$

$$\Rightarrow \frac{p(p-1)}{2} - 22 = 2p \Rightarrow p^2 - 5p - 44 = 0 \quad (1.15)$$

$$(p-11)(p+4) = 0$$

$$p = 11 \quad (1.15)$$