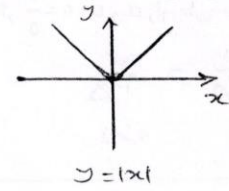
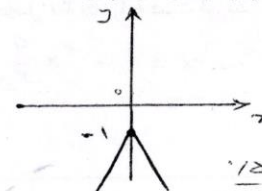
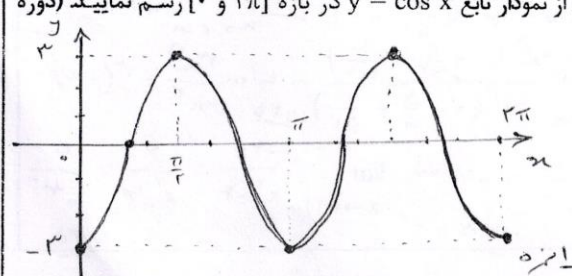
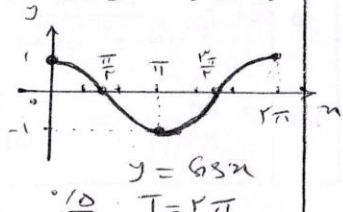


تاریخ: ۹۷/۱۰/۱۵ مدت امتحان: دقیقه ۱۰۰ نام درس: ریاض ۳ پایه: دوازدهم	باسمه تعالی اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران اداره آموزش و پرورش منطقه دبیرستان قائم گار البرز امتحانات دی ماه ۱۳۹۷	شماره: نام: نام خانوادگی: نام دبیر: مظفری کلاس:
---	--	---

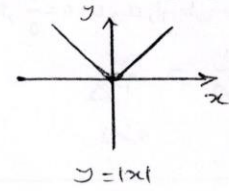
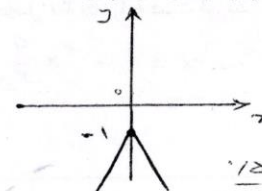
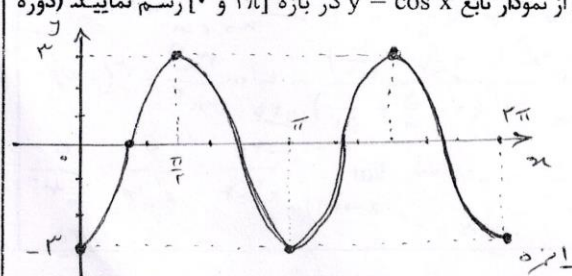
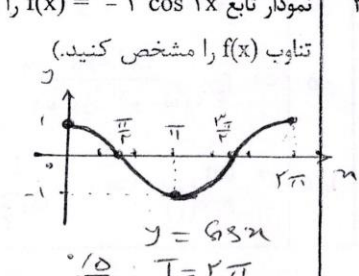
ردیف	سوالات	بارم
۱	<p>الف) ابتدا نمودار تابع $f(x) = x$ را رسم نموده و سپس با استفاده از آن، نمودار تابع $g(x) = -2f(x) - 1$ را رسم کنید.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;">   </div> <p>ب) مشخص کنید تابع $g(x)$ در چه بازه‌هایی صعودی و در چه بازه‌هایی نزولی می‌باشد؟</p> <p style="text-align: center;"> $[0, +\infty) \rightarrow$ نزول ، $(-\infty, 0] \rightarrow$ صعودی </p>	۱,۵
۲	<p>اگر $f(x) = \frac{2}{x-1}$ و $g(x) = \frac{3}{x}$ باشند، دامنه و ضابطه تابع $f \circ g$ را به دست آورید.</p> <p> $D_{f \circ g}(x) = \{x \mid x \in D_g, g(x) \in D_f\}$ </p> <p> $D_g: x \neq 0, D_f: x \neq 1$ </p> <p> $\Rightarrow \{x \mid x \neq 0, \frac{3}{x} \neq 1\} = \mathbb{R} - \{0, 3\}$ </p> <p> $f(g(x)) = f(\frac{3}{x}) = \frac{2}{\frac{3}{x}-1} = \frac{2x}{3-x}$ </p>	۲
۳	<p>الف) آیا تابع $f(x) = x^2 - 2x$ یک به یک است؟</p> <p> $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$ </p> <p> $(x_1 - 1)^2 - 1 = (x_2 - 1)^2 - 1 \Rightarrow x_1 - 1 = \pm (x_2 - 1)$ </p> <p>ب) با در نظر گرفتن دامنه $(1, +\infty)$ برای تابع f، ضابطه وارون آن را به دست آورید و دامنه و برد آن را تعیین کنید.</p> <p> $y = (x - 1)^2 - 1$ </p> <p> $(x - 1)^2 = y + 1$ </p> <p> $x - 1 = \pm \sqrt{y + 1} \Rightarrow x = \sqrt{y + 1} + 1$ </p>	۲
۴	<p>نمودار تابع $f(x) = -3 \cos 2x$ را با استفاده از نمودار تابع $y = \cos x$ در بازه $[0, 2\pi]$ رسم نمایید (دوره تناوب $f(x)$ را مشخص کنید).</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;">   </div> <p style="text-align: center;"> $y = -3 \cos 2x \rightarrow T = \pi$ </p>	۱,۵

بارم	ادامه سوالات $y = 4 \sin \frac{2x}{3} - 1$	ردیف
۱,۲۵	<p>با توجه به $T = 2\pi$ و $\max = 3$ و $\min = -5$ ضابطه تابعی مثلثاتی (سینوسی یا کسینوسی) را بنویسید.</p> $y = a \sin bx + c \rightarrow \begin{cases} \max = a + c = 3 \\ \min = - a + c = -5 \end{cases}$ <p>$T = \frac{2\pi}{ b } \Rightarrow \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow b = 3$</p> $a > 0 \rightarrow \begin{cases} a + c = 3 \\ -a + c = -5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ c = -1 \end{cases}$	۵
۱,۲۵	<p>اگر $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ و α زاویه‌ای منفرجه باشد، حاصل $\cos 2\alpha$ را به دست آورید.</p> $\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 1 - 2 \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 1 - \frac{18}{25} = \frac{7}{25}$	۶
۱,۲۵	<p>معادله مثلثاتی $\sin x - \cos 2x = 0$ را حل کنید.</p> $2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0 \rightarrow a + c = b \rightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \\ \sin x = \frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases} \end{cases}$ <p>$a = 2, b = 1, c = -1$</p>	۷
۱,۲۵	<p>مقدار $\sin 22.5^\circ$ را به دست آورید.</p> $\cos 45^\circ = 1 - 2 \sin^2 22.5^\circ \rightarrow 2 \sin^2 22.5^\circ = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \sin 22.5^\circ = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$	۸
۱	<p>رابطه $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$ به چه معنا می‌باشد؟ نمودار تابعی را رسم کنید که شامل این ویژگی باشد.</p> <p>با افزایش متغیر در تابع، مقدار تابع هواره به عدد (-1) نزدیک و نزدیک‌تری شود.</p>	۹
۱۰	<p>حاصل حدهای زیر را به دست آورید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^2 - 8x}{\sqrt{x} - 2} = \frac{0}{0} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 8} \frac{2x - 8}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \frac{16 - 8}{\frac{1}{4}} = \frac{8}{\frac{1}{4}} = 32$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 4x^2 - 4x - 5}{x^2 - 5} = \frac{0}{0} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x^2 - 4x - 5}{2x} = \frac{75 - 20 - 5}{10} = \frac{50}{10} = 5$</p> <p>پ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x + 1 + 3x^4}{1 - x^4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^4} + 3)}{-x^4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{-1} = -3$</p> <p>ت) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^5 - 6x^2 - x}{x^2 - 5x + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^5(2 - \frac{6}{x^3} - \frac{1}{x^4})}{x^2(1 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2})} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3}{1} = 2(+\infty) = +\infty$</p> <p>ج) $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{-3x}{x^2 - 4} = \frac{6}{4 - 4} = \frac{6}{0^+} = +\infty$</p>	۱۰

ردیف	ادامه سوالات	بارم
۱۱	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = x^2 + 2x$ را در $x = 2$ به دست آورید. $f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x - 8}{x - 2} = \frac{0}{0} \text{ بی معنی}$ $f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+4)}{x-2} = 2 + 2 = 4$	۱
۱۲	معادله خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = \sqrt{4x+1}$ را در نقطه‌ای به طول ۲ واقع بر آن بنویسید. $x = 2 \rightarrow y = \sqrt{9} = 3 \rightarrow A(2, 3)$ $y - y_A = m(x - x_A)$ $y - 3 = \frac{2}{3}(x - 2)$ $y = \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$	۱
۱۳	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن الزامی نمی‌باشد) الف) $y = \frac{2x^2 - 6x}{\sqrt{x+1}}$ $y' = \frac{(4x - 6)(\sqrt{x+1}) - (\frac{1}{2\sqrt{x+1}})(2x^2 - 6x)}{(\sqrt{x+1})^2}$ ب) $y = (2x^2 + 1)\left(-x^2 + 7x - \frac{1}{x}\right)$ $y' = (4x)\left(-x^2 + 7x - \frac{1}{x}\right) + (-2x + 7 + \frac{1}{x^2})(2x^2 + 1)$	۱
۲۰	جمع	

موفق باشید

تاریخ: ۹۷/۱۰/۱۵ مدت امتحان: دقیقه ۱۰۰ نام درس: ریاض ۳ پایه: دوازدهم	باسمه تعالی اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران اداره آموزش و پرورش منطقه دبیرستان قائم گار البرز امتحانات دی ماه ۱۳۹۷	شماره: نام: نام خانوادگی: نام دبیر: مظفری کلاس:
---	--	---

ردیف	سؤالات	بارم
۱	<p>الف) ابتدا نمودار تابع $f(x) = x$ را رسم نموده و سپس با استفاده از آن، نمودار تابع $g(x) = -2f(x) - 1$ را رسم کنید.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;">   </div> <p>ب) مشخص کنید تابع $g(x)$ در چه بازه‌هایی صعودی و در چه بازه‌هایی نزولی می‌باشد؟</p> <p style="text-align: center;"> $[-\infty, 0] \rightarrow$ صعودی $[0, +\infty) \rightarrow$ نزولی </p>	۱,۵
۲	<p>اگر $f(x) = \frac{2}{x-1}$ و $g(x) = \frac{3}{x}$ باشند، دامنه و ضابطه تابع $f \circ g$ را به دست آورید.</p> <p> $D_{f \circ g} = \{x \mid x \in D_g, g(x) \in D_f\}$ $= \{x \mid x \neq 0, \frac{3}{x} \neq 1\} = \mathbb{R} - \{0, 3\}$ </p> <p> $D_g: x \neq 0, D_f: x \neq 1$ $f(g(x)) = f(\frac{3}{x}) = \frac{2}{\frac{3}{x}-1} = \frac{2x}{3-x}$ </p>	۲
۳	<p>الف) آیا تابع $f(x) = x^2 - 2x$ یک به یک است؟</p> <p> $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1^2 - 2x_1 = x_2^2 - 2x_2$ $(x_1 - 1)^2 - 1 = (x_2 - 1)^2 - 1 \Rightarrow x_1 - 1 = \pm(x_2 - 1)$ </p> <p>ب) با در نظر گرفتن دامنه $(0, +\infty)$ برای تابع f، ضابطه وارون آن را به دست آورید و دامنه و برد آن را تعیین کنید.</p> <p> $y = (x-1)^2 - 1$ $(x-1)^2 = y+1$ $x-1 = \pm\sqrt{y+1} \Rightarrow x = \sqrt{y+1} + 1$ </p>	۲
۴	<p>نمودار تابع $f(x) = -3 \cos 2x$ را با استفاده از نمودار تابع $y = \cos x$ در بازه $[0, 2\pi]$ رسم نمایید (دوره تناوب $f(x)$ را مشخص کنید).</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;">   </div> <p style="text-align: center;">$y = -3 \cos 2x \rightarrow T = \pi$</p>	۱,۵

بارم	ادامه سوالات $y = 4 \sin \frac{2x}{3} - 1$	ردیف
۱,۲۵	<p>با توجه به $T = 2\pi$ و $\max = 3$ و $\min = -5$ ضابطه تابعی مثلثاتی (سینوسی یا کسینوسی) را بنویسید.</p> $y = a \sin bx + c \rightarrow \begin{cases} \max = a + c = 3 \\ \min = - a + c = -5 \end{cases}$ <p>$T = \frac{2\pi}{ b } \Rightarrow \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow b = 3$</p> $a > 0 \rightarrow \begin{cases} a + c = 3 \\ -a + c = -5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ c = -1 \end{cases}$	۵
۱,۲۵	<p>اگر $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ و α زاویه‌ای منفرجه باشد، حاصل $\cos 2\alpha$ را به دست آورید.</p> $\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 1 - 2 \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 1 - \frac{18}{25} = \frac{7}{25}$	۶
۱,۲۵	<p>معادله مثلثاتی $\sin x - \cos 2x = 0$ را حل کنید.</p> $2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0 \rightarrow a + c = b \rightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \\ \sin x = \frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases} \end{cases}$ <p>$a = 2, b = 1, c = -1$</p>	۷
۱,۲۵	<p>مقدار $\sin 22.5^\circ$ را به دست آورید.</p> $\cos 45^\circ = 1 - 2 \sin^2 22.5^\circ \rightarrow 2 \sin^2 22.5^\circ = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \sin 22.5^\circ = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$	۸
۱	<p>رابطه $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$ به چه معنا می‌باشد؟ نمودار تابعی را رسم کنید که شامل این ویژگی باشد.</p> <p>با افزایش متغیر در تابع، مقدار تابع هواره به عدد (-1) نزدیک و نزدیک‌تری شود.</p>	۹
۱۰	<p>حاصل حدهای زیر را به دست آورید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^2 - 8x}{\sqrt{x} - 2} = \frac{0}{0} \text{ HoP} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 8} \frac{2x - 8}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \frac{16 - 8}{\frac{1}{4}} = \frac{8}{\frac{1}{4}} = 32$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 4x^2 - 4x - 5}{x^2 - 5} = \frac{0}{0} \text{ HoP} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x^2 - 8x - 5}{2x} = \frac{75 - 40 - 5}{10} = \frac{30}{10} = 3$</p> <p>پ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x + 1 + 3x^4}{1 - x^4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^4} + 3)}{-x^4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{-1} = -3$</p> <p>ت) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^5 - 6x^2 - x}{x^2 - 5x + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^5(2 - \frac{6}{x^3} - \frac{1}{x^4})}{x^2(1 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2})} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3}{1} = 2(+\infty) = +\infty$</p> <p>ج) $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{-3x}{x^2 - 4} = \frac{6}{4 - 4} = \frac{6}{0^+} = +\infty$</p>	۱۰

ردیف	ادامه سوالات	بارم
۱۱	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = x^2 + 2x$ را در $x = 2$ به دست آورید. $f'(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x - 8}{x - 2} = \frac{0}{0} \text{ مبهم} \cdot 1.5$ $f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+4)}{x-2} = 2 + 2 = 4 \quad 1.5$	۱
۱۲	معادله خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = \sqrt{4x+1}$ را در نقطه‌ای به طول ۲ واقع بر آن بنویسید. $x = 2 \xrightarrow{f(x)} y = \sqrt{9} = 3 \rightarrow A(2, 3)$ $y - y_A = m(x - x_A)$ $y - 3 = \frac{2}{3}(x - 2)$ $y = \frac{2}{3}x + \frac{5}{3} \quad 1.5$ $y' = \frac{2}{2\sqrt{4x+1}} \xrightarrow{x=2} m = \frac{2}{2 \times 3} \rightarrow m = \frac{1}{3}$	۱
۱۳	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن الزامی نمی‌باشد) الف) $y = \frac{2x^2 - 6x}{\sqrt{x+1}}$ $y' = \frac{(4x - 6)(\sqrt{x+1}) - (\frac{1}{2\sqrt{x+1}})(4x^2 - 6x)}{(\sqrt{x+1})^2} \quad 1.5$ ب) $y = (2x^2 + 1)\left(-x^2 + 7x - \frac{1}{x}\right)$ $y' = (4x)\left(-x^2 + 7x - \frac{1}{x}\right) + (-2x + 7 + \frac{1}{x^2})(2x^2 + 1) \quad 1.5$	۱
۲۰	جمع	

موفق باشید