

طرف دوم هوکای را معلوم کنید. (۱۲۵ نمره)

$$\mathbb{W} - \mathbb{W} = \{0\}$$

$$\mathbb{W} \cup \mathbb{W} = \mathbb{W}$$

$$\mathbb{Z} - \mathbb{W} = \{\dots, -2, -1\}$$

$$\mathbb{Z} \cap \mathbb{W} = \mathbb{W}$$

$$\mathbb{Q} \cap (\mathbb{Z} \cup \mathbb{W}) = \mathbb{Z}$$

۹. مجموعه‌های A, B, C را بنویسید. (۱۵ نمره)

$$A = \left\{ \frac{x}{2} \mid x \in \mathbb{Z}, -3 < x < 3 \right\} \rightarrow \left\{ 0, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{2}{2}, \pm \frac{\sqrt{3}}{2}, \pm \frac{\sqrt{2}}{2}, \pm \frac{\sqrt{7}}{2}, \pm \frac{\sqrt{8}}{2} \right\}$$

$$B = \left\{ x \mid x \in \mathbb{Z}, \sqrt{x-1} \in \mathbb{Z} \right\} \rightarrow \{1, 2, 5, 10, 17, 26, 37, \dots\}$$

$$C = \left\{ x \mid x \in \mathbb{Z}, \frac{5}{x} \in \mathbb{Z} \right\} \rightarrow \{\pm 1, \pm 5\}$$

۱۰. مجموعه‌های زیر را به زبان ریاضی بنویسید. (۱۵ نمره)

$$A = \{5, -8, 11, -14, \dots\} = \{(-1)^x (3x+2) \mid x \in \mathbb{N}\} = \{(-1)^{x+1} (3x+2) \mid x \in \mathbb{N}\}$$

$$B = \{-1, 4, 25, 64, 123, \dots\} = \{x^3 - 2 \mid x \in \mathbb{N}\}$$

$$C = \{4, 10, 18, 28, \dots, 130\} = \{x(x+3) \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 10\}$$

۱۱. اگر $A = \{2, \{2\}, \{2, 2\}\}$ و $B = \{\{2\}, 2\}$ باشد اکتفای هر یک را بنویسید. (۷۵ نمره)

$$A \cap B = \{\{2\}\}$$

$$A \cup B = \{2, \{2\}, 2\}$$

$$A - B = \{2\}$$

۱۲. اگر $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -5 < x < 4\}$ و $B = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -3 < x < 7\}$ باشد مجموعه‌های زیر را بنویسید. (۱۲ نمره)

$$B = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$A = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$$

$$A - B = \{-5, -4, -3\}$$

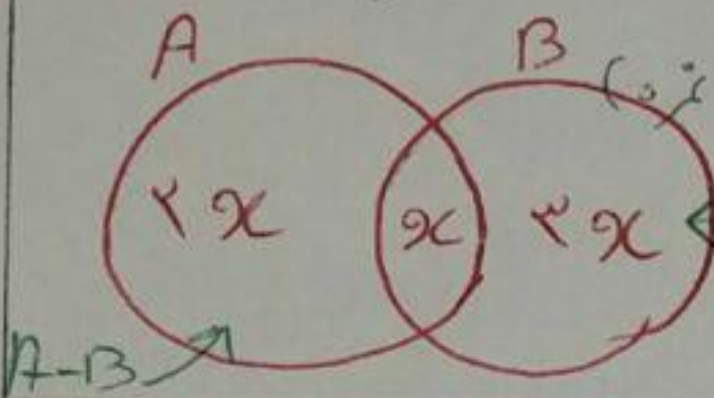
$$B - A = \{4, 5, 6\}$$

۱۳. اگر $A - B = \{4\}$ و $A \cap B = \{2, 3\}$ و $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ باشد، مجموعه‌های A و B را معلوم کنید. (۱۲ نمره)

$$A = \{2, 3, 4\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

۱۴- برای دو مجموعه A, B می دانیم $A \cup B$ دارای ۲۴ عضو، $A \cap B$ نصف $A-B$ و $B-A$ و $B-A$ عضو دارد. (۱ نمره)



$2x + 3x + x = 24 \Rightarrow x = 4$
 $\Rightarrow n(A) = 3x = 12$ $n(B) = 4x = 16$

۱۵- تعداد ۴ سکه را با هم به تاس می کنیم احتمال از زیر را حساب کنید: (۱.۷۵ نمره)
الف، هر ۴ سکه یکسان ظاهر شوند؟ $\frac{1}{16} = \frac{1}{8}$ یا (PPPP) یا (TTTT) $n(S) = 2^4 = 16$

ب) حداقل یک سکه رو ظاهر شود؟ معقم این باشد این است که احتمال آن
بدایید یا $\frac{1}{16}$ این است $\left(\frac{15}{16}\right)$
ج) حداقل یک سکه رو ظاهر شود یعنی یا ۱ رو بیاید یا ۱۱ یا ۱۱۱ یا ۱۱۱۱
 $\Rightarrow \frac{5}{16}$ (PPPP) (PPPP) (PPPP) (PPPP)

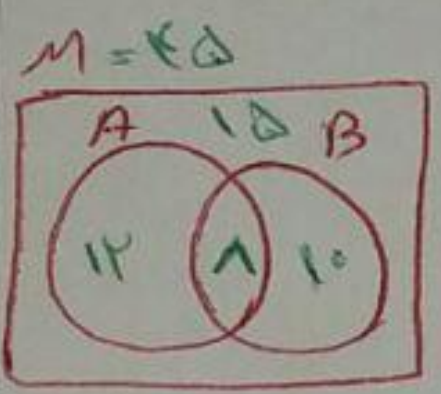
۱۶- ۵ گوی یکسان با شماره ۱ تا ۵ در ظرفی قرار دارند. به طور تصادفی ۲ گوی خارج می کنیم.
احتمال این که شماره ۱ و ۵ هر دو گوی بیست و یکم از عدد ۱ تا ۵ باشد چقدر است؟ (۱ نمره)
گوی اول از بین ۵ گوی انتخاب می شود دومی گوی دوم $\frac{2}{9} \times \frac{4}{10}$
گوی از بین ۹ گوی انتخاب می شود

۱۷- در انتخاب ۱ کارت از بین ۱۲ کارت با شماره ۱ تا ۱۲ متفاوت، احتمال به مقدار از
بیست و یکم بداید $\frac{2}{3}$ است! (۱ نمره) هر زیر مجموعه ۸ کفوی از $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$
فضای نمونه دارای احتمال $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$ هستند
 $\frac{12!}{8! \times 4!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9}{4 \times 3 \times 2} = 99 \times 5 = 495$

۱۸- اگر $A = \{\emptyset, a, \{\{a\}, b\}\}$ باشد، درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید (۱ نمره)
 $n(A) = 4$ X $\{a\} \in A$ X $\{a\} \subseteq A$ ✓ $\emptyset \in A$ ✓
دانلود از اپلیکیشن پادرس

۱۹- مجموعه $A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$ چند زیر مجموعه دارد که مجموع بزرگترین و کوچکترین
کفوی آن ۱۴ باشد؟ (۱ نمره)
 $\left. \begin{array}{l} \{1, 13\} \rightarrow 2^5 \\ \{3, 11\} \rightarrow 2^3 \\ \{5, 9\} \rightarrow 2^1 \end{array} \right\} 2^5 + 2^3 + 2^1 = 32 + 8 + 2 = 42$

۲- اگر $n(A \cap B) = 8$, $n(A \cap B^c) = 12$, $n(A^c \cap B^c) = 15$, $n(M) = 45$ باشد
 سطلو سبت: $n(A-B) = 12$ $n(A \cup B) = 20$ (۵ انزده)



(ج)
 $n(A \cup B^c) =$
 $n(A \cap B^c) + n(A \cap B) = 12 + 8 = 20$

(الف)
 $n(B^c) = 15 + 12 = 27$
 $n(A) = 12 + 8 = 20$

۲۱- طرف دوم کاری می زید را بنویسید (اثبات ریاضی) (۲۵ انزده)

$(A \cap \emptyset)' \cap (M - A) = A \cap A' = \emptyset$
 $A \cup \emptyset = A$ A'

$((B-A) - A) \cup (A \cup (A \cap B)) = (B \cap A') \cup A = (B \cup A) \cap (A \cup A')$
 $= M \cap (B \cup A) = B \cup A$

سوال استیاری (انزده)

۲۲- در یک جبهه عدد رنگی ۶ عدد با رنگ های متفاوت کنده هم چیده شده اند. احتمال این که عدد آبی و قرمز کنار هم نباشند چقدر است؟

کل حالت: $6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

باید این که عدد قرمز و آبی کنار هم باشند این دو عدد را به هم بستیم و با عدد در نظر می گیریم و چون می توان جای عدد قرمز و آبی را عوض کرد باید عدد آبی را در ۲ ضرب کنیم

$2 \times 5! = 2 \times 120 = 240$

احتمال این که آبی و قرمز کنار هم باشند $\frac{240}{720} = \frac{1}{3}$
 احتمال این که آبی و قرمز کنار هم نباشند $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

سالم و موفق و شاد و با شیب (مبارکی)