

شماره صندلی :	باسمه تعالی	درس : هندسه
نام :	اداره آموزش و پرورش شهر تهران	تاریخ آزمون : ۰۱ / ۰۳ / ۹۷
نام خانوادگی :	اداره آموزش و پرورش منطقه ۶	زمان : ۱۲۰ دقیقه
کلاس : پایه دهم	دبیرستان ماندگار البرز	نام دبیر :

۱- مفاهیم زیر را تعریف کنید. (۲ نمره)

الف) دو صفحه عمود بر هم: دو صفحه هم میزنند که در خطی با هم برخورد کنند. (در صورتی که در یک نقطه برخورد کنند، در آن نقطه دو خط متقاطع در صفحه عمود بر هم قرار میگیرند.)
 ب) دو خط متناظر: دو خط در فضا که هیچ نقطه مشترکی ندارند، اما در صفحه‌ای وجود دارند و با هم برخورد نمیکنند. (در فضا دو خط متناظر در یک صفحه قرار میگیرند و با هم برخورد نمیکنند.)
 ج) چند ضلعی: شکلی است شامل n ($n > 3$) پاره خط متوالی که در پاره خط قبلی در یک نقطه قرار میگیرند و در نقطه آخر آنها ای خود را قطع کند.
 د) برهان خلف: فرض کنید که در یک اثبات اشتباه اند، روی یک خط بنا می‌کنند. (در روش برهان خلف برای اثبات حکم، به جای اینکه به هر مستقیم از فرض شروع کنیم به علم برعکس فرض می‌کنیم و غلطی را در برهان غیر ممکن می‌کنیم تا تناقض حاصل شود.)

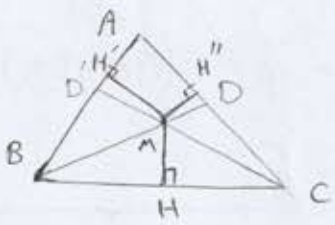
۲- در جاهای خالی عبارت های مناسب بنویسید. (۱/۲۵ نمره)

الف) در هر مستطیل قطر ها ... بهم برابرند و نیمساز زوایای داخلی ندینند.
 ب) مثالی که برای رد درستی یک حکم بکار می رود، ... مثالی نیست نام دارد.
 ج) اگر یک دوزنقه قائم الزاویه را حول ضلع عمود بر قاعده ها دوران دهیم شکل حاصل مخروط ناقص می باشد.
 د) اگر صفحه ای موازی با قاعده ی استوانه آن را برش دهد شکل حاصل یک دایره خواهد شد.

۳- در مقابل عبارات صحیح کلمه درست و در برابر جملات غلط کلمه نادرست را بنویسید. (۱ نمره)

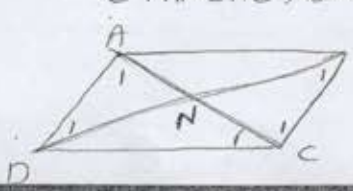
الف) از هر نقطه غیر واقع بر یک صفحه، بیشمار خط می توان بر آن صفحه عمود کرد. نادرست
 ب) فصل مشترک دو صفحه در فضا همواره یک صفحه است. نادرست
 ج) هر زاویه ی خارجی یک شش ضلعی منتظم ۶۰ درجه است. درست
 د) مجموع فاصله های هر نقطه درون مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع شش واحد، برابر است با $3\sqrt{2}$. نادرست

۴- ثابت کنید نیمسازهای زوایای داخلی هر مثلث هم رس اند. (۱ نمره)



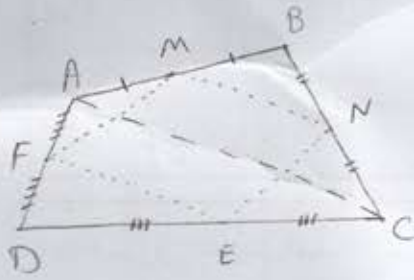
$$\left. \begin{array}{l} BD \text{ نیای} \rightarrow MH = MH' \\ CD \text{ نیای} \rightarrow MH = MH'' \end{array} \right\} \Rightarrow MH' = MH'' \Rightarrow$$
 ماصدی نقطه M از دو ضلع زاویه A یکسان است
 هر سه نیای در نقطه M هم رسند $\Rightarrow M$ روی نیای A است

۵- ثابت کنید در هر متوازی الاضلاع قطرها همدیگر را نصف می کنند. (۱ نمره)



$$\left. \begin{array}{l} AD \parallel BC \Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{A}_1 \\ AD \parallel BC \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \\ \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} AN = NC \\ DN = BN \end{array} \right\} \text{ (برای متناظر)}$$

۶- ثابت کنید اگر وسط اضلاع هر چهارضلعی محدب را به طور متوالی به هم وصل کنیم شکل حاصل یک متوازی الاضلاع است. (۱ نمره)

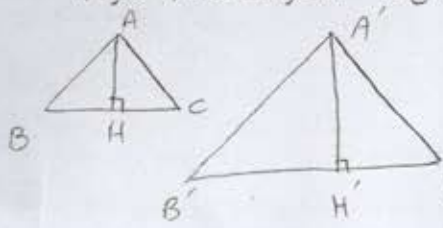


$$\begin{aligned} \triangle ABC: \frac{BM}{AM} &= \frac{BN}{NC} \xrightarrow{\text{علی‌نالی}} MN \parallel AC \\ \triangle DC: \frac{DF}{AF} &= \frac{DE}{CE} \xrightarrow{\text{علی‌نالی}} FE \parallel AC \end{aligned} \Rightarrow MN \parallel FE$$

به طریق مشابه می‌توان نشان داد $MF \parallel NE$

$MNEF$ متوازی الاضلاع است. \leftarrow

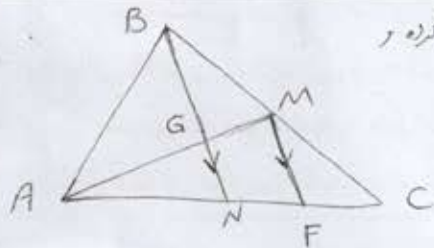
۷- ثابت کنید اگر دو مثلث با نسبت تشابه k مشابه باشد آنگاه نسبت مساحت آن‌ها k^2 خواهد شد. (۱ نمره)



$$\frac{S_{A'B'C'}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2} \times AH' \times B'C'}{\frac{1}{2} \times AH \times BC} = k \times k = k^2$$

نسبت اضلاع برابر نسبت k است. نسبت ارتفاع‌ها برابر است.

۸- ثابت کنید میانه‌های هر مثلث هم‌رسند. (۱۵ نمره) در میان AM و BN را رسم کرده و از M موازی با BN رسم کنیم تا AC را در F قطع کند.



$$MF \parallel BN \xrightarrow{\text{تاس}} \frac{CM}{BM} = \frac{CF}{FN} = 1 \Rightarrow F \text{ وسط } AC$$

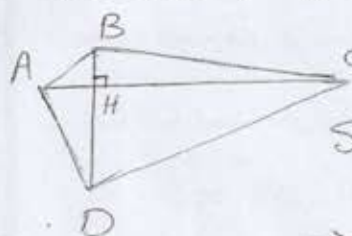
$$\Rightarrow NF = \frac{1}{2} NC = \frac{1}{2} AN \Rightarrow AF = 2NF$$

$$\triangle AMF \xrightarrow{\text{تاس}} \frac{AF}{NF} = \frac{AM}{MG} = 2 \Rightarrow AM = 2GM \Rightarrow GM = \frac{1}{3} AM, AG = \frac{2}{3} AM$$

به طریق مشابه می‌توان ثابت کرد $GN = \frac{1}{3} NB, BG = \frac{2}{3} NB$

پس G مرکز ثقل است. \leftarrow هر سه میانه هم‌رسند.

۹- ثابت کنید مساحت هر چهارضلعی که دو قطر عمود بر هم دارد، برابر است با نصف حاصلضرب اندازه‌های دو قطر آن. (۱ نمره)

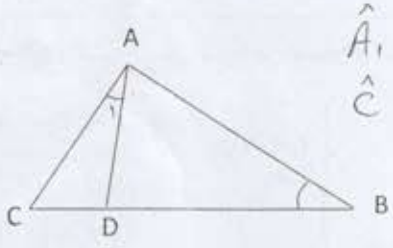


$$S_{ABCD} = S_{ABC} + S_{ADC} \Rightarrow$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} BH \times AC + \frac{1}{2} DH \times AC = \frac{1}{2} AC (BH + DH)$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \times BD$$

۱۰- در شکل روبرو $\widehat{A_1} = \widehat{B}$ و $\overline{AC} = 4$ و $\overline{BD} = 6$. طول پاره خط BC را بدست آورید. (۱ نمره)

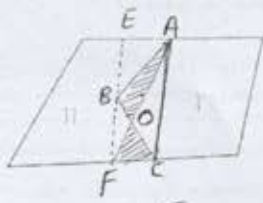


$$\left. \begin{aligned} \hat{A}_1 &= \hat{B} \\ \hat{C} &= \hat{C} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle ADC$$

نسبت‌ها: $\frac{CD}{AC} = \frac{AC}{BC} \Rightarrow \frac{CD}{4} = \frac{4}{4+CD}$

$$\Rightarrow CD^2 + 4CD - 16 = 0 \Rightarrow \begin{cases} CD = -4 \text{ (منفی)} \\ CD = 4 \end{cases} \Rightarrow BC = 4 + 4 = 8$$

۱۱- شکل زیر نمایی از یک مزرعه مربوط به ۲ نفر است. چگونه می توانیم مرز مشترک این دو زمین (خط شکسته ABC) را بدون آنکه از مساحت زمین ها کم شود، به یک خط مستقیم تبدیل کنیم؟



(مراحل کار را توضیح دهید). (۱/۵ نمره) از A: C منتهی در از B موازی خط AC رسم کنیم تا دو مرز دیگر را در E و F قطع کند. مرز جدید می تواند پارچه AF باشد. زیر را رسم کنید:

$$S_{ABC} = S_{AFC}$$

$$\xrightarrow{-S_{AOC}} S_{ABC} - S_{AOC} = S_{AFC} - S_{AOC} \Rightarrow S_{ABO} = S_{FCO}$$

← میزان با همجای مزرعه به همجای است که مقدار مساحت سرزمین برابر می شود.

۱۲- با توجه به قضیه ی پیک مساحت شکل زیر را بیابید. (۱ نمره)



$$l = 3$$

$$b = 4$$

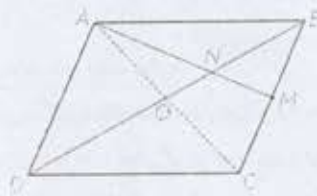
مناظره

$$S = \frac{b}{2} + l - 1$$

$$S = \frac{4}{2} + 3 - 1 = 4$$

۱۳- در مثلث متوازی الاضلاع ABCD، M وسط ضلع BC است و پاره خط AM قطر BD را در N قطع کرده است.

نشان دهید: $S_{BMN} = \frac{1}{12} S_{ABCD}$ (۱/۵ نمره)

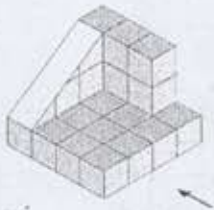


$$\left. \begin{array}{l} ABCD \text{ متوازی الاضلاع} \\ AC \text{ قطر} \end{array} \right\} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} S_{ABCD} \quad \textcircled{I}$$

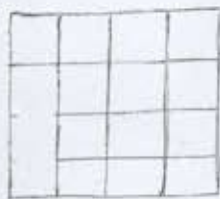
$$\left. \begin{array}{l} \triangle ABC: \\ \text{AM میانه} \\ \text{BO میانه} \end{array} \right\} \Rightarrow N \text{ محل تقاطع میانه ها} \Rightarrow S_{BMN} = \frac{1}{4} S_{ABC} \quad \textcircled{II}$$

$$\xrightarrow{\textcircled{I}, \textcircled{II}} S_{BMN} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} S_{ABCD} \Rightarrow S_{BMN} = \frac{1}{8} S_{ABCD}$$

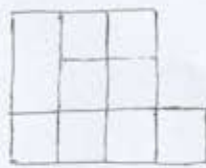
۱۴- برای شکل، زیر نمای روبرو، نمای بالا و نمای چپ را رسم کنید. (۱/۷۵ نمره)



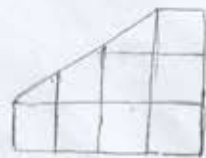
نمای بالا



نمای چپ



نمای روبرو



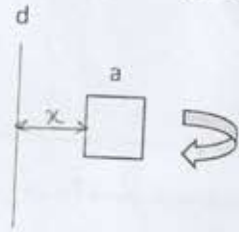
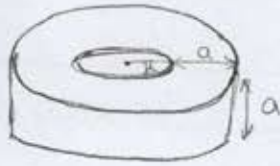
۱۵- وضعیت نسبی دو صفحه، دو خط، خط و صفحه را در فضا بیان کنید. (۱/۵ نمره)

- | | | |
|--------------------|------------------|-----------------------------|
| در صفحه : ۱- موازی | در خط : ۱- موازی | خط و صفحه : ۱- موازی |
| ۲- منطبق | ۲- منطبق | ۲- منطبق (صفحه شامل خط است) |
| ۳- متقاطع | ۳- متقاطع | ۳- متقاطع |
| | ۴- متناظر | |

۱۶- سطح مقطع یک صفحه با کره ای به شعاع دو واحد چه شکلی است؟ در چه صورت این سطح مقطع بیشترین مساحت را دارد؟ بیشترین مقدار مساحت را بدست آورید. (۱ نمره)
 سطح مقطع یک کره (در صورت مناسب کردن) صفحه بر کره، سطح مقطع یک کره است. - در صورتی که دقیقاً از وسط کره عبور کند.

$$S_{max} = \pi r^2 = \pi (2)^2 = 4\pi$$

۱۷- مربعی به ضلع a را حول محور d دوران داده ایم. شکل حاصل را توصیف کنید. (۱ نمره)
 شکل حاصل یک استوانه ی توخالی می باشد که شعاع آن a و ارتفاع آن d است.



در باره ابوریحان بیشتر بدانیم :
 بیرونی در کتاب «الاسطرلاب» روشی برای مقایسه شعاع زمین ارائه می کند (بوسیله افق افق وقتی از ارتفاعات به افق نگاه می کنیم). بعدها در کتاب «قانون مسعودی» ابوریحان عملی کردن این روش توسط خود را گزارش می دهد. اندازه گیری او یک درجه سطح زمین را ۵۸ میل بدست آورده است که با توجه به اینکه هر میل عربی ۱۹۷۳٫۳ متر است، شعاع زمین ۶۵۶۰ کیلومتر (بر حسب واحدهای امروزی) به دست می آید که تا هر خوبی به مقدار صحیح آن نزدیک است.