

ش سندلی:

نام واحد آموزشی: دبیرستان علامه طباطبایی

نوبت امتحانی: خردادماه ۱۴۰۱

نام و نام خانوادگی:

نام پدر:

رشته: ریاضی

پایه: یازدهم

سؤال امتحان درس: هندسه ۲

نام دبیر:

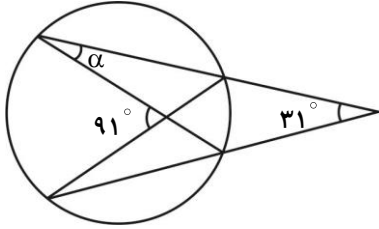
سال تحصیلی: ۱۴۰۱ - ۱۴۰۰

ساعت امتحان: ۰۸:۰۰ صبح

وقت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۰۷

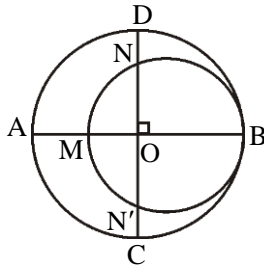
تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

۱- در شکل مقابل اندازه‌ی زاویه‌ی  $\alpha$  را به دست آورید.

بارم

۱

۲- در شکل زیر، دو دایره برهم مماس و دو قطر AB و CD از دایره‌ی بزرگ‌تر برهم عمودند. اگر  $AM = ۱۶$  و  $ND = ۱۰$ ، شعاع‌های دو دایره را به دست آورید.



۳- طول شعاع‌های دو دایره‌ی متخارج را به دست آورید که طول مماس مشترک خارجی آن‌ها مساوی  $۳\sqrt{۷}$  و طول مماس مشترک داخلی آن‌ها  $\sqrt{۱۵}$  و طول خط‌المركزین آن‌ها مساوی ۸ واحد است.

۴- ثابت کنید یک ذوزنقه محاطی است اگر و تنها اگر متساوی‌الساقین باشد.

۵- ثابت کنید انتقال تبدیل طولپا است. (سؤال را برای حالتی حل کنید که پاره خط داده شده با بردار انتقال موازی نیست.)

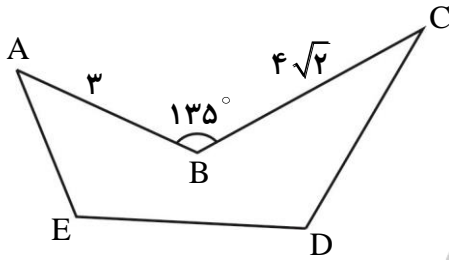
۶- نقطه‌ی A به فاصله‌ی  $۲\sqrt{۶}$  از خط d قرار دارد. تصویر نقطه‌ی A را تحت بازتاب نسبت به خط d، نقطه‌ی A' می‌نامیم. نقطه‌ی A را حول نقطه‌ی A' به اندازه‌ی  $۱۲۰^\circ$  دوران می‌دهیم تا نقطه‌ی A'' حاصل شود. طول پاره خط AA'' را محاسبه کنید.

۷- در چه شرایطی دوران و تجانس می‌توانند تبدیل همانی باشند.

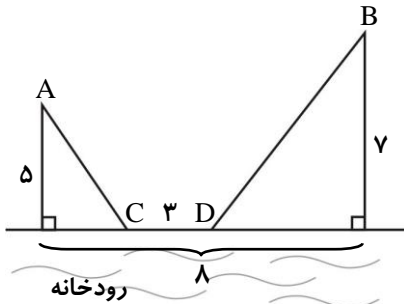
۸- یک مربع را در تجانسی با نسبت تجانس  $\frac{۲}{۳}$  و به مرکز محل تلاقی قطرها تصویر کرده‌ایم. اگر مساحت بین مربع و تصویرش ۵ باشد، محیط مربع اولیه را محاسبه کنید.

۱/۲۵

- ۹- زمینی به شکل زیر داریم، می‌خواهیم بدون آن که محیط این زمین تغییر کند مساحتش را افزایش دهیم. میزان افزایش مساحت را حساب کنید.

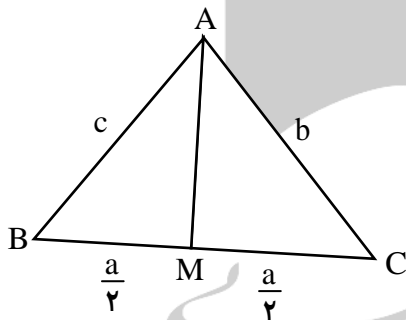


- ۱۰- دو شهر A و B مطابق شکل در یک طرف رودخانه قرار گرفته‌اند. می‌خواهیم جاده‌ای از A به B بسازیم به طوری که ۳ کیلومتر از این جاده در ساحل رودخانه ساخته شود. با توجه به اندازه‌های مشخص شده طول کوتاه‌ترین مسیر ACDB را بیابید.



- ۱۱- در مثلث ABC،  $BC = 10\text{ cm}$  و  $\hat{A} = 120^\circ$  و  $AC = \frac{10\sqrt{6}}{3}$  مقدار شعاع دایره‌ی محیطی مثلث و اندازه زوایای  $\hat{C}$  و  $\hat{B}$  را به دست آورید.

- ۱۲- در مثلث ABC میانه‌ی AM را رسم کرده‌ایم ( $MB = MC = \frac{a}{2}$ ) ثابت کنید:



$$b^2 + c^2 = 2AM^2 + \frac{a^2}{2}$$

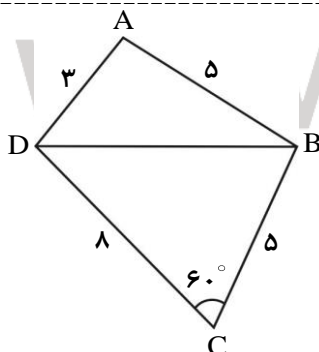
- ۱۳- در مثلث ABC،  $AB = 6$  و  $AC = 9$  و  $BC = 10$  است. الف) طول نیمساز زاویه‌ی داخلی A را به دست آورید. ب) حاده، قائمه و یا منفرجه بودن زاویه‌ی A را تعیین کنید.

۱/۵

۱

۱

۱/۵



- ۱۴- در شکل مقابل:

الف) طول قطر BD را بیابید.

ب) مساحت چهارضلعی ABCD را به دست آورید.

راهنمای تصحیح درس: هندسه ۲

نام واحد آموزشی: دبیرستان علامه طباطبایی

ساعت امتحان: ۰۸:۰۰ صبح

نوبت امتحانی: خردادماه ۱۴۰۱

پایه: یازدهم

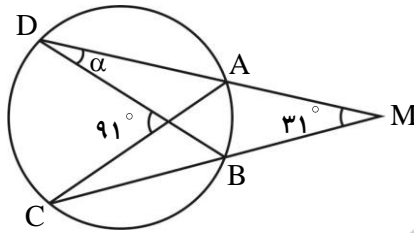
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۰۷

سال تحصیلی: ۱۴۰۱ - ۱۴۰۰

رشته: ریاضی

تعداد برگ راهنمای تصحیح: ۴ صفحه

۱- (صفحه ۱۶ کتاب)



$$\left. \begin{aligned} \frac{\widehat{CD} - \widehat{AB}}{2} &= 31^\circ \\ \frac{\widehat{CD} + \widehat{AB}}{2} &= 91^\circ \end{aligned} \right\} 91^\circ - 31^\circ = \frac{\widehat{CD} + \widehat{AB} - (\widehat{CD} - \widehat{AB})}{2}$$

$$\left. \begin{aligned} \rightarrow 60^\circ &= \frac{2\widehat{AB}}{2} \rightarrow \widehat{AB} = 60^\circ \\ \alpha &= \frac{\widehat{AB}}{2} \end{aligned} \right\} \alpha = 30^\circ$$

۲- (صفحه ۲۳ کتاب)

شعاع دایره‌ی بزرگ را برابر با R و شعاع دایره‌ی کوچک را برابر با R' در نظر می‌گیریم.

$$DN = 10 \rightarrow ON = R - 10$$

$$AM = 16 \rightarrow OM = R - 16$$

می‌دانیم قطر عمود بر هر وتر در یک دایره آن وتر و کمان‌های نظیر آن وتر

را نصف می‌کند بنابراین می‌توان نوشت:  $ON = ON'$ 

$$OM \times OB = ON \times ON' \rightarrow (R - 16)R = (R - 10)(R - 10)$$

$$\rightarrow R^2 - 16R = R^2 - 20R + 100 \rightarrow 4R = 100 \rightarrow R = 25 \rightarrow AB = 50$$

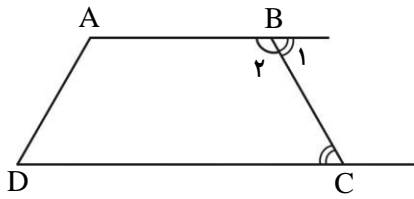
$$\left. \begin{aligned} AB &= 50 \\ AM &= 16 \end{aligned} \right\} BM = 50 - 16 = 34 \rightarrow R' = 17$$

۳- (صفحه ۲۳ کتاب)

$$\text{طول مماس مشترک خارجی دو دایره‌ی } C'(O', R') \text{ و } C(O, R) = \sqrt{OO'^2 - (R - R')^2} \rightarrow 3\sqrt{7} = \sqrt{OO'^2 - (R - R')^2} \rightarrow 63 = 8^2 - (R - R')^2$$

$$\text{طول مماس مشترک داخلی دو دایره‌ی } C'(O', R') \text{ و } C(O, R) = \sqrt{OO'^2 - (R + R')^2} \rightarrow \sqrt{15} = \sqrt{OO'^2 - (R + R')^2} \rightarrow 15 = 8^2 - (R + R')^2$$

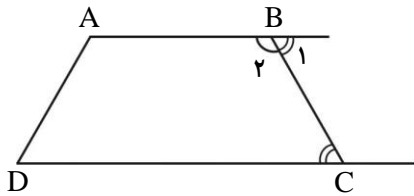
$$\left. \begin{aligned} \rightarrow (R - R')^2 &= \frac{64 - 63}{49} \rightarrow R - R' = 1 \\ \rightarrow (R + R')^2 &= \frac{64 - 15}{49} \end{aligned} \right\} \rightarrow 2R = 8 \rightarrow R = 4 \xrightarrow{R - R' = 1} R' = 3$$



$$\left. \begin{array}{l} \text{دوزنقه } ABCD \quad AB \parallel CD \rightarrow \hat{B}_1 = \hat{C} \\ \text{مورب } BC \\ \hat{B}_1 + \hat{B}_2 = 180^\circ \end{array} \right\} \hat{C} + \hat{B}_2 = 180^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{دوزنقه متساوی الساقین } ABCD \rightarrow \hat{D} = \hat{C} \end{array} \right\} \hat{D} + \hat{B}_2 = 180^\circ$$

ABCD چهار ضلعی محاطی است.

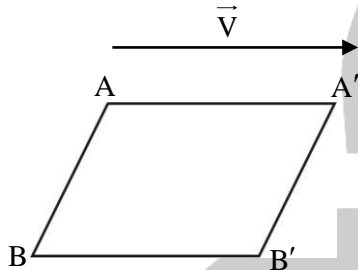


$$\left. \begin{array}{l} \text{دوزنقه } ABCD \quad AB \parallel CD \rightarrow \hat{B}_1 = \hat{C} \\ \text{مورب } BC \\ \hat{B}_1 + \hat{B}_2 = 180^\circ \end{array} \right\} \hat{C} + \hat{B}_2 = 180^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{محاطی } ABCD \rightarrow \hat{B}_2 + \hat{D} = 180^\circ \end{array} \right\} \hat{C} = \hat{D}$$

دوزنقه‌ی ABCD متساوی الساقین است.

۱/۵

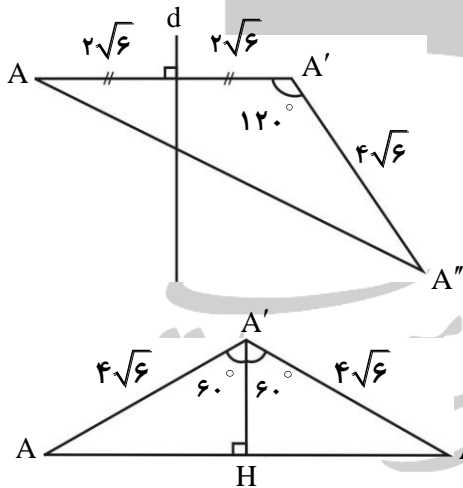


فرض کنید پاره‌خط دلخواه AB با بردار  $\vec{V}$  (بردار انتقال) موازی نباشد.  
 $A'B'$  انتقال یافته‌ی پاره‌خط AB با بردار  $\vec{V}$  است.

$$\vec{AA'} = \vec{BB'} = \vec{V} \rightarrow AA' \parallel BB' \rightarrow AA'B'B \text{ متوازی الاضلاع است.}$$

$$\rightarrow AB \parallel A'B'$$

۱



$$\left. \begin{array}{l} \hat{H} = 90^\circ \\ \hat{AA'H} = 60^\circ \end{array} \right\} AH = \frac{\sqrt{3}}{2} AA' \rightarrow AH = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4\sqrt{6} = 6\sqrt{2}$$

$$AA'' = 2AH \rightarrow AA'' = 12\sqrt{2}$$

۱

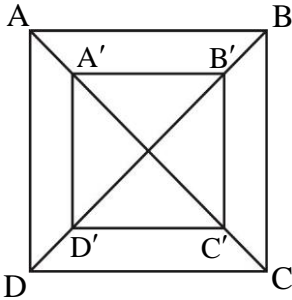
یک دوران زمانی یک تبدیل همانی است که زاویه‌ی دوران مضرب صحیحی از  $36^\circ$  باشد.  
 یک تجانس زمانی یک تبدیل همانی است که نسبت تجانس +۱ باشد.

۱

ساعت امتحان: ۰۸:۰۰ صبح	نام واحد آموزشی: دبیرستان علامه طباطبایی	راهنمای تصحیح درس: هندسه ۲
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۰۷	پایه: یازدهم	نوبت امتحانی: خردادماه ۱۴۰۱
تعداد برگ راهنمای تصحیح: ۴ صفحه	سال تحصیلی: ۱۴۰۱ - ۱۴۰۰	رشته: ریاضی

۸- (صفحه ۵۱ کتاب)

مربع  $A'B'C'D'$  مجانس مربع  $ABCD$  تحت تجانس به مرکز  $O$  (محل تلاقی قطرهای مربع) با نسبت تجانس  $\frac{2}{3}$  است.

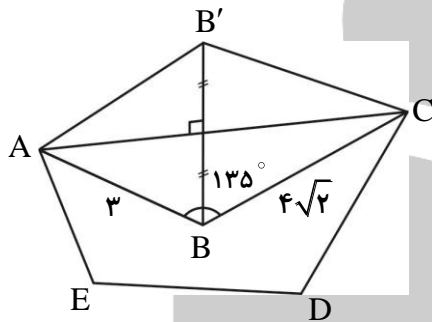


$$k = \frac{2}{3} \rightarrow \frac{S_{A'B'C'D'}}{S_{ABCD}} = \frac{4}{9} \left. \begin{array}{l} S_{ABCD} - S_{A'B'C'D'} = 5 \\ S_{ABCD} - \frac{4}{9} S_{ABCD} = 5 \end{array} \right\} S_{ABCD} - \frac{4}{9} S_{ABCD} = 5$$

$$\rightarrow \frac{5}{9} S_{ABCD} = 5 \rightarrow S_{ABCD} = 9 \rightarrow AB = 3 \rightarrow \text{محیط مربع } ABCD = 12$$

۱/۲۵

۹- (صفحه ۵۶ کتاب)



$$S_{\Delta ABC'} = 2S_{\Delta ABC} = \text{میزان افزایش مساحت}$$

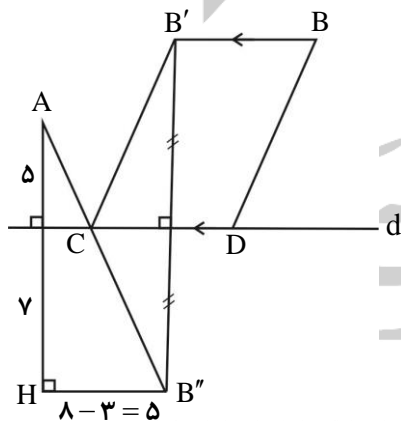
$$S_{\Delta ABC} = \frac{3 \times 4\sqrt{2} \times \sin 135^\circ}{2} = \frac{3 \times 4\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = 6$$

$$\rightarrow \text{میزان افزایش مساحت} = 2 \times 6 = 12$$

۱

۱۰- (صفحه ۵۵ کتاب)

ابتدا نقطه  $B$  را با بردار  $DC$  انتقال می‌دهیم و نقطه‌ی حاصل را  $B'$  می‌نامیم.



$$\overline{BB'} = \overline{DC} \rightarrow BD = B'C$$

$$ACDB \text{ مسیر طول} = AC + CD + DB = AC + 3 + B'C$$

$$CB' = CB'' \rightarrow AC + B'C = AC + CB'' \left. \begin{array}{l} AC + CB'' \geq \overline{AB''} \\ \text{مقدار ثابت} \end{array} \right\} \min(AC + B'C) = AB''$$

(زمانی حالت تساوی اتفاق می‌افتد که نقطه  $C$  محل تلاقی  $AB''$  با خط  $d$  باشد.)

$$\left. \begin{array}{l} ACDB \text{ کمترین طول مسیر} = AB'' + 3 \\ AB'' = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13 \end{array} \right\} ACDB \text{ کمترین طول مسیر} = 16$$

۱/۲۵

۱۱- (صفحه ۶۴ کتاب)

به کمک قضیه‌ی سینوس‌ها می‌توان نوشت:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = 2R \Rightarrow \frac{10}{\sin 120^\circ} = 2R \quad \sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow 2R = \frac{10}{\frac{\sqrt{3}}{2}}, \quad R = \frac{10\sqrt{3}}{3}$$

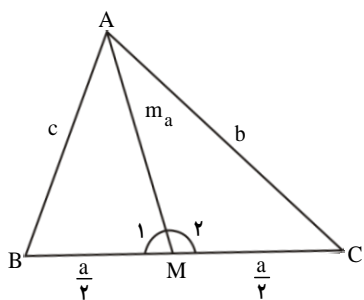
۱/۵

بارم

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = 2R \Rightarrow \frac{1 \cdot \sqrt{6}}{\sin \hat{B}} = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{\sin \hat{B}} \Rightarrow \sin \hat{B} = \frac{1 \cdot \sqrt{6}}{2 \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \hat{B} = 45^\circ \text{ یا } 135^\circ, \hat{A} = 120^\circ \Rightarrow \hat{B} = 45^\circ \Rightarrow \hat{C} = 15^\circ$$

۱۲- (صفحه‌ی ۶۹ کتاب)



$$\triangle ABM: c^2 = m_a^2 + \frac{a^2}{4} - 2m_a \cdot \frac{a}{4} \cos \hat{M}_1$$

$$\triangle ACM: b^2 = m_a^2 + \frac{a^2}{4} - 2m_a \cdot \frac{a}{4} \cos \hat{M}_2$$

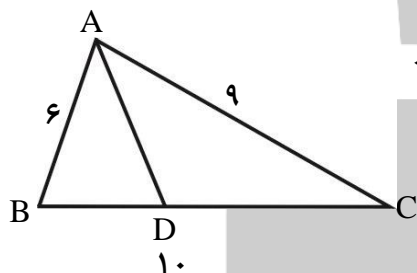
$$\hat{M}_1 + \hat{M}_2 = 180^\circ \rightarrow \cos \hat{M}_1 = -\cos \hat{M}_2$$

$$\rightarrow c^2 + b^2 = 2m_a^2 + \frac{a^2}{2} - 2m_a \cdot \frac{a}{4} \cos \hat{M}_1 - 2m_a \cdot \frac{a}{4} \cos \hat{M}_2$$

$$\rightarrow c^2 + b^2 = 2m_a^2 + \frac{a^2}{2} - \cos \hat{M}_1$$

۱/۵

۱۳- (صفحه‌ی ۷۲ کتاب)



AD نیمساز  $\rightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} \rightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3} \rightarrow BD = 2x, DC = 3x$  (الف)

$$\rightarrow 2x + 3x = 10 \rightarrow 5x = 10 \rightarrow x = 2$$

$$\rightarrow BD = 4, DC = 6$$

$$AD^2 = AB \times AC - BD \times DC$$

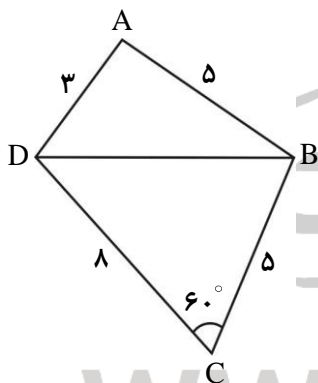
$$\rightarrow AD^2 = 6 \times 9 - 4 \times 6 = 54 - 24 = 30 \rightarrow AD = \sqrt{30}$$

۱/۵

۱  $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos \hat{A} \rightarrow 100 = 36 + 81 - 2 \times 6 \times 9 \times \cos \hat{A}$  (ب) (صفحه‌ی ۷۶ کتاب)

$$\rightarrow 2 \times 6 \times 9 \cos \hat{A} = 117 - 100 \rightarrow \cos \hat{A} > 0 \rightarrow \hat{A} < 90^\circ$$

۱۴- (صفحه‌ی ۷۵ کتاب)



(الف)  $BD^2 = CB^2 + CD^2 - 2CB \times CD \times \cos \hat{C}$

$$\rightarrow BD^2 = 5^2 + 8^2 - 2 \times 5 \times 8 \times \cos 60^\circ$$

$$\rightarrow BD^2 = 25 + 64 - 40 = 49 \rightarrow BD = 7$$

۱

(ب)  $S_{ABCD} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle BCD}$

$$S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} \times \frac{15}{2} \times \left( \frac{15}{2} - 5 \right) \times \left( \frac{15}{2} - 3 \right) \times \left( \frac{15}{2} - 7 \right) = \frac{15\sqrt{3}}{4}$$

$$S_{\triangle BCD} = \frac{5 \times 8 \times \sin 60^\circ}{2} = 10\sqrt{3}$$

$$S_{ABCD} = \frac{15\sqrt{3}}{4} + 10\sqrt{3} = \frac{55\sqrt{3}}{4}$$

۱/۵