به نام خدا

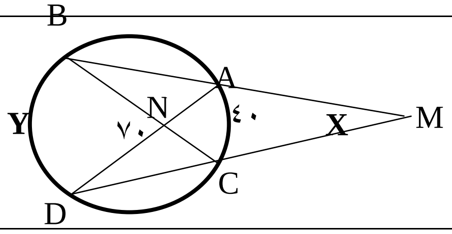
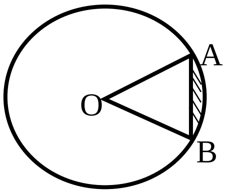
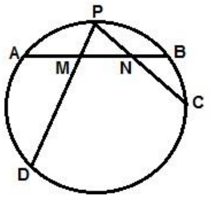
مرکز پیش دانشگاهی و دبیرستان
باقرالعلوم

نام و نام خانوادگی :   امتحان درس : **هندسه ۲**

کلاس : **یازدهم**   رشته : **ریاضی**   وقت امتحان : **۱۰۰**   کد : **۱۴۰۰/۱۰/۸**

دانش آموز عزیز شما می توانید پاسخنامه امتحان را دو ساعت پس از پایان امتحان در پورتال مدرسه ملاحظه نمائید.

www.bagheralolum.sch.ir

ردیف	سوالات	نمره
۱	قضیه : ثابت کنید اندازه زاویه محاطی نصف کمان روبرو به آن است.(حالتی که یک ضلع زاویه قطر دایره باشد)	۱/۲۵
۲	قضیه : در یک دایره دو وتر AB , CD همدیگر را در نقطه M داخل دایره قطع کرده اند، ثابت کنید: MA.MB=MC.MD	۱/۲۵
۳	قضیه : یک چهارضلعی محیطی است، اگر مجموع اندازه های دو ضلع مقابل، برابر مجموع اندازه های دو ضلع دیگر باشند.	۱/۵
۴	یک ذوزنقه هم محیطی است هم محاطی. ثابت کنید مساحت این ذوزنقه برابر است با میانگین حسابی دو قاعده آن ضرب در میانگین هندسی آنها.	۱/۵
۵	اگر r_a , r_b , r_c شعاعهای سه دایره محاطی خارجی مثلث و r شعاع دایره محاطی داخلی باشد، نشان دهید: $\frac{1}{r_a}+\frac{1}{r_b}+\frac{1}{r_c}=\frac{1}{r}$	۱
۶	X , y را بیابید: 	۱
۷	اگر شعاع دایره $R = 4\ cm$, $A\hat{O}B = 60$ باشد، مساحت قسمت خاکستری را بیابید. 	۱/۲۵
۸	اگر r شعاع دایره محاطی داخلی مثلث ABC وS مساحت مثلث و 2P محیط مثلث باشد، ثابت کنید: $r=\frac{s}{p}$	۱/۲۵
۹	ثابت کنید قطر عمود بر وتر، آن وتر و کمان نظیر آن وتر را نصف می کند.	۱/۵
۱۰	ثابت کنید اگر زاویه مرکزی قطاعی از دایره $C(O,R)$ بر حسب درجه مساوی θ باشد، مساحت قطاع برابر با $S=\frac{\pi R^2}{360}\theta$	۱
۱۱	وتر دلخواه AB را درون $C(O,R)$ رسم کرده ایم. از نقطه P واقع بر کمان $\widehat{AB}$ که $\widehat{AP}=\widehat{PB}$ دو وتر دلخواه PC و PD را رسم کرده تا وتر AB را در M و N قطع کند. ثابت کنید چهار ضلعی MNCD محاطی است. 	۱/۵
۱۲	قضیه : در هر تبدیل طولپا، تبدیل یافته هر زاویه، زاویه ای هم اندازه آن است.	۱/۲۵
۱۳	قضیه : ثابت کنید بازتاب مرکزی طولپاست.	۱/۲۵
۱۴	دو خط متقاطع d_1 , d_2 با هم زاویه θ می سازند که محل تلاقی دو خط را o می نامیم. بازتاب نقطه A نسبت به خط d_1 را B و بازتاب B نسبت به خط d_2 را C می نامیم. ثابت کنید C دوران نقطه A به مرکز O و تحت زاویه 2θ است.	۱/۵
۱۵	تعریف کنید: الف) طولپا ب) انتقال	۱

۱۶	در حالتی که پاره خط AB در راستای عمود بر خط بازتاب قرار دارد. ثابت کنید اگر $\acute{A}\acute{B}$ بازتاب AB باشد. $\acute{A}\acute{B}$, AB هم اندازه اند.	۱

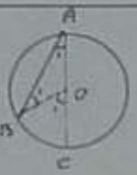
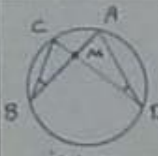
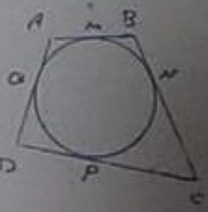
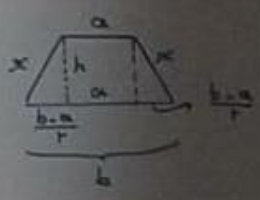
موفق باشید

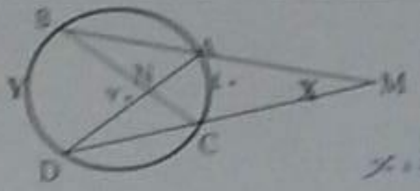
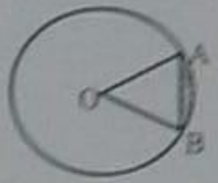
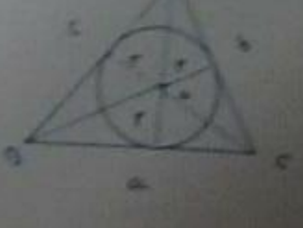
به نام خدا

نام و نام خانوادگی : **کلید**
امتحان درس : **هندسه ۲**
کلاس : **یازدهم** رشته : **ریاضی**
وقت امتحان : **۱۰۰** کد : ۱۴۰۰/۱۰/

دانش آموز عزیز شما می توانید پاسخنامه امتحان را دو ساعت پس از پایان امتحان در پورتال مدرسه ملاحظه نمائید.

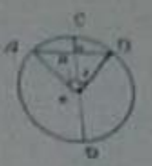
www.bagheralolum.sch.ir

ردیف	سوالات	نمره
۱	**قضیه** : ثابت کنید اندازه زاویه محاطی نصف کمان روبرو به آن است.(حالتی که یک ضلع زاویه قطر دایره باشد)  ف | $\angle BAC$ محاطی ح | $\angle BAC = \frac{1}{۲} \widehat{BC}$ $OA = OB = R \Rightarrow \angle A_1 = \angle B_1$ ① $\triangle OAB :\ \angle O_1$ خارجی $\Rightarrow \angle A_1 + \angle B_1 = \angle O_1$ $\xrightarrow{①} ۲\angle A_1 = \widehat{BC} \to \angle A_1 = \frac{1}{۲} \widehat{BC}$	۱/۲۵
۲	**قضیه** : در یک دایره دو وتر AB , CD همدیگر را در نقطه M داخل دایره قطع کرده اند، ثابت کنید MA.MB=MC.MD  ف | وتر AB, CD ح | $MA.MB = MC.MD$ $\angle B_1 = \angle D_1 = \frac{1}{۲} \widehat{AC}$ $\angle M_1 = \angle M_2$ متقابل به رأس $\Rightarrow \triangle BMC \sim \triangle DMA$ (ز ز) $\Rightarrow$ $\frac{MB}{MD} = \frac{MC}{MA} \Rightarrow MA.MB = MC.MD$	۱/۲۵
۳	**قضیه** : یک چهارضلعی محیطی است، اگر مجموع اندازه های دو ضلع مقابل، برابر مجموع اندازه های دو ضلع دیگر باشند.  ف | $ABCD$ محیطی ح | $AB + CD = AD + BC$ A خارج دایره : $AM = AQ$ B خارج دایره : $MB = BN$ C خارج دایره : $CP = NC$ D خارج دایره : $PD = QD$ جمع $\underline{AM + MB} + \underline{CP + PD} = \underline{AQ} + \underline{BN + NC} + \underline{QD}$ $AB + CD = AD + BC$	۱/۵
۴	یک ذوزنقه هم محیطی است هم محاطی. ثابت کنید مساحت این ذوزنقه برابر است با میانگین حسابی دو قاعده آن ضرب در میانگین هندسی آنها. ذوزنقه حتماً متساوی الساقین است بنابراین  ف | $ABCD$ ذوزنقه ای که هم محاطی هم محیطی ح | $S = \frac{a+b}{۲}\sqrt{ab}$ محیطی : $۲x = a + b \to x = \frac{b+a}{۲}$ $h^۲ = (\frac{b+a}{۲})^۲ - (\frac{b-a}{۲})^۲ = ab \to h = \sqrt{ab}$ $S = \frac{a+b}{۲} \cdot h = \underbrace{\frac{a+b}{۲}}_{\text{واسطه حسابی}} \underbrace{\sqrt{ab}}_{\text{واسطه هندسی}}$	۱/۵

۵	اگر r_a، r_b، r_c شعاعهای سه دایره محاطی خارجی مثلث و r شعاع دایره محاطی داخلی باشند نشان دهید $\frac{1}{r_a}+\frac{1}{r_b}+\frac{1}{r_c}=\frac{1}{r}$ $\frac{1}{r_a}+\frac{1}{r_b}+\frac{1}{r_c}=\frac{1}{\frac{S}{p-a}}+\frac{1}{\frac{S}{p-b}}+\frac{1}{\frac{S}{p-c}}=\frac{p-a}{S}+\frac{p-b}{S}+\frac{p-c}{S}=\frac{p-a+p-b+p-c}{S}$ $=\frac{3p-(a+b+c)}{S}=\frac{3p-2p}{S}=\frac{p}{S}=\frac{p/p}{S/p}=\frac{1}{r}$	۱
۶	 x، y را بیابید $70=\frac{40+y}{2} \Rightarrow 40+y=140 \rightarrow y=100$ $x=\frac{y-40}{2}=\frac{100-40}{2}=\frac{60}{2}=30$	۱
۷	 اگر شعاع دایره R = ۴ cm ، AOB = ۶۰ باشد مساحت قسمت خاکستری را بیابید $S_{[illegible]}=S_{\text{قطاع}}-S_{\triangle AOB}=\frac{\pi(4)^2}{360}\times60-\frac{1}{2}\times4\times4\sin60$ $=\frac{16\pi}{6}-8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{8}{3}\pi-4\sqrt{3}$	۱/۲۵
۸	اگر r شعاع دایره محاطی داخلی مثلث ABC، S مساحت مثلث و ۲P محیط مثلث باشند ثابت کنید $r=\frac{S}{p}$ $S_{OBC}+S_{OAC}+S_{OAB}=S_{ABC}=S$ $\frac{1}{2}ar+\frac{1}{2}br+\frac{1}{2}cr=S$ $\frac{1}{2}r(a+b+c)=S$ $\frac{1}{2}r\times2p=S\rightarrow rp=S\rightarrow r=\frac{S}{P}$ 	۱/۲۵

۹

ثابت کنید قطر عمود بر وتر، آن وتر و کمان نظیر آن وتر را نصف می کند.



ف $\begin{cases} O\in CD \\ CD\perp AB \end{cases}$

ح $\begin{cases} AH=BH \\ \widehat{AC}=\widehat{BC} \end{cases}$

$\triangle OAB$: $OA=OB$ شعاع، متساوی‌الساقین

$OH\perp AB$ ارتفاع وارد بر قاعده OH } ⟸

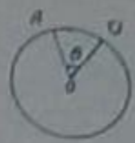
OH میانه $\Rightarrow AH=BH$

OH نیمساز $\Rightarrow \angle O_1=\angle O_2 \Rightarrow \widehat{AC}=\widehat{BC}$

۱/۵

۱۰

ثابت کنید اگر زاویه مرکزی قطاعی از دایره $C(O,R)$ بر حسب درجه مساوی θ باشد، مساحت قطاع برابر با $S=\frac{\pi R^۲}{۳۶۰}\theta$



$۳۶۰^\circ \quad \pi R^۲$

$\theta \quad S \to ۳۶۰ S=\pi R^۲\theta \to S=\frac{\pi R^۲}{۳۶۰}\theta$

۱

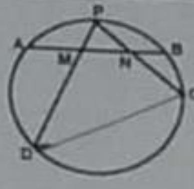
۱۱

وتر دلخواه AB را درون $C(O,R)$ رسم کرده ایم

از نقطه P واقع بر کمان $\widehat{AB}$ که $\widehat{AP}=\widehat{PB}$

دو وتر دلخواه PC و PD را رسم کرده تا وتر AB را در M و N قطع کند

ثابت کنید چهار ضلعی MNCD محاطی است



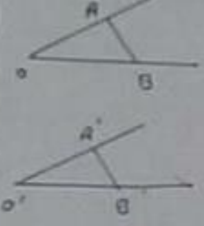
$\angle M+\angle C=\frac{\widehat{BCD}+\widehat{AP}}{۲}+\frac{\widehat{PAD}}{۲}=\frac{\widehat{BCD}+\widehat{PB}+\widehat{PAD}}{۲}=\frac{۳۶۰}{۲}=۱۸۰$

در نتیجه $\angle N+\angle D=۱۸$ پس چهارضلعی MNCD محاطی

۱/۵

۱۲

قضیه : در هر تبدیل طولپا، تبدیل یافته هر زاویه، زاویه ای هم اندازه آن است.



فرض کنید زاویه $A\hat{O}B$ تحت تبدیل طولپای T به زاویه $A'\hat{O'}B'$ تصویر شده باشد

طوریکه $T(A)=A'$ ، $T(O)=O'$ ، $T(B)=B'$ چون تبدیل طولپاست $\begin{cases} AB=A'B' \\ OB=O'B' \\ OA=O'A' \end{cases}$

در نتیجه بنا به حالت (ض ض ض) دو مثلث $O\hat{A}B$, $O'\hat{A'}B'$ برابرند یعنی $\angle O=\angle O'$

۱/۲۵

۱۳

قضیه : ثابت کنید بازتاب مرکزی طولپاست

ب- اگر یک سر پاره‌خط روی خط d باشد:

اگر هر دو سر پاره‌خط روی خط d باشد که ثابت شد

$T(A)=A$

$T(B)=B'$ $\longrightarrow$ $AB=AB'$

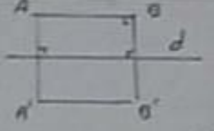
چون d عمود منصف BB' است

الف) $AB\parallel d$

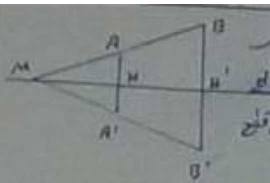
حل $AB\,\underline{\parallel}\,A'B'$

در نتیجه $ABA'B'$ مستطیل

در نتیجه $AB=A'B'$



۱/۲۵



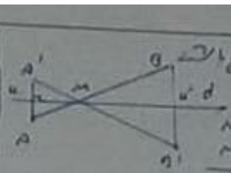
پ) پاره خط با d نه موازی نه متقاطع. پاره خط AB را امتداد دهید تا خط d را در M قطع کند. بنا به حالت قبل

$MB = MB'$
$MA = MA'$

$MB - MA = MB' - MA' \rightarrow AB = A'B'$

ت) پاره خط با d در جایی غیر از دو سر پاره خط متقاطع است

مثل حالت قبل



$MA = MA'$
$MB = MB'$

$MA + MB = MA' + MB'$

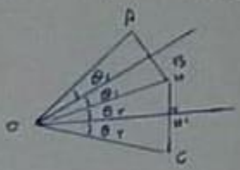
$AB = A'B'$

---

۱۴ دو خط متقاطع d_2 , d_1 با هم زاویه θ می سازند که محل تلاقی دو خط را O می نامیم. بازتاب نقطه A نسبت به خط d_1 را B و بازتاب B نسبت به خط d_2 را C می نامیم. ثابت کنید C دوران نقطه A به مرکز O و تحت زاویه 2θ است.

$B = R_{\theta_1}^{A} \Rightarrow OA = OB$, $\angle\theta_1 = \angle\theta_2$

$C = R_{\theta_2}^{B} \Rightarrow OB = OC$, $\angle\theta_2 = \angle\theta_2$ $\Rightarrow OA = OB = OC$ ①



$\angle AOC = 2\theta_1 + 2\theta_2 = 2(\theta_1 + \theta_2) = 2\theta$ ②

$①, ② \rightarrow C = R_{2\theta}^{A}$

۱/۵

---

۱۵ تعریف کنید: الف) طولپا به تبدیلی که طول پاره خط را حفظ کند

ب) انتقال: انتقال T تحت بردار $\vec{v}$ تبدیلی از صفحه است که به ازای هر نقطه مانند A از صفحه نقطه‌ای مانند A' حاصل شود $\vec{AA'} = \vec{v}$

۱

---

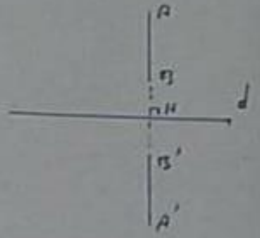
۱۶ در حالتی که پاره خط AB در راستای عمود بر خط بازتاب قرار دارد. ثابت کنید اگر $\acute{A}\acute{B}$ بازتاب AB باشد $\acute{A}\acute{B}$, AB هم اندازه اند.

$S_d^{(A)} = A' \rightarrow AH = A'H$

$S_d^{B} = B' \rightarrow BH = B'H$

$AH - BH = A'H - B'H$

$AB = A'B'$



۱

موفق باشید