



مدرسه باقر علیسلولوم
بازرگان علیسلولوم

به نام خدا

نام خانوادگی: _____
امتحان درس: هندسه

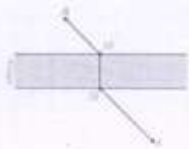

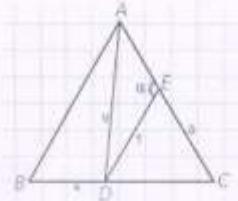

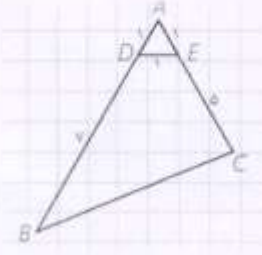
کلاس: یازدهم رشته: ریاضی
وقت امتحان: ۱۲۰ کد: ۹۷۰۳۲۱-۳۰۱

دانش آموز عزیز شما می توانید پاسخنامه امتحان را دو ساعت پس از پایان امتحان در پورتال مدرسه ملاحظه نمایید.

www.bagheralolum.sch.ir

ردیف	سوال	نمره
۱	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. الف) در حالت کلی انتقال، شیب خط را حفظ می کند. ص غ ب) بازتاب، تبدیل همانی است. ص غ	۰/۵
۲	جاهای خالی را با کلمه یا عبارت مناسب پر کنید. الف) اگر نقطه ای بیرون دایره باشد، فاصله آن تا مرکز دایره شعاع دایره است. ب) دو دایره را که تمام نقاط یکی درون دیگری باشد، دو دایره می نامیم.	۰/۵
۳	گزینه درست را با علامت مشخص کنید. الف) شرط اینکه تجانس طولیا باشد با نسبت تجانس K ، این است که ب) کدام تبدیل، مساحت شکل را حفظ نمی کند. ۱) دوران ۲) تجانس ۳) انتقال ۴) بازتاب	۰/۵
۴	قضایای زیر را ثابت کنید. الف) اندازه هر زاویه قلی برابر است با نصف کمان روبه رو به آن زاویه. ب) در هر تبدیل طولیا، تبدیل یافته هر زاویه، زاویه ای هم اندازه آن است. ج) تجانس، شیب خط را حفظ می کند. د) قضیه: در مثلث ABC اگر $A > 90^\circ$ ثابت کنید: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ ه) در هر مثلث، نیمساز هر زاویه داخلی، ضلع روبه رو به آن زاویه را به نسبت اندازه های ضلع های آن زاویه تقسیم می کند.	۱ ۱ ۱ ۱ ۱
۵	دایره $C(O, R)$ مفروض است. از نقطه M در خارج دایره خطی چنان رسم کرده ایم که دایره را در دو نقطه A و B قطع کرده است و $MA = R$ نشان دهید $\beta = 3\alpha$.	۱
۶	طول شعاع های دو دایره متخارج را به دست آورید که طول مماس مشترک خارجی آن ها مساوی ۶ و طول مماس مشترک داخلی آن ها $\sqrt{11}$ و طول خط مرکزین آن ها مساوی $3\sqrt{5}$ واحد باشد.	۱
۷	ثابت کنید یک چهار ضلعی محیطی است اگر و تنها اگر مجموع اضلاع روبرو دو به دو با هم برابر باشند.	۱/۵
۸	نشان دهید دوران تبدیل طولیاست در حالتی که مرکز دوران O بر پاره خط AB و امتداد آن واقع نباشد و زاویه دوران از زاویه \hat{AOB} بیشتر باشد.	۱
۹	مفاهیم زیر را تعریف کنید: الف) تبدیل ایزومتري ب) تبدیل همانی	۲



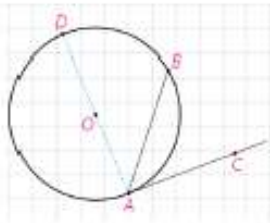
۱	<p>ر دو شهر A و B دو طرف رودخانه باشند و بخواهیم جاده ای از A به B بسازیم به طوری که پل MN بر راستای رودخانه عمود باشد. محل احداث پل را کجا در نظر بگیریم که مسیر $AMNB$ کوتاه ترین مسیر ممکن باشد؟</p> 	
۱	<p>ثابت کنید در هر مثلث قائم الزاویه ABC ($A = 90^\circ$) با ارتفاع h_a داریم: $\frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$</p>	۱۱
۱	<p>دو قایق از یک نقطه در دریاچه ای با سرعت های 60 km/h و 100 km/h و با زاویه 120° از هم دور می شوند. نیم ساعت بعد دو قایق در چه فاصله ای از یکدیگر هستند؟</p> 	۱۲
۱/۲۵	<p>در مثلث متساوی الاضلاع ABC به ضلع 8 واحد، نقطه D که به فاصله 7 واحد از راس A قرار دارد از B و C چه فاصله ای دارد؟ $(CD > BD)$ نقطه E که به فاصله 5 واحد از C قرار دارد از D به چه فاصله ای است؟</p> 	۱۳
۱/۵	<p>در مثلث ABC، $AB = 4$، $AC = 5$ و $BC = 8$ است. طول نیمساز زاویه A را بیابید.</p> 	۱۴
۱/۲۵	<p>در شکل مقابل، مساحت چهار ضلعی $DECB$ را بیابید.</p>  <p>موفق باشید</p>	۱۵

یا عدد	نمره تجدید نظر		یا عدد
یا حروف	یا حروف		یا حروف
نام دبیر و امضاء :		تاریخ :	نام دبیر و امضاء :

اثبات: از A قطر AD را رسم می‌کنیم در این صورت $\hat{DAC} = 90^\circ$ و در نتیجه $\hat{DAC} = \frac{1}{2}\hat{AD}$ (۱) از طرفی زاویه DAB یک زاویه محاطی است. در

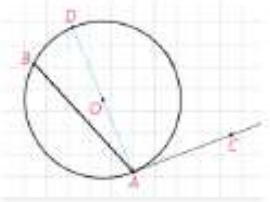
نتیجه: $\hat{DAB} = \frac{1}{2}\hat{DB}$ (۲)

$$(1)-(2) \Rightarrow \hat{DAC} - \hat{DAB} = \frac{1}{2}(\hat{AD} - \hat{DB}) \Rightarrow \hat{BAC} = \frac{1}{2}\hat{AB}$$

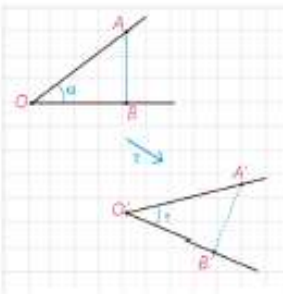


اثبات: $\hat{DAC} = 90^\circ$ و در نتیجه $\hat{DAC} = \frac{1}{2}\hat{AD}$ (۱) از طرفی زاویه DAB یک زاویه محاطی است. در نتیجه: $\hat{DAB} = \frac{1}{2}\hat{DB}$ (۲)

$$(1)+(2) \Rightarrow \hat{DAC} + \hat{DAB} = \frac{1}{2}(\hat{AD} + \hat{DB}) \Rightarrow \hat{BAC} = \frac{1}{2}\hat{AB}$$



ب) می‌خواهیم نشان دهیم هر تبدیل طولیا اندازه زاویه را حفظ می‌کند. فرض کنید T تبدیلی طولیا است.



$\hat{AOB} = \alpha$ و $T(O) = O'$ و $T(B) = B'$ و $T(A) = A'$ حال دو مثلث AOB و $A'O'B'$ را در نظر می‌گیریم:

$$AB = A'B'$$

$$OA = O'A' \Rightarrow \hat{AOB} \cong \hat{A'O'B'} \Rightarrow \hat{AOB} = \hat{A'O'B'} = \alpha$$

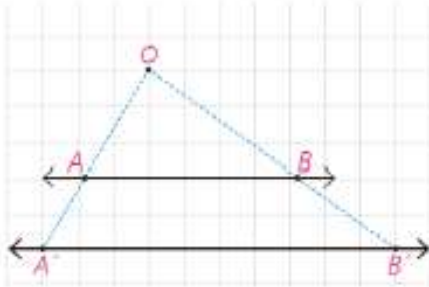
$$OB = O'B'$$

(۱) نقطه O روی خط AB است.

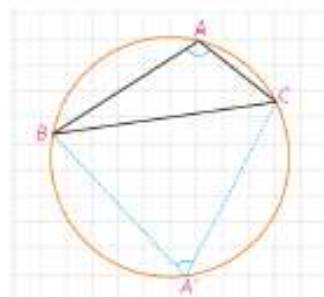
در این حالت بدیهی است که نقاط A' و B' مجانس های نقاط A و B روی خط AB واقع می شوند، بنابراین $A'B'$ بر AB واقع است و شیب خط تغییر نمی کند.

(۲) نقطه O غیر واقع بر خط AB است. در این صورت اگر نقاط A' و B' به ترتیب مجانس های A و B باشند، طبق تعریف داریم:

در نتیجه: $\frac{OA'}{OB'} = \frac{OA}{OB} = K$ بنابراین $\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} = K$. پس در این حالت نیز خط و تصویرش با هم موازیند و شیب دو خط با هم برابر است.



(۳) اثبات: نقطه دلخواه A' روی کمان BC را به B و C وصل می کنیم. زوایای \hat{A} و \hat{A}' نسبت به هم مکمل هستند چون:



$$\hat{A} = \frac{\widehat{BA'C}}{2}, \hat{A}' = \frac{\widehat{BAC}}{2} \Rightarrow \hat{A} + \hat{A}' = \frac{\widehat{BA'C}}{2} + \frac{\widehat{BAC}}{2} = \frac{360}{2} = 180 \Rightarrow \hat{A} + \hat{A}' = 180$$

بنابراین زاویه \hat{A}' جاده است. از طرفی: $\sin A = \sin(180^\circ - A') = \sin \hat{A}'$. در مثلث $A'BC$ بنابر قضیه ای داریم: $\frac{a}{\sin A'} = 2R$ در نتیجه:

$$\frac{a}{\sin A} = 2R$$

(۴) اثبات: از نقطه C خطی موازی نیمساز AD رسم می کنیم تا امتداد AB را در نقطه E قطع کند. در این صورت داریم:

$$\begin{aligned} AD \parallel EC &\Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{E} \\ AD \parallel EC &\Rightarrow \hat{A}_2 = \hat{C} \end{aligned}$$

در نتیجه چون $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ بنابراین: $\hat{E} = \hat{C}$. در این صورت مثلث AEC متساوی الساقین است.

از طرفی طبق قضیه تالس در مثلث $(AD \parallel EC)EBC$ داریم:

$$AD \parallel EC \Rightarrow \frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AE} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$$

