۱. مفاهیم زیر را تعریف کنید . (۲ نمره)

الف) زاویه ظلّی　　ب) چند ضلعی محیطی　　پ) ایزومتری　　ت) تبدیل

۲. کدام عبارت درست و کدام عبارت غلط است ؟ (۱ نمره)

الف) در هر دوران ، اندازه هر پاره خط و تصویرش با هم برابرند.

ب) بازتاب، طول پاره خط را حفظ نمی کند .

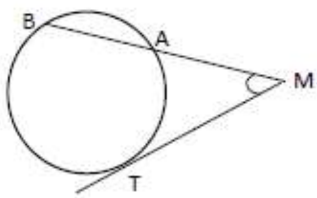
پ)در حالت کلی ، بازتاب شیب خط را حفظ نمی کند.

ت) انتقال یک تبدیل ایزومتری است .

۳. قضیه: ثابت کنید اندازه زاویه محاطی برابر نصف کمان روبرویش است . (۱ نمره)

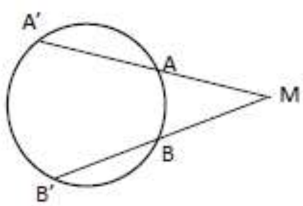
۴. قضیه : در شکل زیر ثابت کنید : (۱ نمره)

M= $\frac{BT-AT}{2}$



۵. قضیه : در شکل زیر ثابت کنید : (۱٫۵نمره)

MA.MA′ = MB. MB′



۶. قضیه : یک چهارضلعی محاطی است، اگر و فقط اگر دو زاویه مقابل آن مکمل باشند. (۲ نمره)

۷. ثابت کنید اگر دو وتر برابر باشند، کمانهای روبرویشان برابرند. (۱٫۵ نمره)

۸. طول خط المرکزین دو دایره مماس درونی ۴ سانتی متر و مساحت ناحیه محدود بین آنها ۲۴ است :

الف)طول شعاع های دو دایره را بدست آورید.

ب) تعداد مماس مشترک های داخلی و خارجی این دو دایره چند تاست؟ (۱٫۵ نمره)

۹. از نقطه A خارج دایره، مماس های AT و AT′ را رسم کنید. (با توضیح کافی) (۱ نمره)

۱۰. از نقطه P خارج دایره ای ، مماس PA به طول $۲\sqrt{۵}$ را بر آن رسم کرده ایم . (A) روی دایره است .

همچنین خط راستی از P گذرانده ایم که دایره را در دو نقطه B و C قطع کرده است و BC= ۸ طول پاره خط های PB و PC را بدست آورید.(۱ نمره)

۱۱. اگر r_a و r_b و r_c شعاع های سه دایره محاطی خارجی مثلث و r شعاع دایره محاطی داخلی باشد نشان دهید : (۱ نمره)

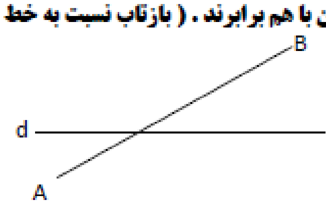
$$\frac{1}{r_a}+\frac{1}{r_b}+\frac{1}{r_c}=\frac{1}{r}$$

۱۲. در دایره C(O,R) ، AB= ۶۰ و ۱۲ = AB می باشد . فاصله O از وتر AB را بدست آورید. (۱ نمره)

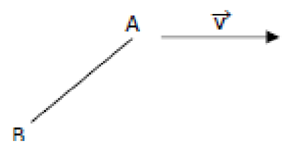
۱۳. الف) یک چند ضلعی محاطی است اگر و فقط اگر .... همه ضلع های آن در یک نقطه همرس باشند. (۰,۲۵ نمره)

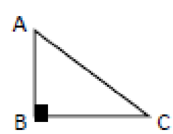
۱۳. ب) مرکز دایره محاطی هر مثلث محل برخورد .... آن مثلث است . (۰,۲۵ نمره)

۱۴. قضیه : ثابت کنید در هر بازتاب، اندازه هر پاره خط و اندازه تصویر آن با هم برابرند . (بازتاب نسبت به خط d) (۱,۵ نمره)



۱۵. در شکل زیر نشان دهید انتقال، یک تبدیل ایزومتری است . (۱ نمره)





۱۶. الف) شکل زیر را یکبار با زاویه °۹۰ دوران دهید. (نسبت به مرکز دوران B)

۱۶.ب) سپس به اندازه بردار AB انتقال دهید.

۱۶. پ) در پایان تصویر آنرا نسبت به ضلع AB مثلث رسم کنید. (۱,۵ نمره)

موفق باشید

۱) الف) زاویه‌ای که راس آن روی دایره، یک ضلعش مماس بر دایره و ضلع دیگر وتر دایره است. (۰/۲۵ نمره)

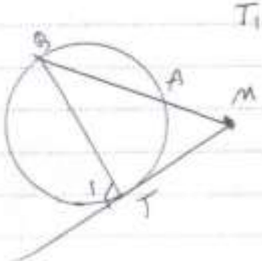
ب) چندضلعی‌هایی که در آن‌ها اضلاع آن چندضلعی بر دایره مماسند. (۰/۵)

پ) تبدیل‌هایی که در آن‌ها طول پاره‌خط حفظ می‌شود. (۰/۵)

ت) تبدیل T در صفحه P، تابعی است که به هر نقطه A از صفحه P، دقیقاً یک نقطه مانند A' را از صفحه P نظیر کند و برعکس.
(۰/۵)

۳) الف) درست   ب) غلط   پ) درست   ت) درست

۴) از B به T وصل می‌کنیم

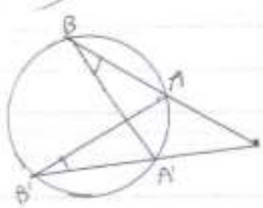


$\hat{T}_1 = \hat{B} + \hat{M} \longrightarrow \hat{M} = \hat{T}_1 - \hat{B}$ ① (۰/۲۵)

$$\left.\begin{array}{l} \text{ظلی } \hat{T}_1 = \frac{1}{2}\overset{\frown}{BT} \\ \text{محاطی } \hat{B} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AT} \end{array}\right\}$$ ② (۰/۵)

①, ② $\rightarrow \hat{M} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{BT} - \frac{1}{2}\overset{\frown}{AT} = \frac{\overset{\frown}{BT} - \overset{\frown}{AT}}{2}$ (۰/۲۵)

۵) از A به B' و از B به A' وصل می‌کنیم:

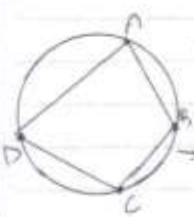


$$\left.\begin{array}{l} (۰/۲۵)\ \hat{M} = \hat{M} \\ (۰/۲۵)\ \hat{A}' = \hat{B}' = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AB} \end{array}\right\} \longrightarrow M\hat{B}A' \sim M\hat{A}B'$$ (۰/۲۵)

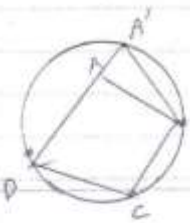
$\frac{MA}{MB} = \frac{MB'}{MA'} \Longrightarrow MA \cdot MA' = MB \cdot MB'$
(۰/۵)

۶) الف) $\hat{A} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{BCD}$ (۰/۲۵) $\longrightarrow \hat{A} + \hat{C} = \frac{1}{2}(\underbrace{\overset{\frown}{BCD} + \overset{\frown}{DAB}}_{۳۶۰^\circ}) = ۱۸۰^\circ$ (۰/۲۵)

$\hat{C} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{DAB}$ (۰/۲۵)



ب) از سه نقطه B و C و D یک دایره می‌گذرانیم (۰/۲۵). اگر این دایره از نقطه A بگذرد که مسئله ثابت است (۰/۲۵) وگرنه خط AD را در A' قطع می‌کند

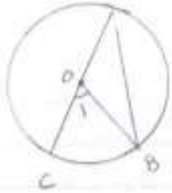


در چهارضلعی محاطی A'BCD داریم: $\hat{A}' + \hat{C} = ۱۸۰^\circ$ (۰/۲۵)

طبق فرض $\hat{A} + \hat{C} = ۱۸۰^\circ$ $\Longrightarrow \hat{A}' = \hat{A}$

که با توجه به شکل امکان ندارد. پس دایره رسم شده از A هم می‌گذرد.

(۳)



$\hat{O}_1 = \hat{A} + \hat{B}$

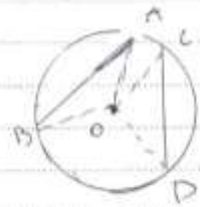
$OA = OB \to \hat{A} = \hat{B}$

$\to \hat{O}_1 = 2\hat{A}$

$\hat{O}_1 = \widehat{BC}$

$A = \frac{1}{2}\widehat{BC} \leftarrow 2\hat{A} = \widehat{BC}$

(۷)



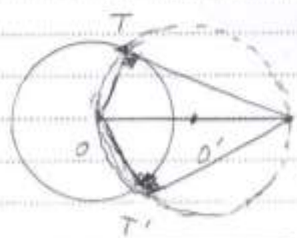
فرض: $AB = CD$ حکم: $\widehat{AB} = \widehat{CD}$

$$\left.\begin{aligned} AB &= CD \\ OA &= OC \\ OB &= OD \end{aligned}\right\} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle OAB \cong \triangle OCD \to \hat{O}_1 = \hat{O}_2$$

$\widehat{AB} = \widehat{CD} \xleftarrow{\text{زاویه‌های مرکزی اند}}$

(۹) از O به A وصل می‌کنیم، وسط OA را می‌نامیم 'O

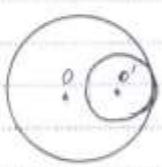
در نظر می‌گیریم به مرکز 'O و به شعاع 'OA دایره‌ای رسم می‌کنیم تا دایره C را در T و 'T قطع کند. از A به T و 'T وصل می‌کنیم.



$\hat{OTA} = \hat{OT'A} = \frac{180°}{2} = 90°$

(۸)

یک مماس مشترک خارجی دارد
مماس مشترک داخلی ندارد



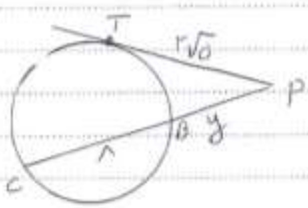
خط‌المرکزین $R - R' = 4$

$S - S' = \pi R^2 - \pi R'^2 = 24\pi \to R^2 - R'^2 = 24$

$\underbrace{(R-R')}_{4}(R+R') = 24 \to \boxed{R+R' = 6}$

$\begin{cases} R - R' = 4 \\ R + R' = 6 \end{cases} \to 2R = 10 \to \boxed{R = 5 , R' = 1}$

(۱۰)



$(2\sqrt{5})^2 = y(y+8)$

$20 = y^2 + 8y \to y^2 + 8y - 20 = 0$

$(y+10)(y-2) = 0$

$y = -10$ ✗ $\boxed{y = 2}$ ✓

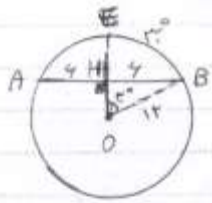
$\boxed{PB = 2}$ و $\boxed{PC = 8 + 2 = 10}$

(۱۱)

$$r_a = \frac{S}{p-a},\quad r_b = \frac{S}{p-b},\quad r_c = \frac{S}{p-c} \rightarrow \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{p-a}{S} + \frac{p-b}{S} + \frac{p-c}{S} = \frac{\overbrace{3p-(a+b+c)}^{2p}}{S}$$

$$= \frac{p}{S} = \frac{1}{r}$$

(۱۲)



$OH \perp AB \rightarrow BH = 6 \;,\; \widehat{BE} = 30^\circ$

زاویه مرکزی $\hat{O}_1 = 30^\circ \longrightarrow OB = 12$

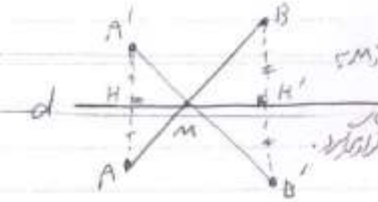
$\overset{\triangle}{OHB}: 12^2 = OH^2 + 6^2$

$OH^2 = 144 - 36 = 108$

$OH = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$

(۱۳) الف) عمود منصف‌ها — ب) نیمسازهای زاویه‌های داخلی

(۱۴)

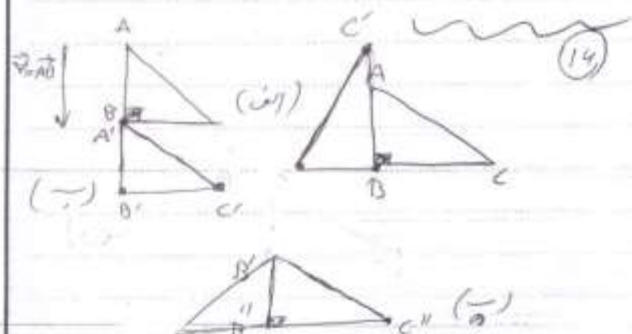


A' قرینه A نسبت به خط d را رسم کرده و از M به A' وصل کرده و امتداد می‌دهیم. ادعا می‌کنیم B' قرینه B نسبت به آن قرار دارد.

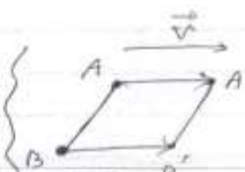
(۱) { MA خط d را قطع می‌کند پس $MA = MA'$
MB 〃 〃 〃 〃 〃 $MB = MB'$

$AB = MA + MB \xrightarrow{(1)} AB = MA' + MB' = A'B'$

(۱۶)



(۱۵)



نقاط A و B تحت بردار $\vec{v}$ به A' و B' تصویر می‌شوند.

$T(A) = A'$
$T(B) = B'$

$AA'B'B$ متوازی‌الاضلاع است چون دو ضلع روبرویش مساوی و موازی‌اند پس $\rightarrow AB = A'B'$