

ساختار کتاب

کتاب شب امتحان آمار و احتمال یازدهم از ۴ قسمت اصلی تشکیل شده است که به صورت زیر است:

(۱) **آزمون‌های نوبت اول:** آزمون‌های شماره ۱ تا ۵ این کتاب مربوط به مباحث نوبت اول است که خودش به دو قسمت تقسیم می‌شود:

الف) آزمون‌های طبقه‌بندی شده: آزمون‌های شماره ۱ و ۲ را فصل به فصل طبقه‌بندی کرده‌ایم. بنابراین شما به راحتی می‌توانید پس از خواندن هر فصل از درس‌نامه تعدادی سؤال را بررسی کنید. حواستان باشد این آزمون‌ها هم، ۰۰ نمره‌ای و مثل یک آزمون کامل هستند. در کنار سوال‌های این آزمون‌ها نکات مشاوره‌ای نوشته‌ایم. این نکات به شما در درس‌خواندن قبل از امتحان و پاسخگویی به آزمون در زمان امتحان کمک می‌کند.

(ب) آزمون طبقه‌بندی نشده: آزمون‌های شماره ۳ تا ۵ را طبقه‌بندی نکرده‌ایم تا دو آزمون نوبت اول مشابه آزمونی را که معلمتان از شما خواهد گرفت، بینند.

(۲) **آزمون‌های نوبت دوم:** آزمون‌های شماره ۶ تا ۱۳ از کل کتاب و مطابق امتحان پایان سال طرح شده‌اند. این قسمت هم، خودش به ۲ بخش تقسیم می‌شود:

الف) آزمون‌های طبقه‌بندی شده: آزمون‌های شماره ۶ تا ۹ را که برای نوبت دوم طرح شده‌اند. این قسمت هم، ۰۰ نمره دارند که معلمتان از شما خواهد گرفت، بینند. پس از خواندن هر فصل تعدادی سؤال مرتبط را پاسخ دهید. هر کدام از این آزمون‌ها هم، ۰۰ نمره دارند در واقع در این بخش، شما ۴ آزمون کامل را می‌بینید. این آزمون‌ها هم نکات مشاوره‌ای دارند.

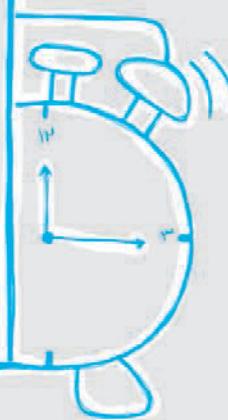
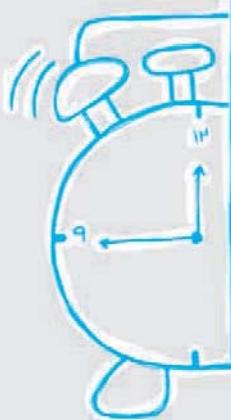
ب) آزمون‌های طبقه‌بندی نشده: آزمون‌های شماره ۱۰ تا ۱۳ را طبقه‌بندی نکرده‌ایم؛ پس، در این بخش با ۴ آزمون نوبت دوم، مشابه آزمون پایان سال معلمتان مواجه خواهید شد.

(۳) **پاسخ‌نامه تشریحی آزمون‌ها:** در پاسخ تشریحی آزمون‌ها تمام آن‌چه را که شما باید در امتحان بنویسید تا نمره کامل کسب کنید، برایتان نوشته‌ایم.

(۴) **درسنامه کامل شب امتحانی:** این قسمت برگ برنده شما نسبت به کسانی است که این کتاب را نمی‌خوانند! در این قسمت تمام آن‌چه را که شما برای گرفتن نمره عالی در امتحان آمار و احتمال نیاز دارید، تنها در ۱۶ صفحه آورده‌ایم، بخوانید و لذتش را ببرید! یک راهکار، موقع امتحان‌های نوبت اول می‌توانید از سوال‌های فصل‌های ۱ و ۲ آزمون‌های ۶ تا ۹ هم استفاده کنید.

فهرست

نوبت	آزمون	پاسخ‌نامه
اول	آزمون شماره ۱ (طبقه‌بندی شده)	۱۶
اول	آزمون شماره ۲ (طبقه‌بندی شده)	۱۷
اول	آزمون شماره ۳ (طبقه‌بندی نشده)	۱۷
اول	آزمون شماره ۴ (طبقه‌بندی نشده)	۱۹
اول	آزمون شماره ۵ (طبقه‌بندی نشده)	۲۰
دوم	آزمون شماره ۶ (طبقه‌بندی شده)	۲۱
دوم	آزمون شماره ۷ (طبقه‌بندی شده)	۲۲
دوم	آزمون شماره ۸ (طبقه‌بندی شده)	۲۳
دوم	آزمون شماره ۹ (طبقه‌بندی شده)	۲۵
دوم	آزمون شماره ۱۰ (طبقه‌بندی نشده)	۲۶
دوم	آزمون شماره ۱۱ (طبقه‌بندی نشده)	۲۷
دوم	آزمون شماره ۱۲ (طبقه‌بندی نشده)	۲۸
دوم	آزمون شماره ۱۳ (طبقه‌بندی نشده)	۲۹
درسنامه توپ برای شب امتحان		۳۱

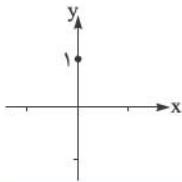




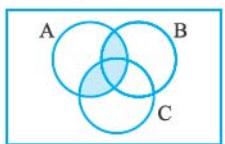
ردیف	آمار و احتمال	رشته: ریاضی فیزیک	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	kheilisabz.com
۱	آزمون شماره ۱	نوبت اول پایه یازدهم دوره متوسطه دوم	نوبت اول پایه یازدهم دوره متوسطه دوم	نمره
۲	فصل اول	اصطلاحات زیر را تعریف کنید. الف) منطق نمادین ب) گزاره		۰/۵
۳	در بین جملات زیر، گزاره‌ها را مشخص کنید و ارزش آن‌ها را در صورت امکان تعیین کنید. الف) در این مدرسه، معلم درس آمار و احتمال کیست? ب) تهران پایتخت ایران است. پ) بیست و پنجمین رقم بعد از ممیز در عدد $\sqrt{2}$ برابر صفر است.		۱/۲۵	
۴	درستی گزاره مقابله کمک جدول ارزش گزاره‌ها بیان کنید.	$(p \wedge q \Rightarrow p) \equiv T$		۱/۲۵
۵	هرگاه $\{x \in \mathbb{Z} 0 < x \leq 5\}$ دامنه متغیر باشد ارزش گزاره‌های سوری زیر را بیابید.			۱
۶	فرض کنید A و B و C سه مجموعه با مرجع U باشند. به طوری که $A \subseteq C$ و $A \subseteq B$ و $B \subseteq C$. ثابت کنید $A = B$.	$\forall x \in A ; x + 1 \geq 6$ $\exists x \in A ; x + 4 = 10$		۱
۷	چهار افزار متفاوت برای مجموعه $\{1, 2, 3\}$ را بنویسید.	مجموعه توانی $A = \{a, \{a, b\}\}$ را با اعضا بنویسید. رباطه مجموعه توافق بازیرمجموعه‌ها روکه‌های روئندی؟		۱
۸	اگر A و B دو مجموعه باشند به طوری که $B \subseteq A$. به کمک جبر مجموعه‌ها ثابت کنید: $(A - B) \cup B = A$.			۲
۹	مجموعه‌های $\{1\}$ و $A = \{x \in \mathbb{Z} x^3 = x\}$ را با نوشتن عضوها مشخص کنید.			۱/۵
۱۰	اگر A و B دو مجموعه باشند به طوری که $A \cap (B \cup C) = A$ نمودار آن را در صفحه مختصات رسم کنید.			۱/۵
۱۱	برای سه مجموعه A , B و C با مرجع U . نمودار ون $A \cap (B \cup C)$ را رنگ کنید.			۰/۵
۱۲	اگر دو پیشامد A و B از فضای نمونه S اگر $A \subseteq B$. ثابت کنید: $P(B - A) = P(B) - P(A)$.	اگر $P(A)$ هم داده شده، به $P(A')$ توجه کن! الف) $P(A \cup B)$ ب) $P(A - B)$		۱/۵
۱۳	اگر فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی $\{1, 2, 3\}$ باشد و $a^3 = 2P(3) = 2P(2) = a$. مقدار a را به دست آورید.			۱/۵
۱۴	اگر فضای نمونه‌ای $S = \{a, b, c, d\}$ باشد و $P(\{a\}) = \frac{1}{4}$. آن‌گاه حاصل $P(\{b, c, d\}) _{\{a, b, c\}} = \frac{1}{3}$ است؟	اگر $P(\{a\}) = \frac{1}{4}$. آن‌گاه حاصل $P(\{b, c, d\}) _{\{a, b, c\}} = \frac{1}{3}$. احتمال شرطی روفوب یادگیری چه‌قدر است؟		۱/۵
۱۵	در پرتاب دو تاس با هم می‌دانیم مجموع اعداد روشده کمتر از ۶ است. با کدام احتمال یکی از اعداد روشده تاس ۴ برابر دیگری است؟			۱/۵
۱۶	کارگران یک کارخانه واکسن زده‌اند. اگر احتمال انتقال بیماری به افرادی که واکسن زده‌اند $25/0$ و مایقی افراد $2/0$ باشد و فرد بیماری کارگران را ملاقات کند. مطلوب است: الف) احتمال این که کارگری بیمار شود. ب) اگر یک کارگر بیمار شود با چه احتمالی واکسن نزده بوده است؟	۵ کارگران یک کارخانه واکسن زده‌اند. اگر احتمال انتقال بیماری به افرادی که واکسن زده‌اند $25/0$ و مایقی افراد $2/0$ باشد و فرد بیماری کارگران را ملاقات کند. مطلوب است:		۲
۲۰	موفق باشید	جمع نمرات		۲۰

نمره	kheilisabz.com	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	آمار و احتمال												
	نوبت دوم پایه یازدهم دوره متوسطه دوم	آزمون شماره ۱		ردیف												
۱	فصل اول															
۱		ارزش گزاره‌های مرکب زیر را تعیین کنید.		۱												
۱		الف) $(1+2=9)$														
۱		ب) اگر عدد ۹ زوج باشد آن گاه ۹ مرربع کامل نیست.														
۱		مجموعه‌های زیر را که شامل شکل‌های هندسی در صفحه هستند، در نظر بگیرید:		۲												
۱	$A = \{x x \text{ یک مستطیل است}\}$	$B = \{x x \text{ یک لوزی است}\}$	$C = \{x x \text{ یک مربع است}\}$													
۱		کدام‌یک از روابط زیر درست است؟ (با ذکر دلیل)														
۱	$A \subseteq C$	$C \subseteq B$														
۱	در اثبات تساوی‌های مجموعه‌ها باید باید هر طرف زیرمجموعه طرف دیگر تساوی است.	$A = B$ باشد، با استفاده از جبر مجموعه‌ها ثابت کنید: $A \cup B = A \cap B$.		۳												
۱	$P(B - A) = P(B) - P(A)$	برای دو پیشامد A و B از فضای نمونه S اگر $A \subseteq B$ باشد، ثابت کنید:		۴												
۱/۵	اگر $S = \{a, b, c, d\}$ فضای نمونه‌ای یک تجربه تصادفی و $P(\{b, c\}) = \frac{1}{3}$ و $P(\{b, d\}) = \frac{1}{3}$ باشد. آن گاه $P(\{a\})$ را به دست آورید.			۵												
۱/۵	از بین سه کارت سفید و ۴ کارت سبز به تصادف ۱ کارت بدون جای گذاری بیرون می‌آوریم. سپس کارت توain سوال‌ها، نمودار در حقیقت فیلم کمک می‌کند.	دوم را خارج می‌کنیم. احتمال آن را بیابید که هر دو کارت هم‌رنگ باشند؟		۶												
۱/۵	در جعبه‌ای ۶ مهره آبی و ۴ مهره سفید موجود است. سه مهره به تصادف خارج می‌کنیم. مطلوب است احتمال آن که:	الف) حداقل ۲ مهره آبی باشند. ب) هیچ‌کدام از مهره‌ها آبی نباشند.		۷												
۱/۵	احتمال آن که شخص A تا ۲۰ سال دیگر، تاراحتی قلبی پیدا کند / همین احتمال برای شخص B برابر $7/6$ است. احتمال آن که حداقل یکی از آن‌ها تا ۲۰ سال دیگر بیماری قلبی پیدا کند، چقدر است؟			۸												
۱	فصل سوم															
۱	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>x_i</td><td>۴</td><td>۶</td><td>۸</td><td>۱۰</td><td>۱۲</td></tr><tr><td>f_i</td><td>۳</td><td>۴</td><td>۱۰</td><td>۷</td><td>۶</td></tr></table>	x_i	۴	۶	۸	۱۰	۱۲	f_i	۳	۴	۱۰	۷	۶	در جدول مقابل زاویه مربوط به دسته سوم در نمودار دایره‌ای چقدر است؟		۹
x_i	۴	۶	۸	۱۰	۱۲											
f_i	۳	۴	۱۰	۷	۶											
۱		میانگین ۸ داده برابر ۱۴ است. اگر یکی از اعداد را کنار بگذاریم میانگین ۷ داده باقی‌مانده ۱۵ می‌شود. چه عددی را کنار گذاشته‌ایم؟		۱۰												
۱/۵	میانه دیگر اول داده‌ها را از کوچکترین به بزرگ‌ترین مرتب کن امام‌نیازه مرتب‌کردن نماید.	مد و میانه را برای داده‌های زیر به دست آورید.		۱۱												
۱/۵	$47, 53, 42, 59, 60, 72, 46, 53, 48, 51, 43$															
۱/۵	اگر داده‌های آماری ۱۱, ۱۵, ۱۱, ۱۷, ۱۵, ۱۶, ۱۴, ۱۸, ۱۵, ۱۲, ۹, ۱۴ را با نمودار جعبه‌ای نمایش دهیم، انحراف معیار اعداد داخل جعبه چقدر است؟			۱۲												
۱	اگر مجموع ۴۰ داده آماری برابر ۱۰۰ و مجموع مربعات آن‌ها ۳۴۰ باشد. مطلوب است:															
۱	الف) ضریب تغییرات واریانس															
۱	فصل چهارم															
۱		نمونه‌گیری اربی را همراه با یک مثال مناسب تعریف کنید.		۱۴												
۱		فرض کنید جامعه‌ای از $N = 100$ عضو تشکیل شده باشد و می‌خواهیم یک نمونه به اندازه $n = 20$ از آن انتخاب کنیم. نام هر روش نمونه‌گیری را بگویید.		۱۵												
۱		الف) جامعه به دو قسمت ۵۵ تایی تقسیم شود و بخواهیم از هر قسمت نمونه تصادفی ده تایی انتخاب کنیم.														
۱		ب) اگر جامعه را به تصادف به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم کنیم و دو قسمت را به عنوان نمونه انتخاب کنیم.														
۲		اگر بخواهیم انحراف معیار میانگین نمونه‌ای (\bar{x}) بر اساس حجم نمونه $n = 64$ تایی از جامعه‌ای که دارای انحراف معیار ۶ است به نصف کاهش باید حجم نمونه باید چندتا شود؟		۱۶												
۲۰	جمع نمرات	موفق باشد														

پاسخنامه تشریحی



رسم نمودار:



-10

$$P(A') = \frac{1}{5}, P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

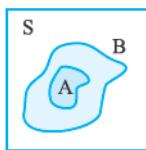
-11

: قانون اجتماع P(A ∪ B) = P(A) + P(B) - P(A ∩ B)

$$= \frac{4}{5} + \frac{2}{5} - \frac{3}{5} = \frac{13}{15}$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A ∩ B) = \frac{4}{5} - \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$$

-12 طبق شکل: $B = (B - A) ∪ A$



$A ∩ (B - A) = \emptyset$ و $(B - A)$ دو پیشامد از هم جدا هستند زیرا:

بنابراین:

$$P(B) = P((B - A) ∪ A) = P(B - A) + P(A) + P(A ∩ (B - A))$$

$$\Rightarrow P(B) = P(B - A) + P(A) + \emptyset$$

$$\Rightarrow P(B) = P(B - A) + P(A)$$

$$\Rightarrow P(B - A) = P(B) - P(A)$$

-13 می‌دانیم مجموع همه احتمال‌ها برابر 1 است، پس:

$$P(1) + P(2) + P(3) = 1 \Rightarrow a^2 + \frac{a}{2} + a = 1$$

$$2a^2 + 3a - 2 = 0$$

$$\begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ a = -2 \end{cases}$$

غیرقابل قبول (طبق اصل احتمال، احتمال منفی نمی‌شود)

$$\Rightarrow P(2) = \frac{a}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$P(\{a, b, c\}) = P(\{a\}) + P(\{b, c\})$$

-14

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{4} + x \Rightarrow x = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow P(\{b, c\}) = \frac{1}{4}$$

$$P(\{b, c, d\}) | \{a, b, c\} = \frac{P(\{b, c\})}{P(\{a, b, c\})} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$S_{\text{شرطی}} = S' = \left\{ \begin{array}{l} (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4) \\ (2, 1), (2, 2), (2, 3) \\ (3, 1), (3, 2) \\ (4, 1) \end{array} \right\}$$

-15

$$A = \{(1, 4), (4, 1)\} \Rightarrow P(A) = \frac{2}{16}$$

رسم نمودار:

آزمون شماره ۱ (نوبت اول)

۱- الف) منطق نمادین: دستور زبان ریاضی یا مطالعه ساختار جمله‌هایی است که در ریاضی به کار برده می‌شوند.

ب) گزاره: در منطق ریاضی، گزاره جمله‌ای است خبری که می‌تواند ارزش درست یا نادرست باشد هر چند ممکن است از درستی یا نادرستی آن مطلع نباشیم.

۲- الف) گزاره نیست. (جمله سوالی است).

ب) گزاره است، ارزش آن نیز درست است.

پ) گزاره است، اما ارزش آن را نمی‌توان تعیین کرد.

۳- اثبات درستی:

$$p \wedge q \Rightarrow p$$

p	q	$p \wedge q$	$p \wedge q \Rightarrow p$
T	T	T	T
T	F	F	T
F	T	F	T
F	F	F	T

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

-4

الف) نادرست، زیرا: $1 \in A$, $1+1 \geq 6$ درست نیست.

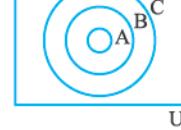
$$b) x + 4 = 10 \Rightarrow x = 10 - 4 = 6$$

اما $6 \notin A$ پس ارزش آن نادرست است.

۵- مجموعه توانی یعنی مجموعه تمام زیرمجموعه‌های A؛ بنابراین:

$$P(A) = \{\emptyset, A, \{a\}, \{\{a, b\}\}\}$$

۶- ابتدا به شکل مقابل توجه کنید:



U

به روش عضوگیری مسئله را ثابت می‌کنیم:

$$\forall x; x \in A \xrightarrow{A \subseteq B} x \in B \xrightarrow{B \subseteq C} x \in C$$

$$\Rightarrow \forall x : (x \in A \Rightarrow x \in C) \Rightarrow A \subseteq C$$

۷- افزار یعنی تقسیم‌بندی مجموعه A به تعدادی زیرمجموعه به طوری که با هم

اشترک نداشته باشند، هیچ‌کدام تهی نباشند و اجتماع آن‌ها مجموعه A را بسازد.

$$\{\}, \{2\}, \{3\} \text{ و } \{1, 2\}, \{1, 3\} \text{ و } \{2, 3\} \text{ و } \{1, 2, 3\}$$

$$(A - B) \cup B = (A \cap B') \cup B = (A \cup B) \cap (\overbrace{B' \cup B}^{\text{مرجع}})$$

$$= (A \cup B) \cap U = A \cup B$$

چون $A \subseteq B$ در نتیجه $A \cup B = A$ است.

$$a) B = \{x \in \mathbb{Z}, x^2 = x\} \Rightarrow x^2 - x = 0$$

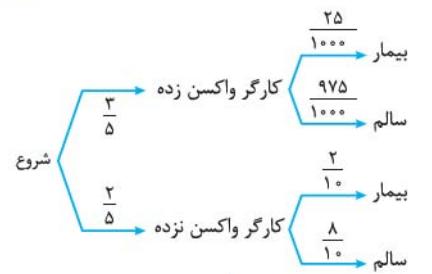
$$\Rightarrow x(x-1) = 0 \Rightarrow x = 0, 1$$

$$B = \{0, 1\}$$

$$b) \begin{cases} A^2 = A \times A = \{(1, 1)\} \\ B \times A = \{(0, 1), (1, 0)\} \end{cases} \Rightarrow (B \times A) - A^2 = \{(0, 1)\}$$



(الف) ۱۶



$$\Rightarrow P(\text{بیمار}) = \frac{3}{5} \times \frac{25}{1000} + \frac{2}{5} \times \frac{2}{10} = \frac{3}{200} + \frac{4}{50} = \frac{19}{200}$$

$$\text{ب) } \frac{\frac{2}{5} \times \frac{2}{10}}{\frac{19}{200}} = \frac{\frac{4}{50}}{\frac{19}{200}} = \frac{16}{19}$$



۶ مهره آبی
۴ مهره سفید
کل = ۱۰
انتخاب = ۳

$$n(s) = \binom{10}{3} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2} = 10 \times 3 \times 4 = 120$$

الف) حداقل ۲ تا آبی: یعنی: تا آبی و یکی سفید یا تا آبی

$$\Rightarrow P(A) = \frac{\binom{6}{2} \times \binom{4}{1} + \binom{6}{3}}{120} = \frac{15 \times 4 + 20}{120} = \frac{80}{120} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

ب) هیچ کدام آبی نباشد یعنی هر ۳ مهره سفید باشند.

$$P(B) = \frac{\binom{4}{3}}{120} = \frac{4}{120} = \frac{1}{30}$$

$$P(A) = ۰/۶$$

$$P(B) = ۰/۷$$

$$P(A \cup B) = ?$$

-8

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B)$$

$$= \frac{6}{10} + \frac{7}{10} - \frac{6}{10} \times \frac{7}{10} = \frac{13}{10} - \frac{42}{100} = \frac{130 - 42}{100} = \frac{88}{100}$$

$$n = ۳ + ۴ + ۱۰ + ۷ + ۶ = ۳۰$$

-9

$$\alpha_۳ = \frac{1}{3} \times ۳۶۰ = ۱۲۰ \Rightarrow \alpha_۳ = ۱۲۰^\circ$$

$$\frac{x_۱ + x_۲ + \dots + x_۸}{8} = ۱۴$$

-10

فرض کنید $x_۸$ را کنار گذاشته باشیم:

$$\frac{x_۱ + x_۲ + \dots + x_۷}{7} = ۱۵ \Rightarrow \underbrace{x_۱ + x_۲ + \dots + x_۷}_{7 \times ۱۵} + x_۸ = ۸ \times ۱۴ = ۱۱۲$$

$$\Rightarrow ۱۰۵ + x_۸ = ۱۱۲ \Rightarrow x_۸ = ۱۱۲ - ۱۰۵ = ۷$$

یعنی عدد حذف شده ۷ بوده است.

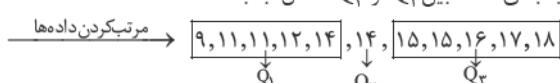
$$۴۲, ۴۳, ۴۶, ۴۷, ۴۸, ۵۱, ۵۳, ۵۹, ۶۰, ۷۲$$

-11- ابتدا داده ها را مرتب می کنیم:

میانه = ۵۱

مد = ۵۳

-12- در نمودار جعبه ای اعداد بین $Q_۱$ و $Q_۳$ داخل جعبه هستند:



داده های موردنظر

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{12 + 14 + 14 + 15 + 15}{5} = 14$$

$$\sigma^۲ = \frac{4 + 0 + 0 + 1 + 1}{5} = \frac{6}{5} = \frac{12}{10} = 1/2 \Rightarrow \sigma = \sqrt{1/2} \approx 1/1$$

-13- برای محاسبه واریانس از فرمول مهم زیر نیز می توان استفاده کرد:

$$\sigma^۲ = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^۲}{n} - \bar{x}^۲$$

الف) $n = ۴$

$$x_۱ + x_۲ + \dots + x_۴ = ۱۰۰$$

$$x_۱^۲ + x_۲^۲ + \dots + x_۴^۲ = ۳۴۰ \Rightarrow \bar{x} = \frac{100}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} \Rightarrow (\bar{x})^۲ = \frac{25}{4}$$

$$\sum_{i=1}^n x_i^۲ = \frac{340}{4} = \frac{34}{4} = \frac{17}{2}$$

$$\Rightarrow \sigma^۲ = \frac{17}{2} - \frac{25}{4} = \frac{34 - 25}{4} = \frac{9}{4} \Rightarrow \sigma^۲ = \frac{9}{4}$$

$$\text{ب) } CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{5}{2}} = \frac{3}{5} = ۰/۶$$

آزمون شماره ۹ (نوبت دوم)

T درست : $P: ۹ < ۱۰$ (الف)

F غلط : $q: ۱+۲ = ۹$

$p \wedge q : F$

(ترکیب عطفی فقط زمانی درست است که هر دو گزاره درست باشند).

F غلط : $q: ۹$ مربع کامل نیست: (ب)

$p \Rightarrow q : T$

(ترکیب شرطی فقط زمانی نادرست است که p درست و q نادرست باشد).

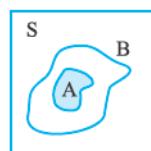
-۱۲- $A \subseteq C$: یعنی هر مستطیلی یک مربع است. این رابطه غلط است زیرا در مستطیل لزوماً هر ۴ ضلع با هم برابر نیستند.

-۱۳- $C \subseteq B$: یعنی هر مربع یک لوزی است. این رابطه درست است زیرا هر ۴ ضلع مربع با هم برابر هستند، پس شکل حتماً لوزی است.

$A \subseteq A \cup B$ طبق فرض $A \cap B \subseteq B \Rightarrow A \subseteq B$ (۱)

$B \subseteq A \cup B$ طبق فرض $A \cap B \subseteq A \Rightarrow B \subseteq A$ (۲)

$\xrightarrow{(1),(2)} A = B$



$$B = (B - A) \cup A$$

-۴- طبق شکل:

همچنین A و $(B - A)$ دو پیشامد از هم جدا هستند زیرا:

$$A \cap (B - A) = \emptyset$$

بنابراین:

$$P(B) = P((B - A) \cup A) = P(B - A) + P(A) + P(A \cap (B - A)) \xrightarrow{\emptyset} P(B) = P(B - A) + P(A) + ۰$$

$$\Rightarrow P(B) = P(B - A) + P(A) \Rightarrow P(B - A) = P(B) - P(A)$$

$$P(\{b, c\}) = \frac{2}{3} \Rightarrow P(\{b\}) + P(\{c\}) = \frac{2}{3} \quad (۱)$$

$$P(\{b, d\}) = \frac{1}{2} \Rightarrow P(\{b\}) + P(\{d\}) = \frac{1}{2} \quad (۲)$$

$$P(\{c, d\}) = \frac{1}{3} \Rightarrow P(\{c\}) + P(\{d\}) = \frac{1}{3}$$

از جمع روابط (۱) و (۲) داریم: با استفاده از رابطه (۳) در رابطه اخیر داریم:

$$\begin{aligned} P(\{c\}) + P(\{d\}) \\ \downarrow \\ ۲P(\{b\}) + \frac{1}{3} = \frac{7}{6} \Rightarrow P(\{b\}) = \frac{5}{12} \end{aligned}$$

حال احتمال های $\{c\}$ و $\{d\}$ را با استفاده از روابط (۱) و (۲) به دست می آوریم:

$$\xrightarrow{(1)} P(\{b\}) + P(\{c\}) = \frac{2}{3} \xrightarrow{P(\{b\}) = \frac{5}{12}} P(\{c\}) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

$$\xrightarrow{(2)} P(\{b\}) + P(\{d\}) = \frac{1}{2} \xrightarrow{P(\{b\}) = \frac{5}{12}} P(\{d\}) = \frac{1}{12}$$

با توجه به این که مجموع کل احتمال ها برابر یک است داریم:

$$P(\{a\}) + P(\{b\}) + P(\{c\}) + P(\{d\}) = ۱$$

$$\Rightarrow P(\{a\}) + \frac{5}{12} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12} = ۱ \Rightarrow P(\{a\}) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

-۱۴-



$$\frac{3}{7} \times \frac{2}{6} + \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} = \frac{2}{14} + \frac{4}{14} = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$$



-۱۴- اگر یک روش نمونه‌گیری از نمونه‌گیری ایده‌آل فاصله بگیرد و به سمتی خاص انحراف پیدا کند می‌گویند آن روش نمونه‌گیری اریب است.

مثال: نظرسنجی درباره انتخابات: اگر برای کشف نظر مردم، طراحی نظرسنجی در وبگاهی پرطرفدار درباره فردی خاص صورت گیرد آن‌گاه داده‌ها به سمتی خاص انحراف پیدا می‌کند و افزایش داده‌ها هم نمی‌تواند کمکی در اریب‌نشدن نمونه‌گیری انجام دهد.

-۱۵- الف) خوشدای ب) طبقه‌ای

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{6}{\sqrt{64}} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

-۱۶- اکنون می‌خواهیم $\sigma_{\bar{x}} = \frac{3}{4}$ به نصف کاهش یابد. پس:

$$\sigma_{\bar{x}_{جديد}} = \frac{3}{8} \Rightarrow \frac{3}{8} = \frac{6}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n} = 16 \Rightarrow n = 16^2 = 256$$

یعنی باید حجم نمونه ۲۵۶ شود.



1 درس نامهٔ توب برای شب امتحان

مثال: دامنه هریک از گزاره‌نماهای زیر را بنویسید.

(الف) $\sqrt{x-2} = 3$ (ب) $\frac{5}{x-1} = 1$ (ج) $x^2 + 5x - 1 = 0$

D = \mathbb{R}

با سه
ب) $x-1=0 \Rightarrow x=1$

D = $\mathbb{R} - \{1\}$

پ) $x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2$

D = $[2, +\infty)$

مجموعه جواب: مجموعه جواب، زیرمجموعه‌ای از دامنه متغیر است که به ازای آن، گزاره‌نما به یک گزاره درست تبدیل شود و آن را با حرف S نشان می‌دهند. همواره $S \subseteq D$.

مثال: دامنه و مجموعه گزاره‌نمای $1 = \frac{2x+1}{x-1}$ را بیابید.

با سه
x-1=0 $\Rightarrow x=1 \Rightarrow D = \mathbb{R} - \{1\}$

$\frac{2x+1}{x-1} = 1 \Rightarrow 2x+1 = x-1 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow S = \{-2\}$

تفصیل یک گزاره: گزاره‌ای است که ارزش آن دقیقاً مخالف ارزش آن گزاره باشد. تفاصیل یک گزاره مثل p را نماد $\sim p$ نشان می‌دهیم. $\sim p$ را این طور می‌خوانیم؛ چنین نیست که p.

مثال: «عدد ۲، عددی زوج است.»

تفاصیل: «چنین نیست که ۲ عددی زوج باشد.» یا «۲ عددی زوج نیست.»

تفاکر: ارزش گزاره p با ارزش گزاره $\sim p$ ~ یکسان است در این صورت گوییم دو گزاره هم ارز منطقی هستند و می‌نویسیم: $p \equiv \sim p$

مثال: «۹ عددی مربع کامل است» $\Leftarrow p$

تفاصیل: «۹ عددی مربع کامل نیست» $\Leftarrow \sim p$

تفاصیل: «۹ عددی مربع کامل است» $\Leftarrow \sim (\sim p)$

ترکیب گزاره‌ها: در کتاب درسی ترکیب گزاره‌ها با ۴ رابط «و»، «یا»، «اگر آن گاه»، «اگر آن گاه و بر عکس» انجام می‌شود.

ترکیب عطفی: اگر دو گزاره ساده با حرف «و» به هم مربوط شوند آن را ترکیب عطفی دو گزاره می‌نامیم و با نماد $p \wedge q$ نمایش می‌دهیم.

خلاصه: فقط زمانی درست است که هر دو گزاره p و q درست باشند.

مثال: ۹ مربع کامل است و کوچکترین عدد طبیعی اول ۲ است.

$$p : F \Rightarrow p \wedge q : F$$

$$q : T$$

ترکیب فصلی: اگر دو گزاره ساده با حرف «یا» به هم مربوط شوند آن را ترکیب فصلی دو گزاره می‌نامیم و با نماد $p \vee q$ نمایش می‌دهیم.

خلاصه: فقط زمانی نادرست است که هر دو گزاره p و q نادرست باشند.

مثال: معادله $x^2 - 4 = 0$ ریشه دارد یا ۲۵ مضرب ۵ است.

$$p : T \Rightarrow p \vee q : T$$

$$q : T$$

فصل ۱ آشنایی با مبانی ریاضیات

۱ آشنایی با منطق ریاضی

منطق: منطق ریاضی (منطق نمادین): دستور زبان ریاضی یا مطالعه ساختار جمله‌های است که در ریاضی به کار برده می‌شوند.

گزاره: در منطق ریاضی، گزاره جمله‌ای است خبری که می‌تواند ارزش درست یا نادرست داشته باشد، هر چند ممکن است از درستی یا نادرستی آن مطلع نباشیم.

تفاکر: یک استدلال می‌تواند از چند جمله خبری تشکیل شود که یکی از آن‌ها نتیجه استدلال و بقیه، مفروضات استدلال‌اند.

مثال: کدامیک از جملات و عبارات زیر گزاره هستند؟ ارزش هر گزاره را تعیین کنید.

(الف) کتاب خوشمزه‌تر از ساندویچ است.

(ب) عدد ۲ گویا است.

(پ) افلاطون، شاگرد سocrates بود.

(ت) عدد $n^2 - 2$ عددی منفی است ($n \in \mathbb{N}$).

پاسخ: (الف) گزاره نیست.

(ب) گزاره است - ارزش غلط.

(پ) گزاره است - ارزش درست.

(ت) گزاره است - ارزش نادرست زیرا برای n ‌ها زوج حاصل منفی نمی‌شود.

مثال: نتیجه استدلال زیر را بنویسید.

اگر هوا خیلی برقی باشد آن گاه مدارس ابتدایی تعطیل است. به احتمال زیاد فردا برق سنگینی می‌بارد. نتیجه؟

پاسخ: فردا مدارس ابتدایی تعطیل است.

تفاکر: جملات پرسشی، امری و عاطفی گزاره محاسبه نمی‌شوند چون هیچ خبری نمی‌دهند.

مانند: «بیشتر درس يخوان.»، «چه ماشین زیباتی.»، «شما امسال کنکور نمی‌دهید؟»

جدول ارزش گزاره‌ها

T	D
F	N
T	T
F	F
T	T
F	F
T	T
F	F

تفاکر: اگر تعداد گزاره‌ها n باشد در جدول ارزش گزاره‌ها تعداد حالت‌ها 2^n خواهد بود.

متغیر: حرف یا علامت‌هایی است که جایگزین اعضای یک مجموعه می‌شود.

گزاره‌نما: گزاره‌نما ساختاری شبیه گزاره دارد. در واقع گزاره‌نما، جمله‌ای است خبری که شامل یک یا چند متغیر است. گزاره‌نما شامل x را با (x), p, گزاره‌نمای شامل x

و y را با (y) نمایش می‌دهند.

مثال: x یک عدد اول است.»، « $x \geq y$ »، « $x+1 = 3$ »

هر کدام از عبارات فوق یک گزاره‌نما هستند.

دامنه متغیر گزاره‌نما: دامنه متغیر مجموعه‌ای است که اگر عضوهای آن را به جای متغیر گزاره‌نما قرار دهیم، گزاره‌نما به یک گزاره تبدیل می‌شود و آن را با حرف D نمایش می‌دهند.



در هر یک از این گزاره‌ها، در واقع خاصیتی را به تمام اعضای یک مجموعه نسبت داده‌ایم. چنین گزاره‌هایی را، گزاره‌های با سور عمومی می‌نامند.

$\forall x : p(x)$

هر x ای خاصیت p را دارد

گزاره‌های کلی وقتی درست هستند که مجموعه جوابشان با دامنه متغیرشان مساوی باشد.

مثال: ارزش گزاره‌های زیر را مشخص کنید.

$\forall x \in \mathbb{R} : x^2 \geq 0$ (الف)

$\forall x \in \mathbb{R}^- : x^2 < 0$ (ب)

$\forall x \in \mathbb{Z} : \frac{x}{2} < x$ (ب)

پاسخ:

الف) درست

ب) نادرست

پ) نادرست

گزاره‌های با سور وجودی (گزاره‌های جزئی)

گزاره با سور وجودی، گزاره‌ای است که خاصیتی را حداقل به یک عضو از مجموعه نسبت دهد.

$\exists x : p(x)$ «حداقل یک x هست که خاصیت p را دارد.»

گزاره‌های با سور وجودی زمانی درست هستند که مجموعه جواب آن‌ها تهی نباشد.

مثال: ارزش گزاره‌های زیر را مشخص کنید.

$\exists x \in \mathbb{Z} : x^2 = x$ (الف)

$\exists x \in \mathbb{N} : \sqrt{x} > x$ (ب)

ب) نادرست

الف) درست

نقیض گزاره‌های سوری

الف نقیض گزاره‌های با سور عمومی:

ب نقیض گزاره‌های با سور وجودی:

مثال: الف) نقیض گزاره «هر انسانی کوشای است» را بنویسید.

پاسخ: بعضی انسان‌ها کوشای نیستند.

ب) نقیض گزاره «بعضی از اعداد اول زوج اند» را بنویسید.

پاسخ: هر عدد اولی فرد است.

مثال: ارزش و نقیض گزاره زیر را بنویسید.

الف $p : \exists x \in \mathbb{N} : 3 < x < 5$

پاسخ: گزاره p به ازای $x = 4$ درست است.

$\sim p : \forall x \in \mathbb{N} : x \leq 3, x \geq 5$

$q : \exists y \in \mathbb{R} : y < 0 \wedge y^2 \leq 1$

پاسخ: درست است زیرا $-1 = y$ جواب است.

$\sim q : \forall y \in \mathbb{R} : y \geq 0 \vee y^2 > 1$

$p : \forall x \in \mathbb{N} : x + 1 \geq 2$

$\sim p : \exists x \in \mathbb{N} : x + 1 < 2$

پاسخ: درست است. (همواره درست)

۲) مقاهم اولیه

مفهوم مجموعه: دسته یا گروهی از اشیای کاملاً مشخص را مجموعه گویند.

عضو: هر عدد یا شيء داخل مجموعه را عضو می‌نامند. $A \in A$ ، یعنی X متعلق به مجموعه A است.

تپی: مجموعه‌ای که عضو ندارد و با \emptyset یا $\{\}$ نمایش داده می‌شود.

مرجع: مجموعه‌ای که تمام مجموعه‌های مسئله زیرمجموعه آن باشند و با U نشان می‌دهیم.

زیرمجموعه: مجموعه B زیرمجموعه A می‌باشد هرگاه تمام اعضای B در A باشند. $(\forall x \in B \Rightarrow x \in A) \Leftrightarrow B \subseteq A$

$(\exists x \in A \wedge x \notin B) \Leftrightarrow A \not\subseteq B$

زیرمجموعه سره: اگر $B \subseteq A$ و لی $B \neq A$ آن‌گاه B زیرمجموعه سره A نامیده می‌شود.

مجموعه توانی: مجموعه کلیه زیرمجموعه‌های A ، مجموعه توانی A نامیده می‌شود و $P(A)$ نمایش داده می‌شود.

مثال: جدول ارزش‌گذاری گزاره $\neg q \rightarrow (p \wedge q)$ را تشکیل دهید.

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \wedge q$	$\neg p \vee (p \wedge q)$
T	T	F	F	F	F
T	F	F	T	F	T
F	T	T	F	F	T
F	F	T	T	F	T

ترکیب شرطی: هرگاه p و q دو گزاره باشند، گزاره مرکب $p \Rightarrow q$ «که خوانده می‌شود «اگر p آن‌گاه q » را ترکیب

شرطی دو گزاره می‌گوییم.

P را مقدم (فرض) و Q را تالی (حکم) می‌نامند.

حکمه: « $p \Rightarrow q$ » فقط زمانی نادرست است که p درست

و q نادرست باشد.

مثال: اگر یک چهارضلعی مستطیل باشد، آن‌گاه قطرهایش با هم برابرند.

$p : T \Rightarrow p \Rightarrow q : T$

$q : T$

گزاره « $q \Rightarrow p$ » عکس ترکیب شرطی « $p \Rightarrow q$ » و گزاره « $\sim q \Rightarrow \sim p$ » عکس نقیض ترکیب شرطی « $p \Rightarrow q$ » است.

مثال: به کمک جدول گزاره‌ها نشان دهید.

p	q	$p \Rightarrow q$	$\sim q$	$\sim p$	$\sim q \Rightarrow \sim p$
T	T	T	F	F	T
T	F	F	T	F	F
F	T	T	F	T	T
F	F	T	T	T	T

ستون‌های سوم و ششم دقیقاً مثل هم هستند.

حکمه: قانون ادخال فاصل:

قانون حذف عاطف:

ترکیب دو شرطی: اگر p و q دو گزاره باشند، گزاره مرکب $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ را

به صورت $p \leftrightarrow q$ می‌نویسیم و آن را ترکیب دو شرطی p و q می‌نامند و می‌خواهیم

« p و تنها اگر q »

مثال: $x > 2 \Leftrightarrow 3x - 5 > 1$ (الف)

ب) شرط لازم و کافی برای این که نقطه‌ای روی نیمساز یک زاویه قرار گیرد آن است که فاصله‌اش از دو ضلع زاویه یکسان باشد.

۳) هم‌ارزی‌های منطقی بین گزاره‌های مرکب

الف: قانون شرکت‌پذیری:

$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$

$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$

قانون جابه‌جایی

$p \vee q \equiv q \vee p$

$p \wedge q \equiv q \wedge p$

قانون پخشی

$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

سور

سورها علامت‌هایی هستند که در جلوی گزاره‌ها قرار می‌گیرند و متغیرهای گزاره‌نما را به یک مجموعه معین محدود می‌کنند و بدین ترتیب گزاره‌نمایی به گزاره تبدیل می‌شود.

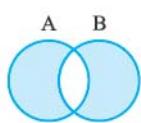
سور عمومی و سور وجودی از مهم‌ترین سورها هستند و به ترتیب با نمادهای « \forall » و « \exists » نشان داده می‌شوند.

گزاره‌های با سور عمومی (گزاره‌های کلی)

گزاره‌های زیر از در نظر بگیرید:

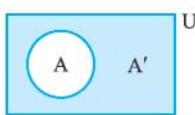
○ هر عدد طبیعی مثبت است.

○ هر عدد اول، فرد است.



$$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$$

متتم یک مجموعه:



$$A' = \{x \mid x \in U \wedge x \notin A\}$$

روش عضوگیری دلخواه:

یک روش مفید برای این که نشان دهیم $A \subset B$: این است که ثابت کنیم برای عضو x از A این عضو در B نیز قرار دارد.

مثال: به روشن عضوگیری نشان دهید:

(الف) اگر $A \subset B$ آن‌گاه $A' \subset B'$

(ب) اگر A و B دو مجموعه دلخواه از مرجع U باشند آن‌گاه $A \subset A \cup B$

مثال: (الف) عضو دلخواه x را در B' در نظر بگیرید. طبق تعریف متتم این عضو در $x \in B' \Rightarrow x \notin B$ قرار ندارد.

چون $A \subset B$ پس $x \in A$ یعنی $x \in A'$ در نتیجه: $B' \subset A'$

(ب) $x \in A \cup B$ لذا طبق تعریف اجتماع خواهیم داشت:

$A \subset A \cup B$ در نتیجه: دو مجموعه مساوی: دو مجموعه A و B برابرند اگر و فقط اگر اعضایشان یکی باشند

$A = B \Leftrightarrow \begin{cases} A \subset B \\ B \subset A \end{cases}$ و می‌نویسیم: به عبارت ریاضی:

مثال: نشان دهید اگر $A \subset B$ آن‌گاه $A - B = \emptyset$

$A - B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$ طبق تعریف $A - B$

اما $A \subset B$ پس اگر $x \in A$ باشد حتماً $x \in B$ نیز خواهد بود در نتیجه:

$A - B = \{x \mid x \in B \wedge x \notin B\}$ و رابطه اخیر فقط زمانی برقرار است که $A - B = \emptyset$

۳- جبر مجموعه‌ها

$$\begin{array}{l} \text{۱} \quad \left\{ \begin{array}{l} A \cup A = A \\ A \cup A' = U \\ A \cup \emptyset = A \end{array} \right. \\ \text{۲} \quad \left\{ \begin{array}{l} (A')' = A \\ U' = \emptyset \\ \emptyset' = U \end{array} \right. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{۱} \quad \left\{ \begin{array}{l} A \cap A = A \\ A \cap A' = \emptyset \\ A \cap \emptyset = \emptyset \end{array} \right. \\ \text{۲} \quad \left\{ \begin{array}{l} (A \cap B)' = A' \cup B' \\ (A \cup B)' = A' \cap B' \end{array} \right. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{۳} \quad \left\{ \begin{array}{l} A - B = A - (A \cap B) \\ A - B = A \cap B' \end{array} \right. \\ \text{۴} \quad A \subseteq B \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} A \cap B = A \\ A \cup B = B \end{array} \right. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{۵} \quad \left\{ \begin{array}{l} A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \\ A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \end{array} \right. \\ \text{۶} \quad \left\{ \begin{array}{l} A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C = A \cap B \cap C \\ A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C = A \cup B \cup C \end{array} \right. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{۷} \quad \left\{ \begin{array}{l} \bigcap_{n=1}^{\infty} A_n \text{ و } \bigcup_{n=1}^{\infty} A_n \text{ مطلوب است } n \in \mathbb{N} \text{ و } A_n = [-n, 2-n] \\ \text{مثال: اگر } \bigcap_{n=1}^{\infty} A_n \text{ و } \bigcup_{n=1}^{\infty} A_n \text{ مطلوب است } n \in \mathbb{N} \text{ و } A_n = [-n, 2-n] \end{array} \right. \\ \text{۸} \quad \left\{ \begin{array}{l} A_1 = [-1, 1], A_2 = [-2, 0] \\ A_3 = [-3, -1], A_4 = [-4, -2] \end{array} \right. \Rightarrow \bigcup_{n=1}^{\infty} A_n = [-4, 1], \bigcap_{n=1}^{\infty} A_n = \emptyset \end{array}$$

مثال: اگر $A = \{1, \emptyset, \{\}\}$ باشد، مجموعه $P(A)$ را بنویسید.

$P(A) = \{\emptyset, \{\}, \{\emptyset\}, \{\{\}\}, \{\emptyset, \{\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\{\}\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset, \{\}\}\}$

مثال: اگر $A = \{1, \{1\}, \{\{1\}\}\}$ کدام عبارت درست و کدام نادرست است؟

(الف) $\{\}\subseteq A$ (ب) $\{1\}\subseteq A$

مثال: برای عضویت (\in)، عضو داده شده باید عیناً در مجموعه دیده شود و برای زیرمجموعه بودن (\subseteq)، داخل مجموعه داده شده باید عیناً در مجموعه دوم دیده شود.

(الف) درست، زیرا $1 \in A$ است.

(ب) نادرست، زیرا A چنین عضوی ندارد.

مثال: اگر A یک مجموعه اعضاً باشد، آن‌گاه:

۱ تعداد کل زیرمجموعه‌های A^{2^n}

۲ تعداد زیرمجموعه‌های سره A^{-1}

۳ تعداد زیرمجموعه‌های سره و ناتهی

۴ تعداد زیرمجموعه‌های عضوی $A^{\binom{n}{k}}$

مثال: یک مجموعه A عضوی دارای ۳۵ زیرمجموعه ۳ عضوی است. مطلوب است:

(الف) تعداد زیرمجموعه‌ها

(ب) تعداد زیرمجموعه‌های سره

(پ) تعداد زیرمجموعه‌های دوعضوی

(الف) $\binom{n}{3} = 35 \Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)}{3 \times 2} = 35$

$\Rightarrow n(n-1)(n-2) = 6 \times 7 \times 5 = 7 \times 6 \times 5 \Rightarrow n = 7$

(ب) تعداد کل زیرمجموعه‌ها:

(پ) تعداد زیرمجموعه‌های سره:

(ت) تعداد زیرمجموعه‌های دوعضوی:

۴- افزاییک مجموعه

تعريف: فرض کنیم A یک مجموعه ناتهی باشد. گوییم A به m زیرمجموعه

A_1, A_2, \dots, A_m افزار شده است، هرگاه:

اولاً: تمام A_i ها $i = 1, \dots, m$ مخالف تهی باشند.

ثانیاً: برای هر $i \leq i, j \leq m$ که $j \neq i$ داشته باشیم:

$A_i \cap A_j = \emptyset$

ثالثاً: تمام افزارهای مجموعه $A = \{a, b, c\}$ را بنویسید.

$\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{c\}, \{a, c\}, \{b\}, \{b, c\}, \{a\}, \{a, b, c\}$

مثال: اگر $A = \{a, b, c\}$ باشد، آن‌گاه:

۱- اجتماع دو مجموعه: (حداقل یکی)

$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$

۲- اشتراک دو مجموعه: (هر دو مجموعه با هم)

$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$

۳- تفاضل دو مجموعه:

$A - B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$ (A فقط)

$B - A = \{x \mid x \in B \wedge x \notin A\}$ (B فقط)

$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$

$A \Delta B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\} \cup \{x \mid x \in B \wedge x \notin A\}$

$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$

$A \Delta B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\} \cup \{x \mid x \in B \wedge x \notin A\}$

$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$

$A \Delta B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\} \cup \{x \mid x \in B \wedge x \notin A\}$