

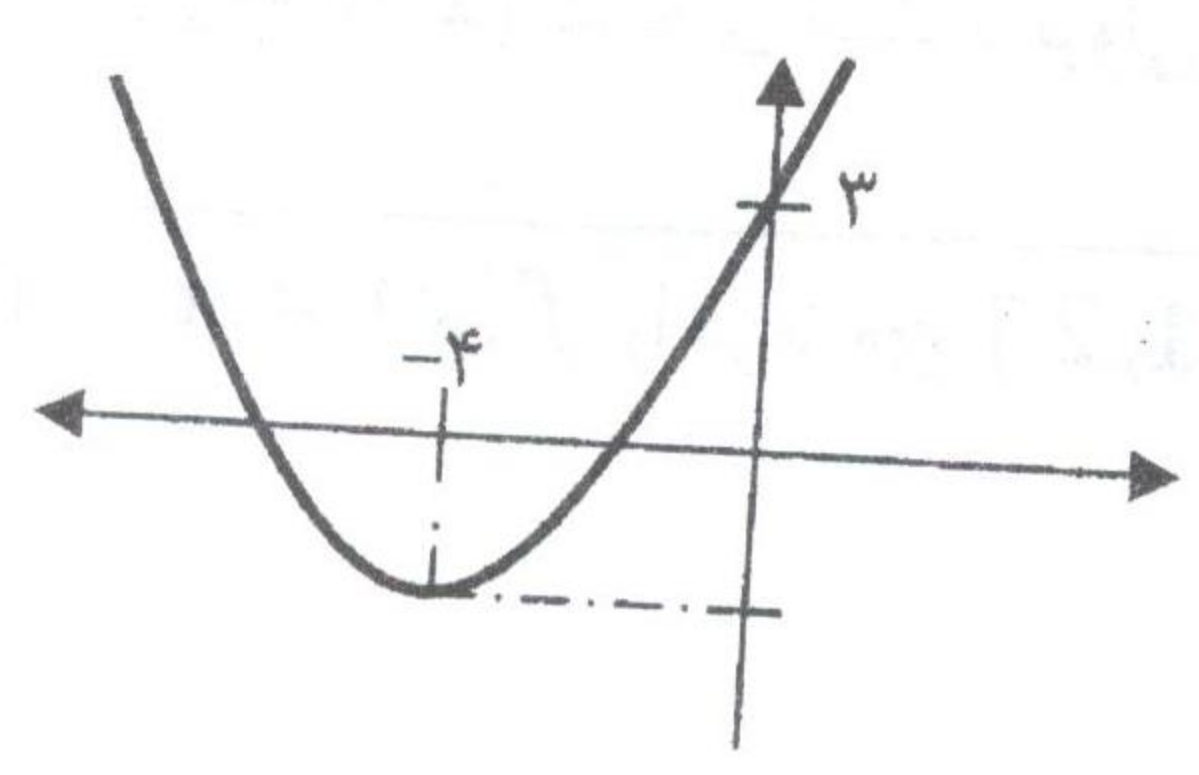
نام:
نام خانوادگی:
نام دبیر: جاب آقای

بازرسی
آزمون پایانی ترم اول - سال تحصیلی ۹۵-۱۳۹۴

دبیرستان نمونه دولتی ابن سینا شماره صندلی:

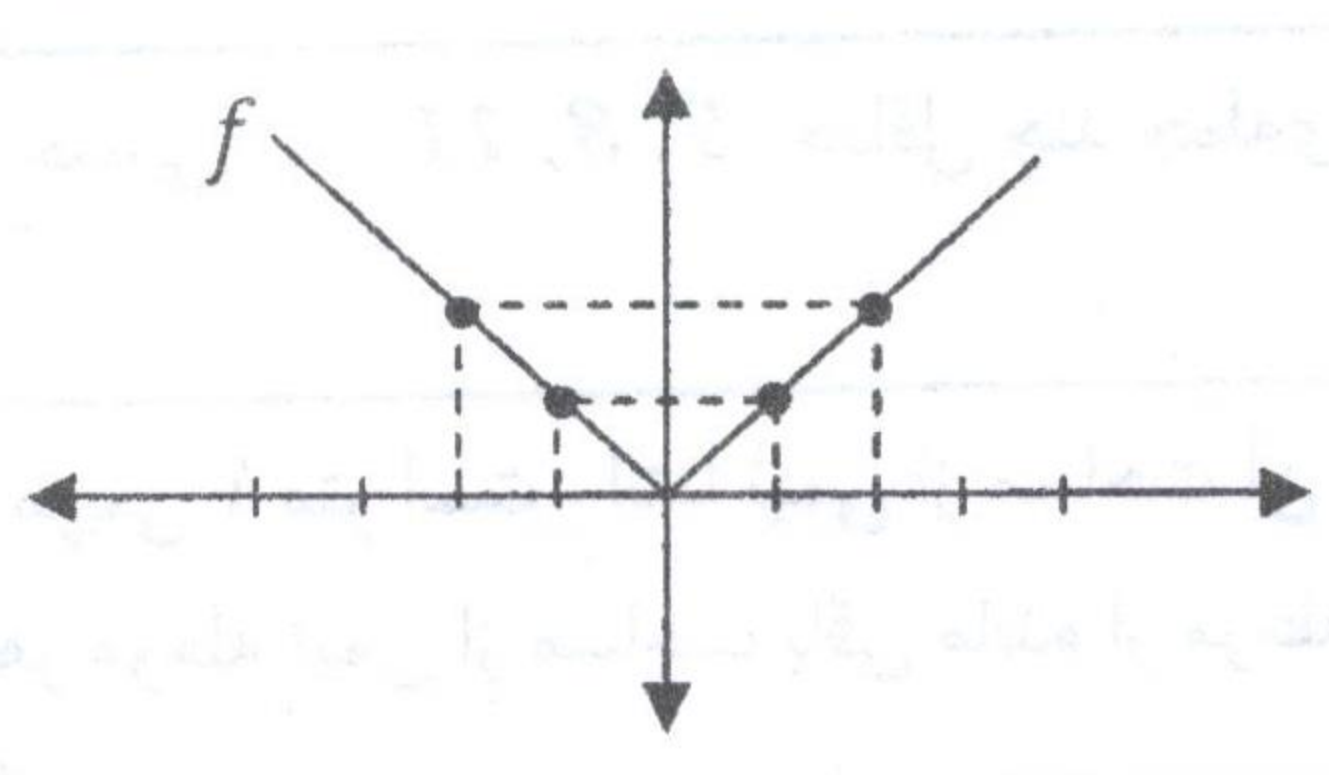
تاریخ: ۲۳/۱۰/۱۳	محل:	رت: ۱۲۰ دقیقه	نمره:
-----------------	------	---------------	-------

ردیف	سوال	نمره
۱	در دنباله‌ی حسابی $5, 8, 11, \dots$ حداقل چند جمله‌ی آن را باید جمع کنیم تا حاصل از ۵۰۰ بیشتر شود؟	۱
۱	طول ضلع مربعی ۱ متر است. ابتدا نیمی از مساحت آن را رنگ می‌کنیم. سپس نیمی از مساحت باقی مانده را رنگ می‌کنیم. به همین ترتیب در هر مرحله نیمی از مساحت باقی مانده از مرحله‌ی قبل را رنگ می‌زنیم. پس از چند مرحله حداقل ۹۹ درصد سطح مربع رنگ شده است؟	۱
۳	مقدار m و n را چنان بیابید که چند جمله‌ای $x^4 - 3x^3 + mx + n$ بر $x^2 - 5x + 6$ بخش پذیر باشد.	۱
۲	حاصل عبارت مقابل را بدست آورید. (بسط دهید)	۱/۲۵
۵	حاصل عبارت زیر را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید.	۱/۲۵
۶	در معادله‌ی $3x^2 - 15x + m = 0$ اگر یکی از ریشه‌ها، ۲ واحد از ریشه‌ی دیگر بیشتر باشد، m را بیابید.	۱/۲۵
۷	نقطه‌ای روی خط $y = 2x + 1$ بیابید که از دو نقطه‌ی $A(3, 0)$ ، $B(-1, 0)$ به یک فاصله باشد.	۱/۲۵
۸	در تابع درجه دوم $P(x) = ax^2 + bx + c$ که مربوط به شکل مقابل است. مقادیر a, b, c را بیابید.	۱
۱	نامعادله‌ی $ x + 1 < x^2 - 1$ را با استفاده از روش نموداری (هندسی) حل کنید.	۱
۱	مساحت مثلث قائم الزاویه‌ای ۲۵ سانتی متر مربع است. طول وتر این مثلث را به عنوان تابعی از یک ضلع آن را بدست آورید.	۱



سوال

نمره

۰/۵	۱۱	آیا توابع $f(x) = 2 \log x$ و $g(x) = \log x^2$ با هم مساوی اند؟ (با دلیل)
۱	۱۲	با توجه به نمودار f ، نمودار $-\frac{1}{2}f(x+2) - 3$ را رسم کنید.
		
۱	۱۳	اگر $f(x) = \sqrt{x+1}$ و $g(x) = \frac{x+1}{x-1}$ مقدار $(2f-g)(3)$ را بیابید.
۱	۱۴	اگر $f\left(\frac{1}{x}\right) = \sqrt{\frac{2x-1}{x^2}}$ و $g(x) = 2 \cos^2 x$ باشد، مقدار $(f \circ g)\left(\frac{\pi}{3}\right)$ را حساب کنید.
۱	۱۵	دو تابع $f(x) = \frac{1+x^2}{x^2}$ و $g(x) = \sqrt{x(1-x)}$ مفروض اند. دامنه‌ی تابع $f \circ g$ را بدون تشکیل ضابطه بدست آورید.
۱	۱۶	تابع $f(x) = \begin{cases} x^4 - x + 1 & x > 0 \\ x^4 + x + 1 & x < 0 \end{cases}$ زوج است یا فرد؟ پاسخ خود را اثبات کنید.
۲	۱۷	با رسم تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & x \leq -1 \\ x^2 & -1 < x < 1 \\ x + 1 & x \geq 1 \end{cases}$ به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) آیا تابع f وارون پذیر است؟ (با دلیل) ب) در بازه‌ی $[1, +\infty)$ صعودی است یا نزولی؟
۱/۵	۱۸	تابع $f(x) = x - [x]$ را در بازه‌ی $[-1, 2]$ رسم کنید.

① $a_n = 3n + 2$

$a_1 = 5$

$S_n > 500$

$n = ?$

$d = 3$

$$\frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2} > 500 \Rightarrow n[10 + 3n - 3] > 1000$$

$\Rightarrow 3n^2 + 7n > 1000$ چهارم درجه است حد اقل مقدار برای n می شود

وجه از روش Δ ۱۸

② $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots \geq \frac{99}{100} \Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{1 - (\frac{1}{2})^n}{1 - \frac{1}{2}} \geq \frac{99}{100} \Rightarrow$

$$1 - (\frac{1}{2})^n \geq \frac{99}{100} \Rightarrow 1 - \frac{99}{100} \geq (\frac{1}{2})^n \Rightarrow \frac{1}{100} \geq (\frac{1}{2})^n$$

حد اقل مقدار n که در این نامعادله صدق می کند $n = 7$ می باشد $\Rightarrow 2^n \geq 100$

یعنی پس از مرحله هفتم حد اقل ۹۹ درصد سطح مربع رند شده است.

③ $x^2 - 5x + 4 = (x-2)(x-3) \Rightarrow$

$P(2) = 0 \Rightarrow 14 - 3 \times 2 + m \times 2 + n = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2m + n = 1 \\ 3m + n = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} m = -1 \\ n = 2 \end{matrix}$

$P(3) = 0 \Rightarrow 11 - 3 \times 3 + m \times 3 + n = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2m + n = 1 \\ 3m + n = 0 \end{cases}$

④ $= (2x)^5 - 4(2x)^3(3y)^2 + 4(2x)^2(3y)^3 - 4(2x)(3y)^4 + (3y)^5$

$$= 14x^5 - 96x^3y^2 + 216x^2y^3 - 216xy^4 + 11y^5$$

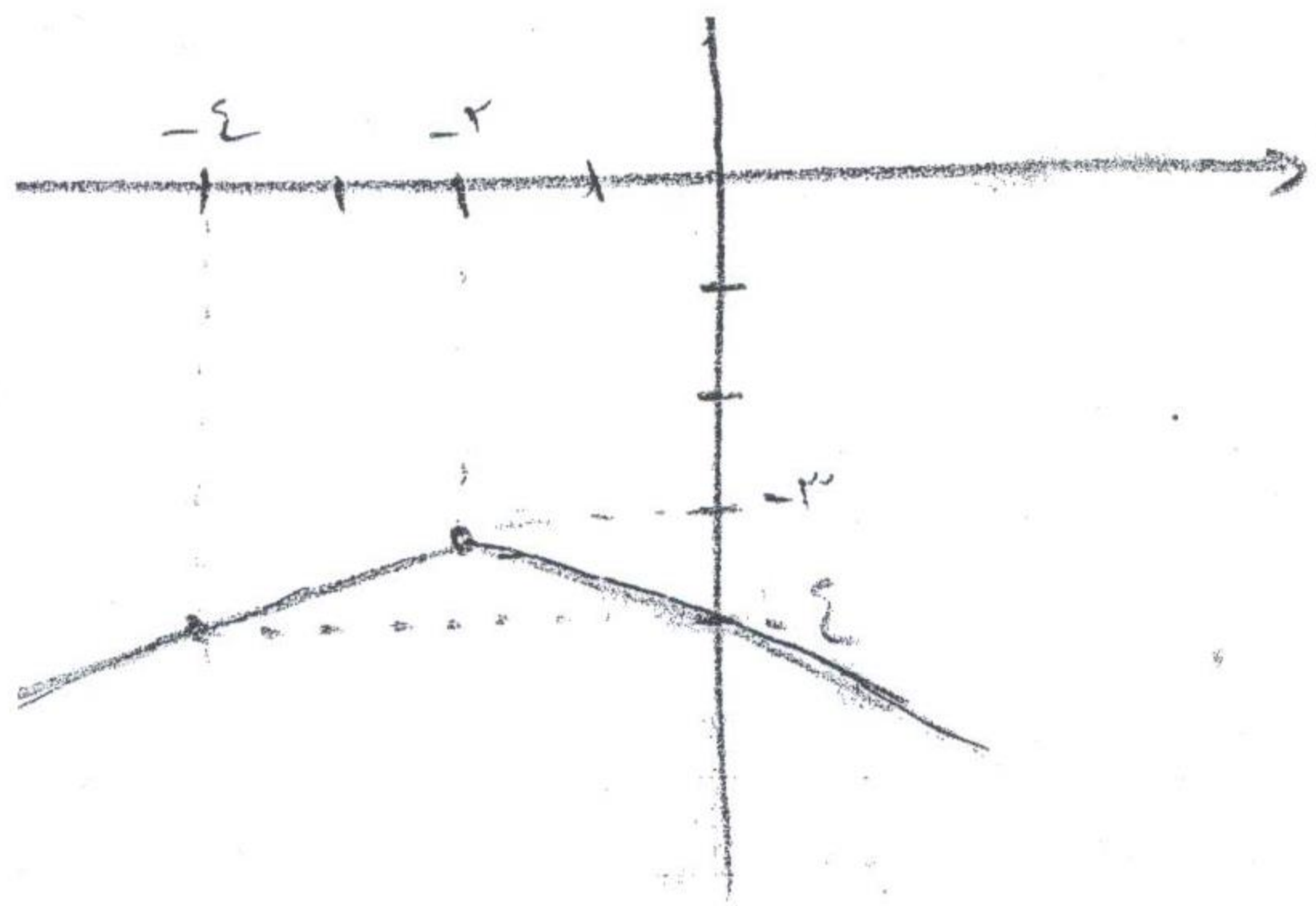
⑤ $\frac{(n+1)(n+3) + 1(n-1) - 1}{(n-1)(n+3)} = \frac{x^2 + 4x + 3 + x - 1 - 1}{(x-1)(x+3)} = \frac{x^2 + 5x + 1}{(x-1)(x+3)}$

$$= \frac{(x-1)(x+4)}{(x-1)(x+3)} = \frac{x+4}{x+3}$$

⑥ $\alpha = \beta + 2 \Rightarrow S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = 5 \Rightarrow \beta + 2 + \beta = 5 \Rightarrow 2\beta = 3 \Rightarrow \beta = \frac{3}{2}$

$\Rightarrow \alpha = \frac{3}{2} + 2 = \frac{7}{2}$

$P = \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{7}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{m}{3} \Rightarrow \frac{21}{2} = \frac{m}{3} \Rightarrow m = \frac{21}{2} \times 3 = \frac{63}{2}$



۱۲ ابتدا دو واحد به خرد سپس نمودار نسبت به محور x رسم شود

مقتاران شده و $\frac{1}{2}$ واحد باین برده شود دهانه باز تر می شود
(با ضرب $\frac{1}{2}$ منبسط می شود)

۱۳ $f(x) = \sqrt{x+1} = \sqrt{2} = 2$ $g(x) = \frac{x+1}{x-2} = \frac{2}{1} = 2$

$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(2) = 2$

۱۴ $(f \circ g)\left(\frac{\pi}{3}\right) = f\left(g\left(\frac{\pi}{3}\right)\right) = f\left(2 \cos^2 \frac{\pi}{3}\right) = f\left(2 \times \frac{1}{4}\right) = f\left(\frac{1}{2}\right)$

با توجه به جدول علامت f عدد $\frac{1}{2}$ قرار می دهیم:

$f\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\frac{(2 \times 2) - 1}{2^2}} = \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$D_f = \mathbb{R} - \{0\}$

$D_g: x(1-x) \geq 0 \Rightarrow$

با توجه به رسم ها

و جدول تعیین علامت

$D_g: 0 \leq x \leq 1$

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$P(x)$	$-$	0	$+$	$-$

$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$

$= \{0 \leq x \leq 1 \mid \sqrt{x(1-x)} \neq 0\} = (0, 1)$

دقت کنید $x(1-x) = 0$ جوابها 0 و 1 است که از قسمت اول خارج شد!!

۱۴ تابع زوج است زیرا:

$f(-x) = \begin{cases} (-x)^2 - (-x) + 1 & -x > 0 \\ (-x)^2 + (-x) + 1 & -x < 0 \end{cases} = \begin{cases} x^2 + x + 1 & x < 0 \\ x^2 - x + 1 & x > 0 \end{cases} = f(x)$

دانش آموزان که از آزمون الکترونیک از هر راه حل درست دیگری مانند جایی تزاری β در معادله و یا $\alpha - \beta = \frac{\sqrt{5}}{10} = 2$ هم
 اگر استفاده کنید نمره کامل می گیرید

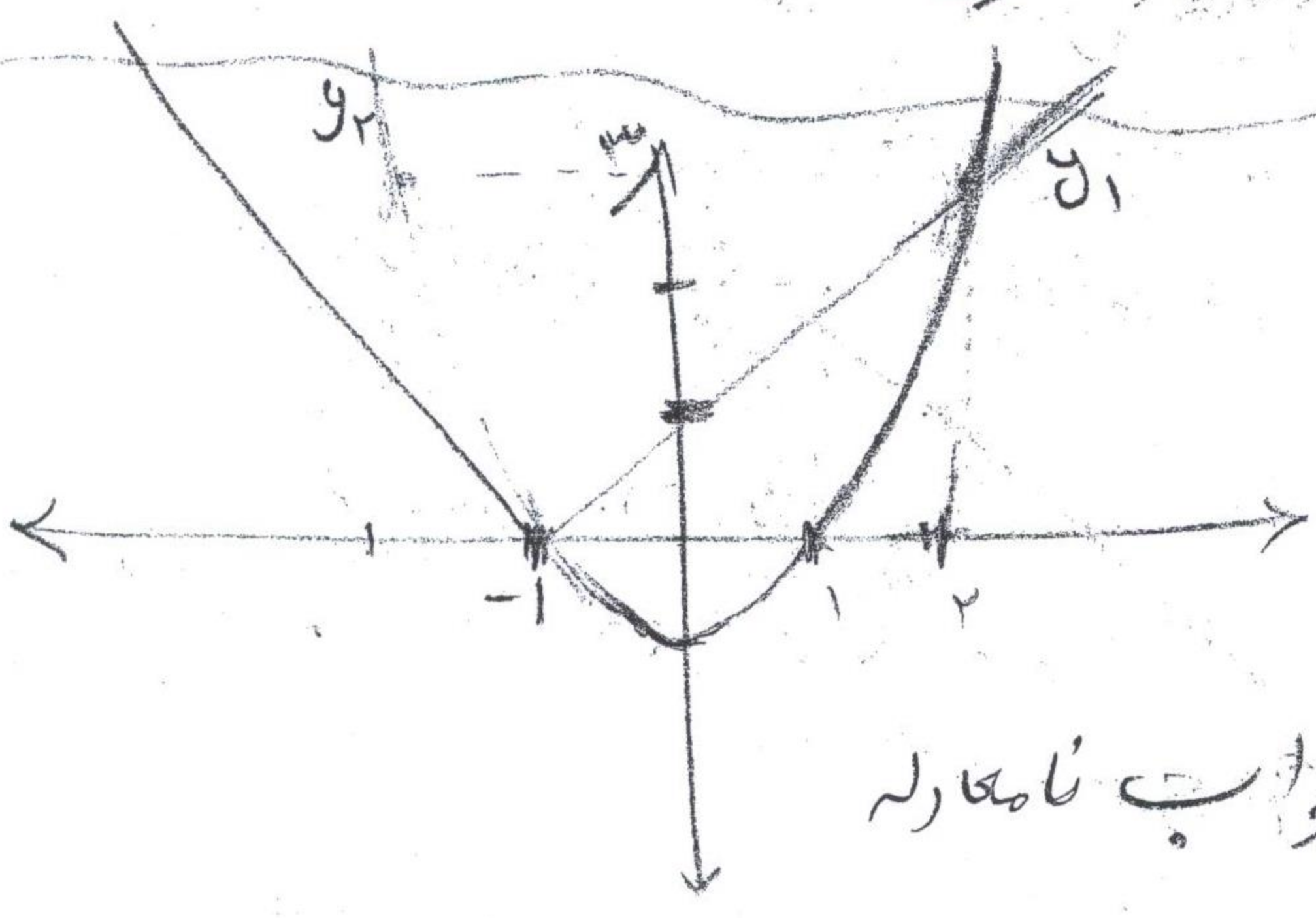
⑦ نقطه مورد نظر را $M(\alpha, 2\alpha+1)$ می نامیم:

$$MA = MB \Rightarrow \sqrt{(\alpha-3)^2 + (2\alpha+1-0)^2} = \sqrt{(\alpha+1)^2 + (2\alpha+1-0)^2}$$

$$\Rightarrow \alpha^2 - 6\alpha + 9 = \alpha^2 + 2\alpha + 1 \Rightarrow \alpha = 1 \Rightarrow M(1, 3)$$

⑧ هم از روی نمودار می تواند تشخیص دهیم با جایی تزاری $C(3)$

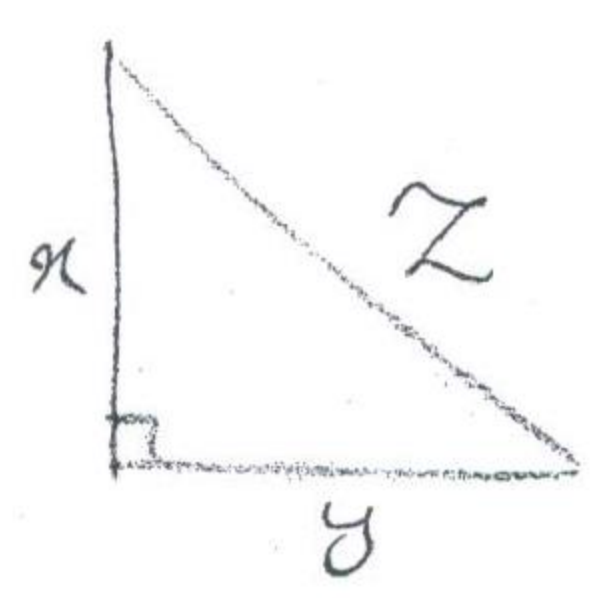
$$\begin{cases} -2 = a(-1)^2 + b(-1) + 3 \\ 14a - 6b = -5 \\ a = \frac{5}{14} \\ 1a - b = 0 \\ b = \frac{5}{14} \end{cases}$$



⑨ $y_1 = |x+1|$

$y_2 = x^2 - 1$

مجموعه جواب ناممکنه: $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$



⑩ $S = \frac{\pi y}{r} \Rightarrow 2\omega = \frac{\pi y}{r} \Rightarrow \pi y = 2\omega r \Rightarrow y = \frac{2\omega r}{\pi}$

$y = \frac{2\omega r}{\pi}$

$$z^2 = x^2 + y^2 \Rightarrow z^2 = x^2 + \left(\frac{2\omega r}{\pi}\right)^2 \Rightarrow z = \sqrt{x^2 + \frac{4\omega^2 r^2}{\pi^2}}$$

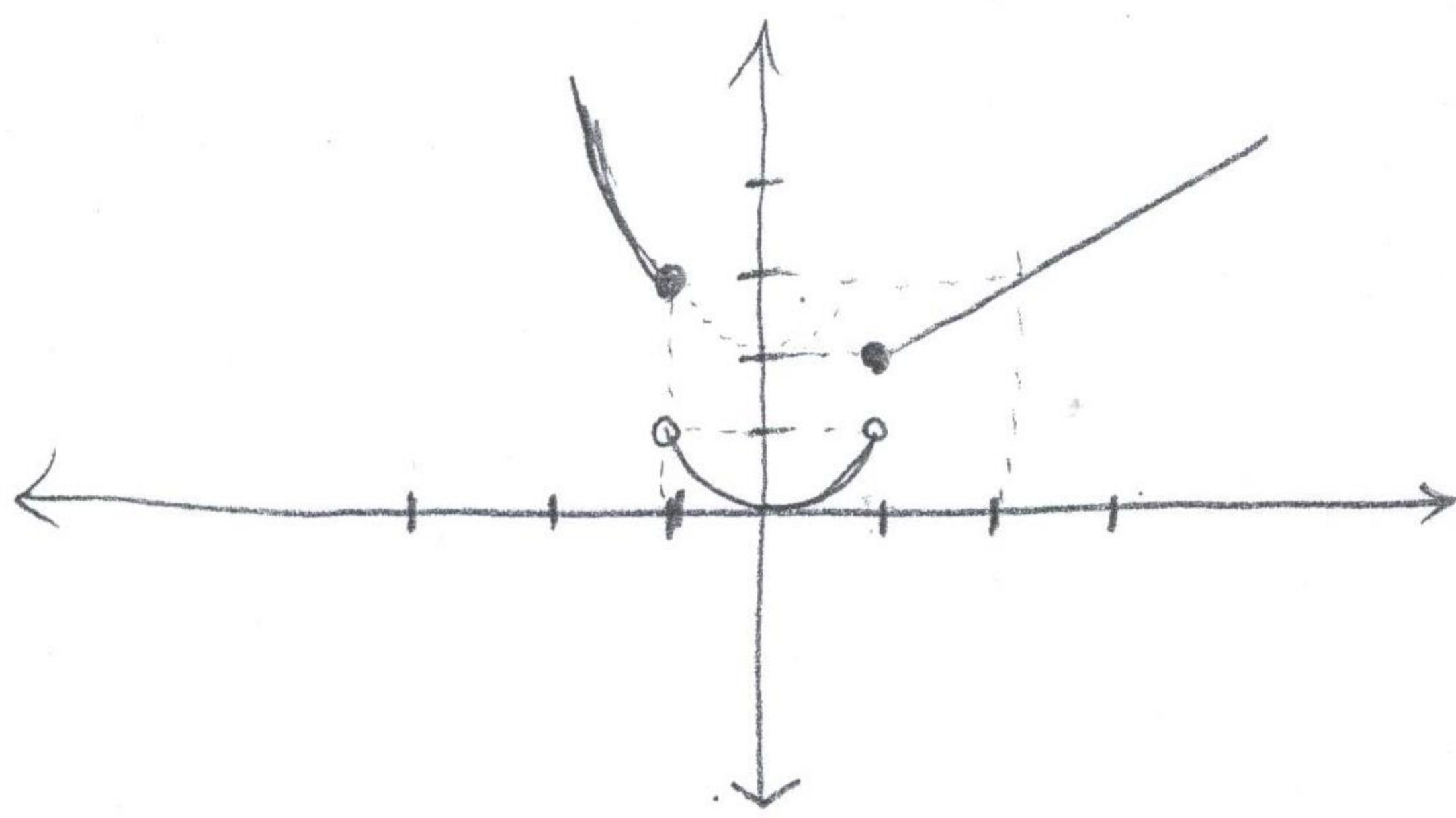
⑪ خیز زیاد دامنه دایره با هم مساوی نیست:

$D_f: x > 0$ یا $(0, +\infty)$

$\Rightarrow D_g \neq D_f$ پس دو تابع مساوی نیستند

$D_g: x \neq 0$ یا $\mathbb{R} - \{0\}$

۱۷) الف) خیر وارون پذیر نیست زیرا یک به یک نیست.



ب) صعودی

$-1 \leq x < 0 \Rightarrow y = x + 1$	<table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr> <td style="padding: 0 5px;">تغییر</td> <td style="padding: 0 5px;">توافقی</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">x</td> <td style="padding: 0 5px;">-1</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">y</td> <td style="padding: 0 5px;">0</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;"></td> <td style="padding: 0 5px;">1</td> </tr> </table>	تغییر	توافقی	x	-1	y	0		1
تغییر	توافقی								
x	-1								
y	0								
	1								
$0 \leq x < 1 \Rightarrow y = x$	<table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">x</td> <td style="padding: 0 5px;">0</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">y</td> <td style="padding: 0 5px;">0</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;"></td> <td style="padding: 0 5px;">1</td> </tr> </table>	x	0	y	0		1		
x	0								
y	0								
	1								
$1 \leq x < 2 \Rightarrow y = x - 1$	<table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">x</td> <td style="padding: 0 5px;">1</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">y</td> <td style="padding: 0 5px;">0</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;"></td> <td style="padding: 0 5px;">2</td> </tr> </table>	x	1	y	0		2		
x	1								
y	0								
	2								
$x = 2 \Rightarrow y = 0$									

