



وزارت آموزش و پرورش
جمهوری اسلامی ایران
مهرستان نمونه دولتی پسرانه نخبگان

باسمه تعالی
وزارت آموزش و پرورش
اداره‌ی آموزش و پرورش منطقه ۲ تهران
دبیرستان نمونه دولتی نخبگان
سال تحصیلی ۹۳ - ۱۳۹۲

نام و نام خانوادگی:
درس: ریاضی ۳
نام دبیر:
پایه: سوم تجربی
تاریخ: ۹۲/۱/۷
زمان: ۱۲۰ دقیقه

ردیف	زگواره ناگور دانش بجوی	پیامبر اکرم (ص)	بارم
۱	اگر $A = \{x \mid x \in R, -1 \leq \frac{x-2}{3} \leq 1\}$ و $B = \{x \mid x \in R, x < 0\}$ و $C = \{x \mid x \in R, 1 - 2x < 7\}$ باشند آنگاه $(A \cup B) \cap C$ را به صورت بازه بنویسید.		۱
۲	دو تاس را با هم پرتاب می کنیم تعداد عضوهای فضای نمونه ای را نوشته سپس پیشامد اینکه مجموع اعداد روشده مضرب ۳ باشد را بنویسید.		۱
۳	در کیسه ای ۳ مهره سفید، ۴ مهره قرمز و ۵ مهره سبز وجود دارد. از این کیسه ۳ مهره به تصادف خارج می کنیم مطلوب است احتمال آن که: الف) هر ۳ مهره سبز باشد ب) هر سه مهره هم رنگ باشند ج) حداقل دو مهره از یک رنگ باشند.		۱/۵
۴	خانواده ای ۳ فرزند دارد مطلوب است احتمال آن که: الف) خانواده فقط یک دختر داشته باشد. ب) خانواده حداقل ۲ پسر داشته باشند.		۱
۵	احتمال آنکه دانش آموزی درس ریاضی قبول نشود ۰/۴ و احتمال اینکه در درس فیزیک قبول شود ۰/۷ و احتمال اینکه در هر دو درس قبول شود ۰/۵ است. مطلوب است احتمال اینکه حداقل در یکی از دروس ریاضی و فیزیک قبول شود.		۱
۶	معادله $\frac{x}{x-1} + \frac{3}{x^2-1} = \frac{x-2}{x+1}$ را حل کنید.		۱
۷	مجموعه جواب نامعادله $\frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{x} \geq -1$ را به صورت بازه بنویسید.		۱/۵
۸	مقادیر a و b را طوری بیابید که مجموعه $f = \{(-1, -b+3), (7, 1), (-1, 4-a), (7, a)\}$ تابع باشد.		۱

۳	درستی تساوی های زیر را بررسی کنید. الف) $\frac{\sin 2x}{1+\cos 2x} \times \frac{\cos x}{1+\cos x} = \tan \frac{x}{2}$ ب) $\sin(a+b) - \sin(a-b) = 2 \cos a \sin b$	۹
۱	a و b را طوری بیابید که نمودار تابع $f(x) = ax^2 + bx$ از نقطه (۱- و ۲) گذشته و محور طول ها را در نقطه ای به طول ۳ قطع کند.	۱۰
۱	اگر $f(x-2) = \frac{x}{x+1}$ باشد. ضابطه ی تابع $f(x)$ را یافته سپس $f(\sqrt{2})$ را بدست آورید.	۱۱
۱	نمودار $f(x) = \begin{cases} 1+x^2, & x \geq 0 \\ 1-\frac{x}{2}, & x < 0 \end{cases}$ را رسم کرده سپس مقدار $f(f(-4))$ را بدست آورید.	۱۲
۱	دامنه توابع زیر را به صورت بازه بنویسید. الف) $f(x) = \log_x(4-x^2)$	۱۳
۰/۷۵	ب) $g(x) = \frac{2+\sqrt{3+x}}{\sqrt{-x}}$	
۰/۷۵	ج) $h(x) = \cot(x - \frac{\pi}{3})$	
۱/۵	اگر $f(x) = x+3$ و $g(x) = \sqrt{1-x}$ باشند دامنه تابع $g \circ f$ را با استفاده از تعریف به دست آورده و ضابطه $f \circ g$ را بنویسید.	۱۴
۰/۱۵	اگر $f = \{(-2,1), (3,0), (4,-7), (5,2)\}$ و $g(x) = 2x^2 - 3x + 1$ باشند حاصل $\frac{g}{f}(x)$ را بدست آورید.	۱۵
۰/۱۵	اگر $f(x) = 2x - 5$ و $(f \circ g)(x) = 4x^6 + 2x^2 - 1$ باشند تابع $g(x)$ را بدست آورید.	۱۶
موفق باشید		

پانچ سو فیصدی آزموں ریاضی ۳

$$-1 \leq \frac{x-2}{3} \leq 1 \Rightarrow -3 \leq x-2 \leq 3 \Rightarrow -1 \leq x \leq 5 \quad -1$$

$$\Rightarrow A = [-1, 5]$$

$$1-2x < 4 \Rightarrow -2x < 4 \Rightarrow x > -2 \Rightarrow C = (-2, +\infty)$$

$$B = (-\infty, 0)$$

$$A \cup B = [-1, 5] \cup (-\infty, 0) = (-\infty, 5] \Rightarrow (A \cup B) \cap C = (-2, 5]$$

$$4 \times 4 = 4^2 = 16 \Rightarrow n(S) = 16 \quad -2$$

$$A = \{(1,2), (1,5), (2,1), (2,4), (3,3), (3,6), (4,2), (4,5), (5,1), (5,4), (6,3), (6,6)\}$$

$$\frac{\binom{5}{3} + \binom{4}{3} + \binom{3}{3}}{\binom{12}{3}} \quad \text{ب)} \quad \frac{\binom{5}{3}}{\binom{12}{3}} \quad \text{الف) - 3}$$

$$\frac{\binom{5}{2} \binom{7}{1} + \binom{5}{3} + \binom{4}{2} \binom{1}{1} + \binom{4}{3} + \binom{3}{2} \binom{9}{1} + \binom{3}{3}}{\binom{12}{3}} \quad \text{ج) راہ اولیٰ}$$

$$1 - \frac{\binom{5}{1} \binom{3}{1} \binom{4}{1}}{\binom{12}{3}} \quad \text{ج) راہ دوم (مستقیم):}$$

$$\frac{\binom{3}{1}}{\binom{12}{3}} = \frac{3}{8} \quad \text{الف) راہ اولیٰ: - 4}$$

$$A = \{(پ, پ), (پ, د), (د, پ), (د, د)\} \quad \text{الف) راہ دوم:}$$

$$n(A) = 4 \Rightarrow P(A) = \frac{4}{8}$$

$$\frac{\binom{3}{2} \binom{1}{1} + \binom{3}{3}}{\binom{12}{3}} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \quad \text{ب) راہ اولیٰ:}$$

$$\text{طرنجیب (الف)} = \frac{\sin(r\alpha)}{1 + \cos(r\alpha)} \times \frac{\cos \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{r \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{r \cos^r \alpha} \times \frac{\cos \alpha}{r \cos^{\frac{r}{r}} \alpha} = -9$$

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \times \frac{\cos \alpha}{r \cos^{\frac{r}{r}} \alpha} = \frac{r \sin \frac{\alpha}{r} \cdot \cos \frac{\alpha}{r}}{r \cos^{\frac{r}{r}} \frac{\alpha}{r}} = \frac{\sin \frac{\alpha}{r}}{\cos \frac{\alpha}{r}} = \tan \frac{\alpha}{r} = \text{طرنجیب}$$

$$\text{ب) طرنجیب} = \sin(a+b) - \sin(a-b) = -9$$

$$\sin a \cdot \cos b + \cos a \cdot \sin b - \sin a \cdot \cos b + \cos a \cdot \sin b = 2 \cos a \cdot \sin b = \text{طرنجیب}$$

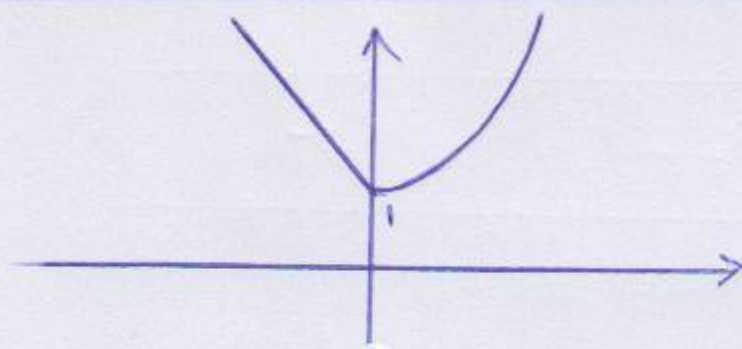
$$f(x) = ax^2 + bx \begin{cases} (r, -1) \rightarrow -1 = ra + rb \\ (r, 0) \rightarrow 0 = ra + rb \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ra + rb = -1 \\ ra + rb = 0 \end{cases} \quad -10$$

$$\begin{cases} ra + rb = -1 \\ -ra - rb = 0 \end{cases} \Rightarrow -2a = -1 \Rightarrow \boxed{a = \frac{1}{2}}, \boxed{b = -\frac{3}{2}}$$

$$f(x-r) = \frac{x}{x+1} \quad \left. \begin{array}{l} \\ x-r=t \Rightarrow x=t+r \end{array} \right\} \Rightarrow f(t) = \frac{t+r}{t+r+1} = \frac{t+r}{t+r} \quad -11$$

$$\Rightarrow \boxed{f(x) = \frac{x+r}{x+r}} \Rightarrow f(\sqrt{r}) = \frac{\sqrt{r}+r}{\sqrt{r}+r} \times \frac{\sqrt{r}-r}{\sqrt{r}-r} = \frac{(\sqrt{r}+r)(\sqrt{r}-r)}{r-r} = \frac{\sqrt{r}+r}{r}$$

$$f(x) = \begin{cases} 1+x^r, & x \geq 0 \\ 1-\frac{x}{r}, & x < 0 \end{cases}$$



-12

$$f(f(-r)) = f(r) = 1+r = 10$$

$$f(x) = \log_x(r-x^r) \Rightarrow \begin{cases} r-x^r > 0 \\ x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \quad (13-\text{الف})$$

x	$-\infty$	$-r$	0	r	$+\infty$
$r-x^r$	-	0	+	+	-
x	-	-	0	+	+
P			+		

$$\Rightarrow D_f = (0, r) - \{1\}$$

$$g(x) = \frac{2 + \sqrt{3+x}}{\sqrt{-x}} \Rightarrow \begin{cases} 3+x \geq 0 \\ -x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -3 \\ x < 0 \end{cases} \quad (\text{ب} - 13)$$

$$\xrightarrow{n} D_g = [-3, 0)$$

$$h(x) = \cot\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow \quad (\text{ج} - 13)$$

$$x - \frac{\pi}{3} = k\pi \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{3}$$

$$D_h = \left\{ x \mid x \in \mathbb{R}, x \neq k\pi + \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$D_{g \circ f} = \left\{ x \mid x \in D_f, f(x) \in D_g \right\} \quad D_f = \mathbb{R}, D_g = (-\infty, 1] \quad - 14$$

$$D_{g \circ f} = \left\{ x \mid x \in \mathbb{R}, x+3 \leq 1 \right\} = \left\{ x \mid x \leq -2 \right\} \Rightarrow D_{g \circ f} = (-\infty, -2]$$

$$(f \circ g)(x) = f(\sqrt{1-x}) = \sqrt{1-x} + 3$$

$$2g(x) - 5 = 4x^4 + 2x^2 - 1 \quad - 15$$

$$2g(x) = 4x^4 + 2x^2 + 4 \Rightarrow g(x) = 2x^4 + x^2 + 2$$

$$\frac{g}{f} = \left\{ (-2, 15), (2, -3), (5, 18) \right\} \quad - 16$$

موفق باشید