

ش صندلی (ش داوطلب): نام واحد آموزشی: **دبیرستان انرژی اتمی ایران** نوبت امتحانی: دیماه ۱۳۹۳ پایه: سوم  
نام و نام خانوادگی: نام پدر: رشته / رشته های: علوم تجربی وقت امتحان: ۱۰۰ دقیقه تاریخ امتحان: ۱۳۹۳/۱۰/۱۷  
سوالات امتحان درس: ریاضی (تجربی) نام دبیر/دبیران: جناب آقای رفیعی سال تحصیلی: ۹۴-۱۳۹۳ تعداد برگ: ۱ برگ

تذکر: بارم هر کدام از سوالات ۱ تا ۴ معادل ۲ نمره و هر کدام از سوالات ۵ تا ۱۲ معادل ۱/۵ نمره است.

۱- اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد مستقل باشند، به طوری که  $P(B) = 5P(A \cap B) = 0/3$ ، آنگاه  $P(A \cup B)$  کدام است؟

۲- احتمال آن که از سه تاس پرتاب شده حداقل یک عدد ۶ ظاهر شود، کدام است؟

۳- از کیسه‌ای شامل ۵ مهره سفید و ۶ مهره سیاه، دو مهره متوالیاً و بدون جایگذاری خارج می‌کنیم. احتمال آن که مهره اول سفید و مهره دوم سیاه باشد، کدام است؟

۴- ۳ اتومبیل سیاه و ۳ اتومبیل سفید، در یک ردیف، به تصادف کنار هم پارک شده‌اند. احتمال آن که اتومبیل‌های سیاه و اتومبیل‌های سفید یک در میان قرار گرفته باشند، کدام است؟

۵- کیسه‌ای محتوی ۴ مهره آبی، ۴ مهره قرمز و ۲ مهره سفید است. اگر به‌طور تصادفی ۶ مهره از این کیسه خارج کنیم، احتمال آن که تعداد مهره‌های آبی خارج شده دو برابر تعداد مهره‌های سفید خارج شده باشد، کدام است؟

۶- مجموعه‌ی جواب معادله‌ی گویای  $\frac{2x-1}{x+1} = a + \frac{b}{x}$ ، به صورت  $\{-2, -4\}$  است. مقدار  $b$  کدام است؟

۷- غلظت یک دارو،  $t$  ساعت پس از انجام تزریق آن در عضله‌ی یک بیمار، برابر  $\frac{0/12t}{t+2}$  میلی‌گرم در هر میلی‌لیتر است.

طول مدت زمانی که غلظت این دارو در عضله‌ی بیمار، بیش از  $0/04$  میلی‌گرم در میلی‌لیتر است، چند ساعت است؟

۸- مقدار  $\sin 75^\circ$  را به دست آورید.

۹- سینوس زاویه‌ی  $22/5^\circ$  را حساب کنید.

۱۰- اگر  $f(x) = \sqrt{3-x}$  و  $g(x) = \sqrt{x-2}$  دامنه‌ی تابع  $f \circ g$  شامل چند عدد صحیح است؟

۱۱- اگر  $f(x) = \frac{4x-1}{x+2}$  و  $(g \circ f)(x) = \frac{2x+1}{x-3}$ ، آنگاه  $g(2)$  کدام است؟

۱۲- اگر  $4f(x+3) - f(x) = 8$  و نمودار تابع  $f$  از مبدأ مختصات بگذرد، آنگاه  $f(6)$  کدام است؟

موفق باشید.

$$\frac{.112}{\sqrt{t+2}} > .104 \Rightarrow \frac{.112}{\sqrt{t+2}} > .104 \Rightarrow \sqrt{t+2} < \frac{.112}{.104} \Rightarrow \sqrt{t+2} < 1.077 \Rightarrow t+2 < 1.16 \Rightarrow t < -0.84$$

طول بازه برابر ۱ ساعت است.

$$\sin 70^\circ = \sin(30^\circ + 40^\circ) = \sin 30^\circ \cos 40^\circ + \sin 40^\circ \cos 30^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{3} + 2}{4}$$

$$\cos \alpha = 1 - 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \cos 70^\circ = 1 - 2 \sin^2 35^\circ \Rightarrow \sqrt{2} = \frac{2}{\sin 35^\circ} \Rightarrow \sin 35^\circ = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$g(x) = \sqrt{x-2} \Rightarrow x-2 \geq 0 \Rightarrow D_g: x \geq 2$$

$$f(x) = \sqrt{3-x} \Rightarrow 3-x \geq 0 \Rightarrow D_f: x \leq 3$$

$$D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \geq 2 \mid \sqrt{x-2} \leq 3\} \quad (1)$$

$$\sqrt{x-2} \leq 3 \Rightarrow x-2 \leq 9 \Rightarrow x \leq 11 \xrightarrow{(1)} D_{fog}: 2 \leq x \leq 11$$

پس، دامنه تابع fog شامل ۱۰ عدد صحیح است.

$$g(f(x)) = g\left(\frac{3x-1}{x+2}\right) = \frac{3x+1}{x-3}$$

$$\frac{3x-1}{x+2} = 2 \Rightarrow x = \frac{5}{1} \Rightarrow (g \circ f)\left(\frac{5}{1}\right) = g(2) = \frac{3 \times \frac{5}{1} + 1}{\frac{5}{1} - 3} = \frac{16}{2} = 8$$

$$f(f(x+3)) - f(x) = 8 \xrightarrow{x=0} f(f(3)) - f(0) = 8 \Rightarrow f(3) = 2 \xrightarrow{x=3} f(f(6)) - f(3) = 8 \Rightarrow f(6) = \frac{10}{4} = 2.5$$

$$P(B) = \Delta P(A \cap B) = .13 \Rightarrow \begin{cases} P(B) = .13 & (1) \\ P(A \cap B) = .06 & (2) \end{cases}$$

از آنجا که دو پشامد A و B مستقل از هم هستند، داریم:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \xrightarrow{(1) \text{ و } (2)} .06 = p(A) \cdot (.13) \Rightarrow P(A) = .12 \quad (3)$$

همچنین می‌دانیم که:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \xrightarrow{(1) \text{ و } (2)} P(A \cup B) = .12 + .13 - .06 = .19$$

در برتاب سه تاس، اگر A را پشامد ظاهر شدن حداقل یک عدد ۶ در نظر بگیریم. آنگاه A' پشامد ظاهر نشدن عدد ۶ در هر سه تاس است، که در آن صورت:

$$P(A') = \frac{5 \times 5 \times 5}{6 \times 6 \times 6} = \frac{125}{216} \Rightarrow P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{125}{216} = \frac{91}{216}$$

پشامدهای سیاه بودن مهره دوم و سفید بودن مهره اول را به ترتیب A و B می‌نامیم. A و B پشامدهای سفید بودن مهره اول و سیاه بودن مهره دوم می‌باشند، بنابراین داریم:

$$P(A \cap B) = P(B)P(A | B) = \frac{5}{11} \times \frac{6}{10} = \frac{3}{11}$$

۴- با توجه به شکل، برای جایگاه (۱)، شش حالت امکان‌پذیر است (هر کدام از اتومبیل‌ها می‌توانند در این جایگاه قرار بگیرند)، بسته به این که اتومبیل پارک شده در جایگاه اول سیاه باشد یا سفید، برای جایگاه (۲)، سه حالت و با همین استدلال، برای جایگاه‌های (۳)، (۴)، (۵) و (۶) به ترتیب دو، یک و یک حالت امکان‌پذیر است، داریم:

$$\begin{matrix} 6 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1 \times 1 = 6 \\ 5 \times 2 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 2 \\ 4 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1 \end{matrix}$$

از طرفی دیگر هیچ شرطی اعمال نشده، شش شی (اتومبیل) در کنار هم  $6! = 720$  حالت جایگشت دارند، پس احتمال موردنظر برابر است با:

$$P(A) = \frac{\binom{6}{2} \binom{4}{1} \binom{3}{1} \binom{2}{1} \binom{1}{1} \binom{1}{1}}{\binom{6}{6}} = \frac{6 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1}{720} = \frac{24}{720} = \frac{1}{30}$$

چون  $x = -2$  و  $x = -1$  ریشه‌های این معادله هستند، پس در آن صدق می‌کنند:

$$x = -2 \Rightarrow \frac{2(-2)-1}{-2+1} = a + \frac{b}{-2} \Rightarrow 5 = a - \frac{b}{2} \quad (1)$$

$$x = -1 \Rightarrow \frac{2(-1)-1}{-1+1} = a + \frac{b}{-1} \Rightarrow 3 = a - b \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \begin{cases} a - \frac{b}{2} = 5 \\ a - b = 3 \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} \begin{cases} a = 1 \\ b = -8 \end{cases}$$