


شماره کلاس:	 وزارت آموزش و پرورش مرکز علمی، پژوهشی، فرهنگی و ارتباطی استان تهران	طراح سوال: شیرغلامی	بسمه تعالی
پایه و رشته: دوازدهم ریاضی		اداره آموزش و پرورش ناحیه ۲ قم	نمره به عدد: نمره به حروف:
تعداد سوال: ۱۱ سوال		دبیرستان شهید دکتر محمد شریاری	نام دبیر و امضاء: شیرغلامی

آزمون درس: هندسه دوازدهم ریاضی	نوبت دی ماه	تاریخ آزمون: ۱۴۰۱/۱۰/۱۰
نام و نام خانوادگی:	نیاز به پاسخ نامه <input type="checkbox"/> دارد <input type="checkbox"/> ندارد <input checked="" type="checkbox"/>	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه

بارم	سوال	ردیف
۱	<p>درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف. اگر ماتریس قطری با ماتریس غیر قطری تعویض پذیر باشد، حتما باید اسکالر باشد.</p> <p>ب. اگر <math>A</math> و <math>B</math> دو ماتریس مربعی و وارون پذیر باشند آن گاه <math>(A^{-1}B)^{-1} = B^{-1}A</math>.</p> <p>ج. در حالتی که صفحه <math>P</math> با مولد یک سطح مخروطی موازی باشد و از راس آن بگذرد، سطح مقطع حاصل، سهمی می باشد.</p> <p>د. مکان هندسی نقاطی که از سه خط دو به دو متقاطع، فاصله یکسانی داشته باشند، یک نقطه در صفحه آن سه خط می باشد.</p>	۱
۱	<p>اگر <math>A = \begin{bmatrix} 1 &amp; -1 &amp; -3 \\ 4 &amp; 1 &amp; 2 \\ 2 &amp; 1 &amp; 3 \end{bmatrix}</math>، از رابطه ماتریسی زیر ماتریس <math>X</math> را بیابید.</p> $\begin{bmatrix} 2 A &  A \\ 1 & \frac{2}{ A } \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$	۲
۱	<p>اگر <math>(A - I)^{-1} = \begin{bmatrix} 3 &amp; -1 \\ 2 &amp; 1 \end{bmatrix}</math> باشد، ماتریس <math>A(A - I)^{-1}</math> را بدست آورید.</p>	۳

۱	اگر $A$ ماتریس $3 \times 3$ باشد و $ A^{-1}  = \frac{1}{2}$ آنگاه دترمینان ماتریس $A + A$ را محاسبه کنید.	۴
۱	$m$ را طوری بیابید که دستگاه $\begin{cases} m(x-1) - 3(x-y) = 0 \\ 4x + (m+1)y = 2 \end{cases}$ بی‌شمار جواب داشته باشد.	۵
۱	نقطه $A$ به فاصله $x$ از خط $d$ قرار دارد. $x$ را طوری بیابید تا سه نقطه وجود داشته باشد که از $A$ به فاصله $10$ و از خط $d$ به فاصله $3$ باشد؟	۶
۱	معادله دایره‌ای را بنویسید که $O(-1, -1)$ مرکز آن بوده و روی خط $2x + y = 2$ و تری به طول $4$ ایجاد کند.	۷
۱	در نقطه $A(2, 3)$ روی دایره به معادله $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 3$ مماسی بر دایره رسم کرده‌ایم، معادله این خط مماس را بیابید.	۸

۱	معادله دایره‌ای با بزرگ‌ترین شعاع را بنویسید که از نقطه $A(1, -4)$ بگذرد و مماس بر خط‌های $4x + 3y = 0$ و محور $y$ ها باشد.	۹
۱	به ازای هر مقدار $m$ ، معادله $(m-2)x + (m+1)y = 6$ ، معادله قطری از دایره $C$ است. اگر نقطه $A(-1, 1)$ روی این دایره باشد. محیط دایره را بدست آورید.	۱۰
سئوالات تستی		
<p>الف. اگر <math>A</math> و <math>B</math> هر دو <math>2 \times 2</math> باشند و <math>BA = \begin{bmatrix} 0 &amp; -1 \\ 2 &amp; 3 \end{bmatrix}</math> باشد، مجموع درایه‌های ماتریس <math>A+B</math> کدام است؟</p> <p>۱. صفر      ۲. <math>-2</math>      ۳. <math>-6</math>      ۴. <math>-12</math></p> <p>ب. اگر <math>A = \begin{bmatrix} 2 &amp; 0 &amp; 0 \\ 0 &amp; 4 &amp; 0 \\ 0 &amp; 0 &amp; 1 \end{bmatrix}</math> باشد، دترمینان ماتریس <math>A^3 - 3A^2</math> کدام است؟</p> <p>۱. <math>256</math>      ۲. <math>128</math>      ۳. <math>64</math>      ۴. <math>32</math></p> <p>ج. اگر <math>A = [a_{ij}]_{n \times n}</math> و <math>B = [b_{ij}]_{n \times n}</math> با تعاریف <math>a_{ij} = \begin{cases} 0 &amp; i &lt; j \\ \square &amp; i \geq j \end{cases}</math> و <math>b_{ij} = \begin{cases} 0 &amp; i + j = \square + \square \\ \square &amp; i + j = \square \end{cases}</math> باشند حاصل <math> A^{-1} - (A-B)^{-1} </math> کدام است؟</p> <p>۱. <math>-2</math>      ۲. صفر      ۳. <math>1</math>      ۴. <math>2</math></p>		

کدام عدد افزوده شود تا مقدار دترمینان ۸ واحد بیش تر گردد؟



د. به هر درایه سطر سوم دترمینان

۲.۴

۱.۳

-۱.۲

-۲.۱

ه. اگر  $A = \begin{bmatrix} a & a \\ - & \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} a & \\ & \end{bmatrix}$  آن گاه به ازای کدام مقدار  $a$  ماتریس  $A \times B$  وارون پذیر است؟

۴. هیچ مقدار  $a$

۳. هر مقدار  $a$

۲. -۶

۱. ۲

ح. نقاط  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $D$  در صفحه مفروض اند. کدام گزینه تعداد نقاطی را مشخص کنید که از  $A$  و  $B$  به یک فاصله و از  $C$  و  $D$  نیز به یک فاصله باشند؟

۴. صفر، یک، بی شمار

۳. یک، بی شمار

۲. دقیقاً یک

۱. حداکثر یک

ط. دایره  $(x^2 + y^2 - 2x) + b(x^2 + y^2 - 2y) = c$  از نقطه  $(-1, -1)$  می گذرد، شعاع دایره کدام است؟

۴.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۳.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۲.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۱.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

ی. به ازای کدام مقادیر  $a$ ، خط  $x + y + a = 0$  دایره  $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$  را در دو نقطه متمایز قطع می کند؟

۴.  $-2 < a < 2$

۳.  $a < 2$

۲.  $a > 2$

۱.  $-2 < a < 2$

ک. نقطه  $M(\sqrt{2}, b)$  مرکز دایره‌ای است که بر دو خط  $y = 2x$  و  $x = 2y$  مماس است. شعاع دایره کوچک تر کدام است؟

۴.  $2/5$

۳. ۲

۲.  $1/5$

۱. ۱

ل. دو دایره به معادله های  $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 2 = 0$  و  $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 2 = 0$  نسبت به یکدیگر چگونه اند؟

۴. متخارج

۳. متقاطع در دو نقطه

۲. مماس داخلی

۱. مماس خارجی

(الف) (۱) درست (ب) درست (ج) درست (د) نادرست

(۲)  $|A| = 1 \times 1 \times 4 + (-1 \times 2 \times 2) - 4 \times 4 \times 1 - (-4 \times 1 \times 2) - 2 \times 1 \times 1 - (-1 \times 4 \times 4)$

$4 - 4 - 16 + 4 - 2 + 16 = 2$

$$\begin{bmatrix} 2|A| & |A| \\ 1 & \frac{2}{|A|} \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \quad X = \frac{1}{4-2} \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 4 \\ -10 & 4 \end{bmatrix}$$

(۳)  $(A-I)^{-1}$  و  $\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

$A = \begin{bmatrix} 1/5 & 1/5 \\ -1/5 & 4/5 \end{bmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 6/5 & 1/5 \\ -1/5 & 5/5 \end{bmatrix}$

$A-I = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$

$A(A-I)^{-1} = \begin{bmatrix} 6/5 & 1/5 \\ -1/5 & 1/5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} = A(A-I)^{-1}$

(۴)  $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$   $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$   $\frac{1}{|A|}$   $|A| \times 2$   $|A(A+I)| = (|A|+1)|A|$

$(|A|+1)^2 |A| = (2+1)^2 \times 2 = 18$

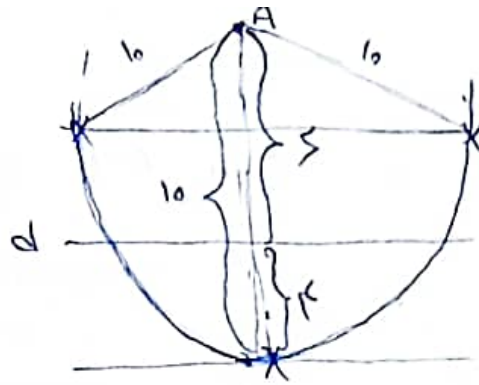
$m(m-1) - 4(m-2) = 0$   $(m+3)m + 4 = m$

$4m + (m+1) = 2$   $4m + (m+1) = 2$

$\frac{m-4}{4} = \frac{4}{m+1} = \frac{m}{2}$   $\frac{m-4}{4} = \frac{m}{2}$   $2m-4 = 2m$   $m=4$

$\frac{4}{m+1} = \frac{m}{2}$   $4 = m^2 + m$   $m^2 + m - 4 = (m+3)(m-2) = 0$   $m=2$

$\frac{m-4}{4} = \frac{4}{m+1}$   $m^2 - 2m - 4 = 12$   $m^2 - 2m - 16 = 0$   $m=8$



(۶)  
 $x^2 + y^2 = r^2$   
 $x = r \cos \phi$   
 $y = r \sin \phi$

دو خط عمود بر دایره  $d$  به فاصله  $r$  رسم کرده و دایره ای به شعاع  $a$  رسم می کنیم. برای داشتن ۳ نقطه  
 پاره ای محوری باید دایره خط نزدیک را در دو نقطه و خط عمودی دیگر در یک نقطه مماس باشد.

(۷)  
 $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$

$x^2 + y^2 + 2u + 2v + c = 0$   
 $\frac{-2a}{2} = -1$     $\frac{-2b}{2} = -1$

$R_1 = \frac{|-2-1-2|}{\sqrt{2^2+1^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$     $R_2 = \frac{\sqrt{4a^2+4b^2-4c}}{2} = \frac{\sqrt{4+4-4c}}{2} = \sqrt{5}$

$2a + 2b - 4c \geq 0$     $2 \leq c \leq 5$     $x^2 + y^2 + 2u + 2v - 4 = 0$

$x^2 + y^2 - 2u - 2v - 4 = 0$     $O \left( \frac{-2}{2}, \frac{-2}{2} \right) = (-1, -1)$    (۸)

$m_1 = \frac{1-3}{1-2} = 2 \rightarrow$  خط شعاع از مرکز نقطه A  $m_2 = \frac{1}{m_1} = \frac{1}{2} \rightarrow$  خط عمود

$y = 3$     $y = \frac{1}{2}(x-2)$     $y = \frac{1}{2}x + 2$

$$\frac{|4a+3b|}{\sqrt{4^2+3^2}} \text{ و } \frac{|a|}{\sqrt{1^2}} \rightarrow O(a,b) \quad |4a+3b| \text{ و } |a| \quad (9)$$

ا و ب با توجه به محاسبات بودن دایره جزیعاً با ذکر شده و ندرت از نقطه  $A(1, -4)$  منحرف باشند

$$-4a - 3b - a \quad b - a \quad OA \text{ و } \sqrt{(a-1)^2 + (b+4)^2} \text{ و } a^2 - 2a + 1 + b^2 + 8b + 16$$

$$b^2 + 10b + 14 = 0 \quad (b+1)(b+3) \text{ و } \frac{b-1}{b-2} \text{ و } \frac{b-1}{b-2} \text{ و } x^2 + y^2 + 14y - 14x + 44 = 0$$

$$m=2 \quad (m-2)x + (m+1)y = 3y + 4 \quad y=2$$

$$m=-1 \quad (m-2)x + (m+1)y = -3x + 4 \quad x=-2 \quad O(-2, 2) \quad (10)$$

$$OA \text{ و } \sqrt{(-1-(-2))^2 + (1-2)^2} \text{ و } \sqrt{1+1} \text{ و } \sqrt{2} \quad \text{و } \sqrt{2} \text{ و } \sqrt{2} \text{ و } \sqrt{2}$$

(الف) گزیده ۴ - ۱۲ - (ب) ۲۸ - هر دو ~~گزینه~~ غیر قابل خواندن

(ج) گزیده ۴ - طوری که در (د) غیر قابل خواندن - تعیینها به درستی مشخص شده اند.