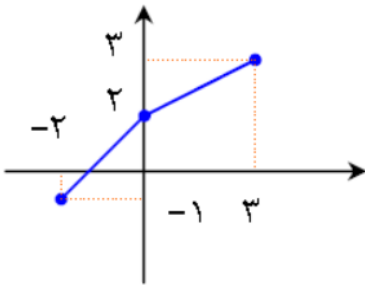


سوال ۱: نمودار تابع $y = 2(x - 1)^3 + 1$ را رسم کنید. (نمره)

سوال ۲: نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} & x \geq 1 \\ 2 & -1 \leq x < 1 \\ x^2 - 1 & x < -1 \end{cases}$ را رسم کرده و بازه هایی که در آن صعودی و یا نزولی است را مشخص کنید. (۱/۵ نمره)

سوال ۳: دو تابع $f(x) = \sqrt{x-4}$ و $g(x) = \frac{1}{x^2-1}$ را در نظر بگیرید. دامنه تابع $g \circ f$ را با استفاده از تعریف به دست آورید. (۱/۲۵ نمره)

سوال ۴: با استفاده از نمودار تابع f که در زیر داده شده است، نمودار تابع $y = -f\left(\frac{x}{2}\right) + 1$ را رسم کنید و دامنه و برد آن را مشخص نمایید. (۱/۲۵ نمره)

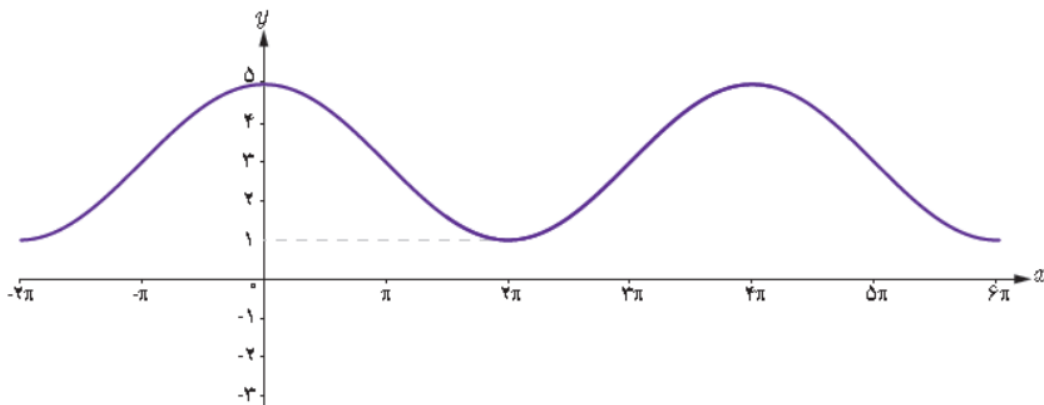


سوال ۵: نشان دهید توابع $g(x) = 8 + x^2$ با دامنه $x \leq 0$ و تابع $f(x) = -\sqrt{x-8}$ وارون هم می باشند. (۱/۲۵ نمره)

سوال ۶: ابتدا دامنه تابع $y = x^2 + 2x$ را محدود کنید تا به تابعی یک به یک تبدیل شود سپس ضابطه وارون آن را به همراه دامنه تابع وارون تعیین کنید. (۱/۲۵ نمره)

سوال ۷: دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = -3 \cos(2\pi x) + 1$ را به دست آورید؟ (۱ نمره)

سوال ۸ : ضابطه تابع زیر را بنویسید. (۱/۵ نمره)



سوال ۹ : سینوس زاویه ۱۵ درجه را محاسبه کنید. (۱ نمره)

سوال ۱۰ : معادله مثلثاتی $\cos 2x - \cos x + 1 = 0$ را حل کنید. (۱/۵ نمره)

سوال ۱۱ : حاصل حدهای زیر را بیابید؟ (۳ نمره)

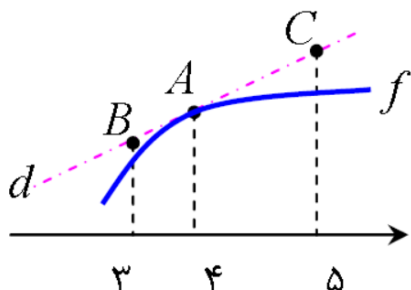
الف) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x} + 1}$

ب) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x] - 2}{x - 2}$

پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^3 - 2x + 1}{-2x + 3}$

سوال ۱۲ : با استفاده از تعریف، مشتق تابع $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ را در $x = -1$ محاسبه کنید. (۱/۵ نمره)

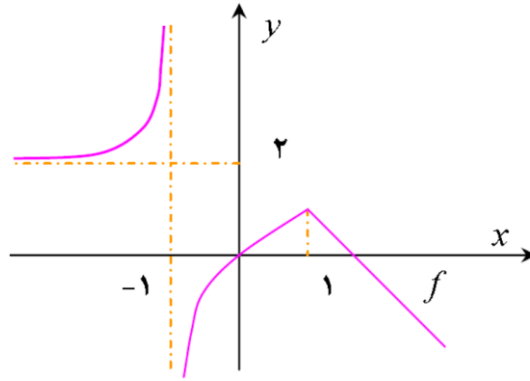
سوال ۱۳ : در شکل زیر، خط d بر نمودار تابع f در نقطه A مماس شده است. اگر $f'(4) = 1/5$ و $f(4) = 25$ با توجه به شکل، مختصات نقاط A و B و C را بیابید. (۱/۵ نمره)



سوال ۱۴ : با توجه به نمودار تابع $y = f(x)$ حدود زیر را به دست آورید؟ (۱/۵ نمره)

الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ب) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$





www.bagheralolum.sch.ir

امتحان درس ریاضی

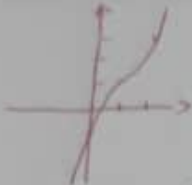
نام و نام خانوادگی:

کلاس: دوازدهم رشته: تجربی وقت امتحان: ۱۰۰ کد: ۱۴۰۰۱۰۰۳

دانش آموز عزیز شما می توانید پاسخنامه امتحان را دو ساعت پس از پایان امتحان در پورتال مدرسه مشاهده نمایید.

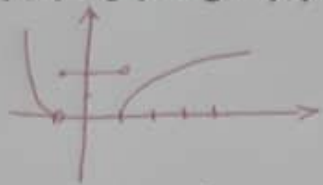
www.bagheralolum.sch.ir

سوال ۱: نمودار تابع $y = 2(x-1)^2 + 1$ را رسم کنید. (نمره)



$$\begin{array}{c|c} x & y \\ \hline 0 & 3 \\ 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{array}$$

سوال ۲: نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} & x \geq 1 \\ 2 & -1 \leq x < 1 \\ x^2 - 1 & x < -1 \end{cases}$ را رسم کرده و بازه هایی که در آن صعودی و یا نزولی است را مشخص کنید. (۱/۵ نمره)



$x \geq 1$ صعودی
 $-1 \leq x < 1$ ثابت
 $x < -1$ نزولی

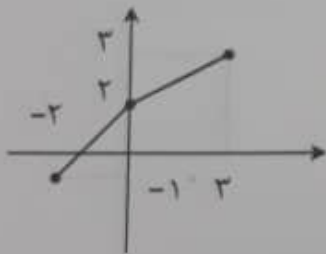
سوال ۳: دو تابع $f(x) = \sqrt{x-4}$ و $g(x) = \frac{1}{x^2-1}$ را در نظر بگیرید. دامنه تابع $g \circ f$ را با استفاده از تعریف به دست

آورید. (۱/۲۵ نمره)

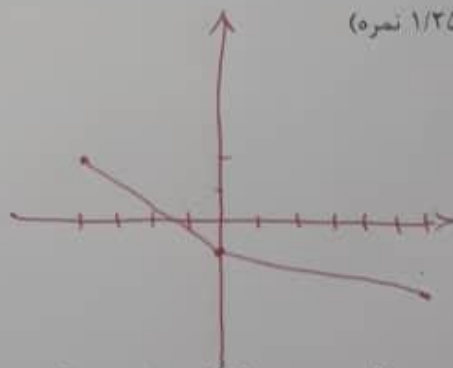
$$D_{g \circ f} = \{x \in [2, \infty) \mid \sqrt{x-4} \in \mathbb{R} - \{1, -1\}\} = [2, \infty) - \{5\}$$

$x \neq 5$

سوال ۴: با استفاده از نمودار تابع f که در زیر داده شده است، نمودار تابع $y = -f\left(\frac{x}{2}\right) + 1$ را رسم کنید و دامنه و برد آن را مشخص نمایید. (۱/۲۵ نمره)



$$\begin{array}{c|c} x & y \\ \hline -2 & 0 \\ 0 & 2 \\ 2 & 4 \end{array}$$



سوال ۵: نشان دهید توابع $g(x) = 8 + x^2$ با دامنه $x \leq 0$ و تابع $f(x) = -\sqrt{x-8}$ وارون هم می باشند. (۱/۲۵ نمره)

$$\begin{cases} f(g(x)) = -\sqrt{8+x^2-8} = -\sqrt{x^2} = -|x| = x, & x \leq 0 \\ g(f(x)) = 8 + (-\sqrt{x-8})^2 = 8 + (x-8) = x, & x \geq 8 \end{cases}$$

سوال ۶: ابتدا دامنه تابع $y = x^2 + 2x$ را محدود کنید تا به تابعی یک به یک تبدیل شود سپس ضابطه وارون آن را به همراه

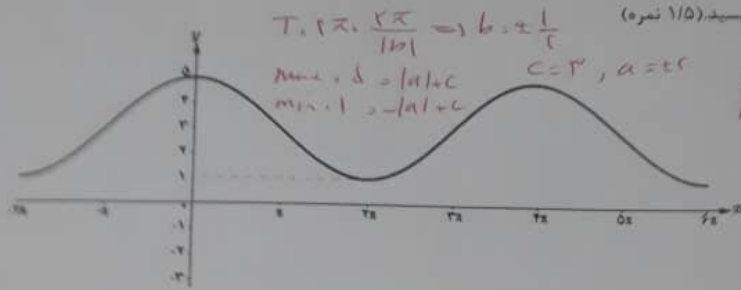
دامنه تابع وارون تعیین کنید. (۱/۲۵ نمره)

$$x \geq -1 \Rightarrow D_f = [-1, \infty)$$

$$y = x^2 + 2x + 1 - 1 \Rightarrow y = (x+1)^2 - 1 \Rightarrow x+1 = \sqrt{y+1} \Rightarrow x \geq -1 + \sqrt{y+1}$$
$$f^{-1}: -1 + \sqrt{y+1}, D_{f^{-1}} = [-1, \infty)$$

سوال ۷: دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = -3 \cos(2\pi x) + 1$ را به دست آورید؟ (۱ نمره)

$$\begin{aligned} \max &= 3 + 1 = 4 & T &= \frac{2\pi}{2\pi} = 1 \\ \min &= -3 + 1 = -2 \end{aligned}$$



سوال ۸: ضابطه تابع زیر را بنویسید. (۱/۵ نمره)

۱ - cos 2θ = 2 sin² θ

سوال ۹: سینوس زاویه ۱۵ درجه را محاسبه کنید. (۱ نمره)

2 sin 15 = 1 - √(3/4) ⇒ sin 15 = (1 - √3)/2

سوال ۱۰: معادله مثلثاتی 0 = cos 2x - cos x + 1 را حل کنید. (۱/۵ نمره)

2 cos² x - 1 - cos x + 1 = 0 ⇒ 2 cos² x - cos x = 0
 cos x (2 cos x - 1) = 0
 cos x = 0 ⇒ x = π/2 + kπ
 2 cos x - 1 = 0 ⇒ cos x = 1/2 ⇒ x = π/3 + 2kπ, 5π/3 + 2kπ

سوال ۱۱: حاصل جذبه‌های زیر را بیابید؟ (۳ نمره)

الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 9}{x^2 - \sqrt{x+1}} \cdot \frac{x + \sqrt{x+1}}{x + \sqrt{x+1}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-3)(x+3)(x+\sqrt{x+1})}{(x-2)(x+2)(x+\sqrt{x+1})} = -24$

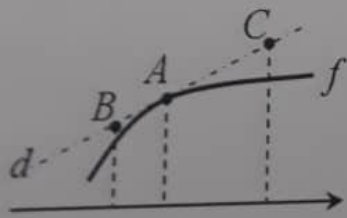
ب) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x] - 2}{x - 2} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$

ج) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^2 - 2x + 1}{-2x + 2} = \frac{5}{-2} x = -\frac{5}{2} x \rightarrow -\infty$

۱۲: با استفاده از تعریف مشتق تابع $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ را در $x = -1$ محاسبه کنید. (۱/۵ نمره)

$f'(-1) = \lim_{h \rightarrow -1} \frac{f(h) - f(-1)}{h - (-1)} = \lim_{h \rightarrow -1} \frac{2h^2 - 3h + 1 - 2}{h + 1} = \lim_{h \rightarrow -1} \frac{2h^2 - 3h - 1}{h + 1} = \lim_{h \rightarrow -1} \frac{(2h+1)(h-2)}{h+1} = -1$

۱۳: در شکل زیر، خط d بر نمودار تابع f در نقطه A مماس شده است. اگر $f'(4) = 1/5$ و $f(4) = 25$ با توجه به مختصات نقاط A و B و C را بیابید. (۱/۵ نمره)



مماس است بر خط