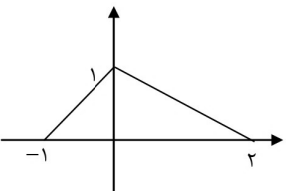
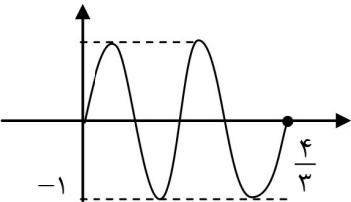


ساعت امتحان: ۸ صبح
وقت امتحان: ۱۰۰ دقیقه
تعداد برگ سوال: ۲ صفحه

نوبت امتحانی: دی ماه
رشته، رشته‌های: تجربی
سال تحصیلی: ۱۴۰۲-۱۴۰۱

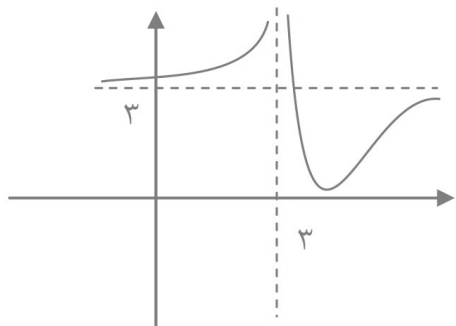
نام واحد آموزشی: سادات
نام پدر:
نام دبیر:

تاریخ برگزاری امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۷
نام و نام خانوادگی:
سؤال امتحان درس: ریاضی ۳

بارم	
۰/۷۵ ۰/۵	۱. جاهای خالی را کامل کنید. الف. اگر نقطه $(-۸, ۶)$ روی نمودار $y = f(x)$ باشد، نقطه متناظر A روی نمودار $y = ۳f(\frac{1}{۳}x) - ۱$ نقطه است. ب. باقی مانده تقسیم عبارت $x^۴ - ax^۳ + x^۲ + ۲ax + ۱$ بر $x + ۱$ برابر a است. است.
۱/۲۵	۲. اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت مقابل باشد نمودار تابع $y = ۲f(۲x + ۱) - ۱$ را رسم کنید.
	
۱/۲۵	۳. اگر تابع f تابعی اکیداً نزولی با دامنه \mathbb{R} باشد $f(۲) = ۰$ ، دامنه تابع $g(x) = \sqrt{(x-۴)f(۳-x)}$ را بیابید.
۱/۵	۴. اگر $f(x) = \frac{x+1}{x-۲}$ و $g(x) = \sqrt{x-۱}$ دامنه تابع $f \circ g$ را محاسبه کنید.
۱	۵. $f = \{(-۲, -۶), (-۱, ۳), (۱, ۲)\}$ و $g = \{(۳, ۱), (-۱, -۲)\}$ تابع $f \circ g + g \circ f$ را بیابید.
۱/۲۵	۶. وارون تابع $f(x) = x^۲ - ۲x + ۳$ را محاسبه کنید.
۱/۵	۷. شکل زیر نمودار تابع $y = ۱ + a \sin(b\pi x)$ در بازه $(۰, \frac{۴}{۳})$ است. مقدار $a+b$ را بیابید.
	
۰/۷۵	۸. الف - حاصل $(\cos ۱۵ - \sin ۱۵)(\cos ۱۵ + \sin ۱۵)$ را بیابید.
۱	ب - نمودار تابع $f(x) = \tan x$ در بازه $(-\frac{\pi}{۳}, ۲\pi)$ ، خط $y = ۲$ را در چند نقطه قطع می‌کند.
	۹. جواب‌های معادله‌های زیر را بیابید.
۱	الف) $۴ \cos^۲ x - ۴ \sin x = ۱$
۰/۷۵	ب) $\tan x \cdot \tan ۳x = ۱$
	۱۰. حدهای زیر را بیابید.
۱	۱. $\lim_{x \rightarrow ۲} \frac{x - \sqrt{x+۶}}{x^۲ - ۲x - ۳}$
۰/۷۵	۲. $\lim_{x \rightarrow ۳^-} \frac{[۲x] - ۷}{9 - x^۲}$
۱	۳. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^۲ + x + ۱} - \sqrt{x^۲ - x + ۱})$
۰/۷۵	۴. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ ۲x-۱ + \sqrt{۹x^۲ + x}}{\sqrt[۳]{x^۳ + x} + x-۱ }$

۱

۱۱. اگر نمودار تابع f به صورت مقابل باشد، $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-x+1}{f(x)-3}$ را محاسبه کنید.



۱

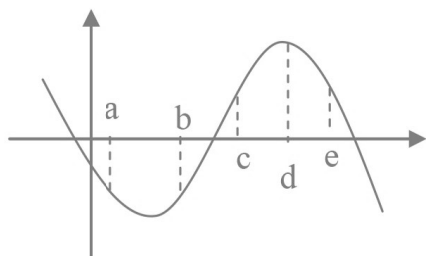
۱۲. با استفاده از تعریف، مشتق تابع $f(x) = \sqrt{2x+1}$ را در نقطه $x=4$ بیابید.

۱

۱۳. اگر $f(x) = \frac{x+1}{2x-1}$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2) - f(2-3h)}{2h}$ را محاسبه کنید.

۱

۱۴. نمودار تابع مشتق پذیر f به صورت رو به رو است اگر m شیب خط مماس در هر نقطه باشد رابطه بین شیب‌ها را بنویسید.



۲۰

جمع کل

« موفق باشید »

$AB, BC \Rightarrow B(1,1) \quad AB, AC \Rightarrow A(\frac{11}{14}, -\frac{1}{4}) \quad BC, AC \Rightarrow C(-2,4)$

$S = \frac{1}{2} | 1(-\frac{1}{4}-4) + \frac{11}{14}(7-1) - 1(1+\frac{1}{4}) | = \frac{1}{2} \times \frac{175}{14} = \frac{175}{28}$, $BH = \frac{|4+3-21|}{5} = 1$

2) $a^2 - 4a + 1 = 0 \Rightarrow a^2 = 4a - 1 \Rightarrow p = \frac{4a-1}{4a-1-1a+1} = \frac{4a-1}{3a} = -1$

3) الف) $[2x]+1=5 \Rightarrow [2x]=4 \Rightarrow 4 \leq 2x < 5 \Rightarrow \frac{4}{2} \leq x < \frac{5}{2}$

ب) $\sqrt{x+2} \leq x-1 \quad x-1 \geq 0, x+2 \geq 0 \Rightarrow D: x \geq 1$

$\Rightarrow x+2 \leq x^2-2x+1 \Rightarrow x^2-3x-1 \geq 0 \Rightarrow x \leq \frac{3-\sqrt{13}}{2} \cup x \geq \frac{3+\sqrt{13}}{2} \xrightarrow{D} x \geq \frac{3+\sqrt{13}}{2}$

4) $\triangle ABC: DE \parallel AB \Rightarrow \frac{EC}{AC} = \frac{DC}{BC} = \frac{DE}{AB} \Rightarrow \frac{EC}{AC} = \frac{AE}{AB} \Rightarrow \frac{EC}{2} = \frac{AE}{12} \Rightarrow AE = \frac{3}{5} EC$
 $\{A_1 = A_2, A_1 = \widehat{ADE} \Rightarrow \widehat{A}_2 = \widehat{ADE} \Rightarrow AE = DE$
 $AC = AE + EC \Rightarrow 20 = EC + \frac{3}{5} EC \Rightarrow EC = \frac{25}{2}$

5) 1- سه خط d به هر خط $AB = n$ رأس می‌کنند 2- خط AB (مماس است) 3- به مرکز O ارتفاع $OC = 3$ دایره می‌کشیم.
 4- یک دایره d که از O می‌گذرد و دایره AB را مماس می‌کند (قطر منطبق بر AB نباشد) 5- چپ منتهی $ADBC$ متوازی الاضلاع مغزوف است.

6) $\frac{S_2}{S_1} = k^2 = \frac{9}{25} \Rightarrow k = \frac{3}{5} = \frac{AM}{AM'}$

7) الف) $D=R \Rightarrow -\sqrt{10} \leq \sin 2x - 3 \cos 2x \leq \sqrt{10} \Rightarrow -4 \leq y \leq 4 \xrightarrow{y \in \mathbb{Z}} R = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

ب) $D = R - \{x | 2x + \frac{\pi}{2} = k\pi, k \in \mathbb{Z}\} = R - \{x | x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}\}$

8) $f = \{(-2, 3), (-1, 12), (0, 2), (-3, 9)\} \Rightarrow f \circ f = \{(-2, 4), (0, 1)\}$, $g \circ f = \{(-1, 7), (-3, 5)\}$

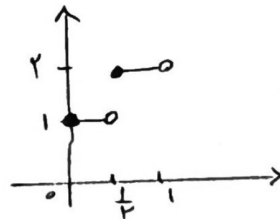
9) $f(x) = y = \sqrt{(\sqrt{x+2} + 1)^2 - 1} \Rightarrow y^2 + 1 = (\sqrt{x+2} + 1)^2 \Rightarrow x = (\sqrt{y^2 + 1} - 1)^2 - 2 \Rightarrow f^{-1}(x) = y = (\sqrt{x+1} - 1)^2 - 2$

10) $g(f(x)) = x^2 - x \Rightarrow g(\frac{x+\Delta}{3}) = x^2 - x \xrightarrow{x = \frac{t-\Delta}{3}} g(t) = (\frac{t-\Delta}{3})^2 - (\frac{t-\Delta}{3})$
 $\Rightarrow g(x) = (\frac{x-\Delta}{3})^2 - (\frac{x-\Delta}{3})$

11) $y = [2x] + 1, x \in [0, 1) \Rightarrow 0 \leq 2x < 2$

$0 \leq 2x < 1 \Rightarrow y = 1, 0 \leq x < \frac{1}{2}$

$1 \leq 2x < 2 \Rightarrow y = 2, \frac{1}{2} \leq x < 1$



12) $\sin \alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{3}{5} \quad \cos \beta = -\frac{12}{13} \Rightarrow \sin \beta = -\frac{5}{13}$

$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta = (-\frac{3}{5})(-\frac{12}{13}) - (\frac{4}{5})(-\frac{5}{13}) = \frac{74}{65}$

13) $\sin 10^\circ \sin 10^\circ \sin 100^\circ = \sin 10^\circ \sin 10^\circ \sin(90^\circ + 10^\circ) = \sin 10^\circ \sin 10^\circ \cos 10^\circ = \sin 10^\circ \times \frac{1}{2} \sin 20^\circ$

$= \sin 10^\circ \times \sin 20^\circ \times \sin 20^\circ$