

نام خانوادگی : کلاس : چهارم ریاضی شماره صندلی :		بسمه تعالی دبیرستان نمونه دولتی ابوعلی سینا مدیریت آموزش و پرورش منطقه ۴ تهران		امتحان : حساب دیفرانسیل مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه تاریخ : ۹۳/۱۰/۱۰	
ردیف	شرح سؤالات				بارم
۱	الف) فرض کنید برای هر عدد مثبت $h, 0 \leq a < h$ ثابت کنید $a=0$ ب) ثابت کنید \log_{10}^3 عددیست گنگ .				۱
۲	هرگاه $0/7a7a7a \dots = \frac{b}{11}$ با مقادیر a و b را محاسبه کنید .				۱
۳	دنباله ای از اعداد گویا بسازید که بین دو عدد $\frac{1}{10}$ و $\frac{1}{11}$ واقع باشند سپس دو عدد گویا معرفی کنید که بین دو عدد $\frac{1}{10}$ و $\frac{1}{11}$ واقع باشند .				۲
۴	مقدار n از چه عددی باید بزرگتر باشد تا نابرابری $ \frac{2n}{n+1} - L < 0/0001$ برقرار باشد آنرا محاسبه کنید (L حد دنباله $\{\frac{2n}{n+1}\}$ می باشد)				۱
۵	دنباله های زیر کدام همگرا و کدام واگرا می باشند . الف) $\{1 + (\frac{1}{2})^n\}$ ب) $\{\frac{n^2+2n+3}{n^2+1} - \sqrt{n^2+3n+1}\}$ ج) $\{(-1)^n \cos n\pi\}$ د) $[\log \frac{n^2+n+1}{n^2+3}]$				۲/۵
۶	با استفاده از دنباله ها ثابت کنید دنباله های زیر حد ندارد . الف) $f(x) = \frac{1}{x} - [\frac{1}{x}]$ در نقطه $x = 0$ ب) $f(x) = \cos \frac{1}{x-1}$ در نقطه $x = 1$				۲
۷	آیا عددی مانند a وجود دارد که $\lim_{X \rightarrow 2} \frac{x+1-\sqrt{4x+1}}{2x^2+ax-4}$ عددی مخالف صفر باشد؟ مقدار a و این حد را پیدا کنید ؟				۱
۸	مقدار حدهای زیر را محاسبه کنید . الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{ \cos \pi x }{1-\sqrt{2x}}$ ب) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1-\tan x}{\sin x - \cos x}$ ج) $\lim_{x \rightarrow 4} (2 - \sqrt{x}) \tan \frac{\pi x}{8}$ د) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos x}{x^2}$				۲
۹	با فرض دنباله $a_n = \frac{1}{3} + \frac{1}{n}$ و $f(x) = [x + \frac{1}{3}] + [3x]$ باشد آنگاه دنباله $f(an)$ به چه عددی همگرا است آنرا محاسبه کنید				۱

۱	پیوستگی تابع $f(x) = [\sin x]$ را در نقطه $x = \frac{\pi}{2}$ بررسی کنید.	۱۰
۱	نمودار تابع $f(x) = x - [x] + \sin \frac{\pi[x]}{2}$ را در نقطه را در بازه $[2,5]$ را رسم کرده و مشخص کنید، تابع در چند نقطه از این بازه پیوسته است	۱۱
۱	نشان دهید که خط $y = 2$ نمودار $f(x) = (x-1)^2(x-3)^2 + x$ را قطع می کند	۱۲
۰/۵	اگر به ازای هر $x > 10$ ، $\frac{2x-1}{x} < f(x) < \frac{2x^2+3x}{x^2}$ باشد آنگاه $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ را پیدا کنید	۱۳
۰/۵	حاصل $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x} - x)$ را محاسبه کنید	۱۴
۰/۵	مجاذب های تابع $f(x) = \frac{x^2+2x-1}{x-1}$ بدست آورید	۱۵
۱	با از استفاده از تعریف مشتق، مشتق توابع زیر را در نقاط تعیین شده محاسبه کنید. الف) $f(x) = (x-1)[x]$ در نقطه $x = 1$ ب) $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$ در نقطه $x = 0$	۱۶
۱	نقاطی از منحنی $y = \frac{1}{x}$ را که در آنها خط مماس بر خط $y = 2x$ عمود است بیابید.	۱۷