

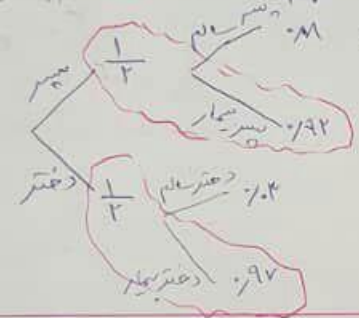
فصل آمار و احتمال:
 ۱- پدیده‌ی تصادفی: پدیده‌ای که نتایج آن را نتوان قبل از انجام آن، به طور قطعی پیش بینی کرد.
 ۲. فضای نمونه: مجموعه‌ی تمام نتایج ممکن یک پدیده‌ی تصادفی را فضای نمونه‌ی آن پدیده می‌گویند و معمولاً با S نشان می‌دهند.
 ۳- پدیده تصادفی: هر زیرمجموعه از S را یک پدیده تصادفی در فضای نمونه‌ی S می‌نامند.
 ۴- پدیده‌ها و اصل دربر آید: فرض کنیم A و B دو پدیده در فضای نمونه‌ی S باشند
 الف) اجتماع دو پدیده: پدیده $A \cup B$ وقتی رخ می‌دهد که حداقل یکی از A یا B رخ دهد.
 ب) اشتراک دو پدیده: پدیده $A \cap B$ وقتی رخ می‌دهد که هر دو پدیده A و B رخ دهند.
 ج) تفاضل دو پدیده: پدیده $A - B$ وقتی رخ می‌دهد که A رخ دهد ولی B رخ ندهد.
 د) متمم یک پدیده: A' وقتی رخ می‌دهد که پدیده A رخ ندهد.
 ۵- رابطه معادله‌ی احتمال وقوع یک پدیده: $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\text{تعداد حالت‌های } A}{\text{تعداد کل حالت‌ها}}$
 ۶- پدیده‌های ناسازگار: دو پدیده A و B را سازگار می‌گویند اگر $A \cap B = \emptyset$ داشته باشند.
 $P(A \cup B) \leq P(A) + P(B)$
 ۷- رابطه معادله‌ی اجتماع دو پدیده: $P(A \cup B) \leq P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
 ۸- تقسیم پدیده‌های ناسازگار: $P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) \leq P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$
 ۹- احتمال شرطی: مقدار احتمال A به شرط B که با $P(A|B)$ نشان می‌دهیم: $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ $P(B) \neq 0$
 ۱۰- پدیده‌های مستقل: دو پدیده A و B از هم مستقل اند هرگاه وقوع یکی بر دیگری تأثیر نداشته باشد و داریم: $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

تعاریف

مسئله ۱۴۶) اگر احتمال نوزاد نر ۰.۸ و نوزاد دخترا ۰.۲ باشد و خانواده‌ای قصد چهار فرزند داشته باشند به چه احتمالی نوزاد آن‌ها همه پسر و دیگر مبتلا خواهد شد؟

حل) از نمودار درختی استفاده می‌کنیم:
 هر نوزاد با احتمال $\frac{1}{2}$ دختر یا پسر خواهد بود

و با احتمال ۰.۸ پسر بیاید و با احتمال $\frac{1}{100} = \frac{92}{100}$ پسر بیاید و با احتمال $\frac{1}{100} = \frac{97}{100}$ دختر بیاید و با احتمال $\frac{1}{100}$ دختر سالم است پس داریم



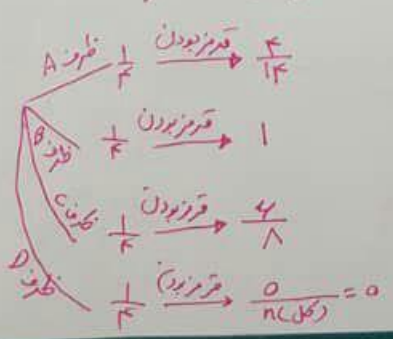
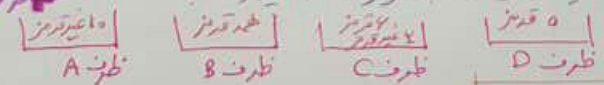
از نمودار درختی می‌توانیم نتیجه بگیریم:

$$P(\text{احتمال فرزندی پسر}) = P(\text{پسر بیاید}) + P(\text{دختر بیاید})$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times \frac{92}{100}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{97}{100}\right)$$

$$= \frac{11}{20}$$

مسئله ۱۴۷) ۴ طرف یک تاس را داریم. در اولین طرف ۱۴ مهره قرار داده که ۴ تاسی آن‌ها قرمز است. در طرف دوم ۵ مهره قرار می‌دهیم. در طرف سوم ۱ مهره قرار داده که ۱ تاسی آن قرمز است و در طرف چهارم هیچ مهره‌ای قرار نمی‌دهیم. ما چشم بسته یکی از طرف‌ها را انتخاب کردیم و از آن یک مهره بیرون می‌آوریم. احتمال این که مهره انتخابی قرمز باشد چقدر است؟



انتخاب هر طرف از ۴ طرف $\frac{1}{4}$ است
 در طرف A: $P(\text{قرمز}) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{14}$
 در طرف B: $P(\text{قرمز}) = \frac{1}{5}$

$$\Rightarrow P(\text{قرمز بودن مهره}) = \left(\frac{1}{4} \times \frac{4}{14}\right) + \left(\frac{1}{4} \times \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{4} \times \frac{1}{1}\right) + \left(\frac{1}{4} \times 0\right) = \frac{57}{112}$$

مثال ۱۴۷ و ۱۴۸

مثال ۱۴۷) سامان در یک مسابقه شرکت کرده است. به سه دسته سوال گردی، هر ۵۰ سوال شامل سوالاتی ادبیات و ۹۰ درصد برنده خواهد شد. و اگر دسته سوالات ریاضی را بر او بدهند ۷۰ درصد برنده خواهد شد. و اگر دسته سوالات عمومی را بر او بدهند ۸۵ درصد برنده خواهد شد. در صورتی که با چنانچه عمر در هر حال سوالات به اندازه شود تعیین کند که او با چه احتمالی برنده می شود.

$$P(\text{برنده}) = \left(\frac{1}{3} \times \frac{90}{100}\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{70}{100}\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{85}{100}\right) = \frac{5}{6}$$

اطلاعات عمومی = $\frac{4}{13} = \frac{1}{3}$

از سر عقرب چرخان شکل داده شده می بینیم که:

ادبیات $\rightarrow \frac{1}{3}$ $\rightarrow \frac{90}{100}$
 ریاضی $\rightarrow \frac{1}{3}$ $\rightarrow \frac{70}{100}$
 اطلاعات عمومی $\rightarrow \frac{1}{3}$ $\rightarrow \frac{85}{100}$

شکل دایره اطلاعات عمومی

مثال ۱۴۸) دو ظرف شکر داریم. ظرف اول شامل ۴ مهره سبز و ۴ مهره آبی و ظرف دوم شامل ۵ مهره سبز و ۱ مهره آبی است. از ظرف اول به تصادف یک مهره انتخاب کرده در ظرف دوم قرار می دهیم. سپس یک مهره از ظرف دوم انتخاب می کنیم. به چه احتمالی این مهره سبز است.



اگر سبز باشد احتمال آن: $P(\text{مهره اول سبز}) = \frac{4}{10}$ و اگر آبی باشد احتمال آن $P(\text{مهره اول آبی}) = \frac{4}{10}$

حال داریم: $P(\text{مهره دوم سبز}) = P(\text{مهره اول سبز و مهره دوم سبز}) + P(\text{مهره اول آبی و مهره دوم سبز})$

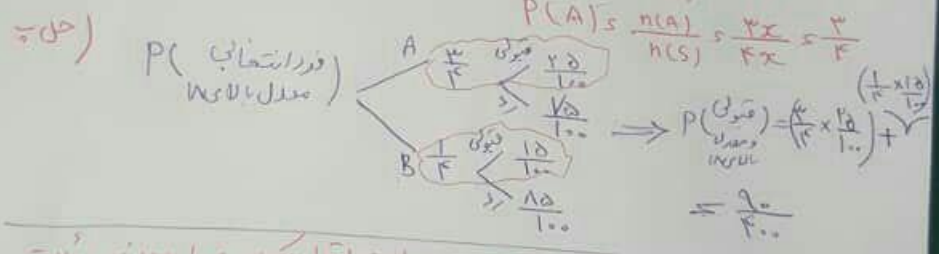
$$= \left(\frac{4}{13} \times \frac{4}{10}\right) + \left(\frac{5}{13} \times \frac{4}{10}\right) = \frac{54}{130}$$

تقریباً ۴۸ نفر (۱۴۸ نفر) مدرسه A، سه برابر مدرسری B دانش آموز دارد. ۲۵ نفر
 دانش آموزان مدرسه A و ۱۵ نفر دانش آموزان مدرسری B معذری
 بالای ۱۸ دارند. اگر همی دانش آموزان هر دو مدرسری معطوب خان
 باشند و به تصادف یکی از آنها را انتخاب کنیم:
 الف) ما چه احتمالی فردی از مدرسری A و ما چه احتمالی از مدرسری B است؟

ب) ما چه احتمالی فردی از مدرسری B است؟
 تعداد دانش آموزان A = $3x$ و تعداد دانش آموزان B = x (حل الف)
 $x + 3x = 4x$ تعداد کل

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{x}{4x} = \frac{1}{4}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3x}{4x} = \frac{3}{4}$$



کتابخانه (۹۸) در شعبه اول ۵ پروی سفید و ۴ پروی سیاه است ابتدا یک پروی را بدون ردی خارج می کنیم سپس از بین بقیه پروها، ۲ پروی سفید می کشیم تا بدام احتمال هر دو پروی اختیار سفید است؟

$\frac{5}{11} \quad \frac{4}{11} \quad \frac{4}{11} \quad \frac{1}{11}$

حل) از رنگ بقیه اول سفید نارنجی فرض می کنیم پروی سفید خارج نشود اگر

$$P(\text{هر دو پروی سفید}) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{11}{2}} = \frac{10}{55} = \frac{2}{11}$$