جمع و تفریق اعداد تواندار :

در جمع و تفریق اعداد تواندار برای $a^m + a^n$ و یا $a^m - a^n$ و $a^n + b^n$ و $a^n - b^n$ قاعده خاصی وجود ندارد و باید جداگانه هر قسمت راحساب کنیم .

مثال : $۲^۳ - ۲^۲ = ۸ - ۴ = ۴$ و $۲^۲ + ۲^۳ = ۴ + ۸ = ۱۲$

$۴^۲ - ۳^۲ = ۱۶ - ۹ = ۷$ و $۲^۳ + ۳^۲ = ۸ + ۹ = ۱۷$

❋ **نکته ۱ :** ولی برای $a^n + a^n$ می توان حاصل جمع را به حاصل ضرب (یعنی دو جمله متشابه) تبدیل کرد .

مثال :

$a^n + a^n = ۲a^n$

$۲^۴ + ۲^۴ = ۲ \times ۲^۴ = ۲^۵$

$۳^x + ۳^x + ۳^x = ۳ \times ۳^x = ۳^{۱+x}$

تستهای مربوطه :

۱ - حاصل عبارت $۲^۵ + ۲^۵ + ۲^۵ + ۲^۵$ کدام است ؟

۱) $۲^{۲۰}$ ۲) $۲^۷$ ۳) $۸^۵$ ۴) $۸^{۲۰}$

۲ - حاصل عبارت $۴^۷ + ۴^۷ + ۴^۷ + ۴^۷$ چقدر است ؟

۱) $۶^{۲۸}$ ۲) $۴^{۲۸}$ ۳) $۴^۷$ ۴) $۴^۸$

۳- حاصل عبارت $(۲^۵ + ۲^۵ + ۲^۵)(۳^۵ + ۳^۵)$ کدام است ؟

۱) ۶^6 ۲) ۲^6 ۳) ۳^6 ۴) ۷۲^5

۴ - حاصل عبارت $۸^{۱۹} + ۸^{۱۹}$ بصورت تواندار کدام است ؟

۱) $۸^{۳۸}$ ۲) $۱۶^{۱۹}$ ۳) $۲^{۲۳}$ ۴) $۲^{۵۸}$

۵ - حاصل $۵^x + ۵^x + ۵^x + ۵^x + ۵^x$ کدام گزینه است ؟

۱) ۲۵^x ۲) $۵^{۵x}$ ۳) $۲۵^{۵x}$ ۴) $۵^{x+۱}$

۶ - حاصل عبارت $\left(\frac{۲۵^{۳۰} + ۲۵^{۳۰}}{۵^{۲۰} + ۵^{۲۰}}\right)$ کدام است ؟

۱) $۵^{۸۰}$ ۲) $۵^{۴۰}$ ۳) $۲۵^{۱۰}$ ۴) $۵^{۱۰}$

❋ **نکته ۲ :** در جمع اعداد تواندار با پایه ۲ هرگاه دو عدد تواندار اولی باهم برابر و بقیه توانها بصورت متوالی با فاصله یک واحد از هم مرتب شده باشند . برای بدست آوردن جواب کافی است عدد تواندار آخری را نوشته و به توان آن یک واحد اضافه کنیم .

مثال: $۲^۲ + ۲^۲ + ۲^۳ + ۲^۴ + ۲^۵ = ۲^۶$

دانلود از اپلیکیشن پادرس
h.khadem telegram.me/riazimokamel

تستهای مربوطه :

۷ - حاصل عبارت $۲^{۴}+۲^{۴}+۲^{۵}+۲^{۶}+...+۲^{۵۰}$ کدام است ؟

۱) $۲^{۶۹}$ ۲) $۲^{۵۱}$ ۳) $۲^{۱۲۴۲}$ ۴) $۲^{۱۰۲}$

۸ - حاصل عبارت مقابل به صورت عدد تواندار کدام است ؟ $۲^{۱۰۱}+۲^{۱۰۱}+۲^{۱۰۲}+۲^{۱۰۳}+۲^{۱۰۴}+۲^{۱۰۵}$

۱) $۲^{۱۰۶}$ ۲) $۸^{۱۰۲}$ ۳) $۲^{۳۰۴}$ ۴) $۶^{۱۰۶}$

۹ - حاصل عبارت مقابل به صورت تواندار برابر است با : $۲^{۱۰۱}+۲^{۱۰۱}+۲^{۲۰۵}\div ۲^{۱۰۳}=$

۱) $۲^{۳۰۴}$ ۲) $۲^{۱۰۲}$ ۳) $۲^{۱۰۳}$ ۴) $۲^{۱۰۴}$

۱۰ - مقدار $۱+\left(۱+۲+۲^{۲}+...+۲^{۱۳۸۳}+۲^{۱۳۸۴}\right)$ برابر کدام است ؟ (انوژی اتمی ۸۰)

۱) $۲^{۱۳۸۲}$ ۲) $۲^{۱۳۸۳}$ ۳) $۲^{۱۳۸۴}$ ۴) $۲^{۱۳۸۵}$

۱۱ - حاصل کسر $\frac{۲^{۲۰}+۲^{۲۰}+۲^{۲۱}+۲^{۲۲}+۲^{۲۳}+...+۲^{۵۰}}{۲^{۱۸}+۲^{۱۸}+۲^{۱۹}+۲^{۲۰}+۲^{۲۱}+...+۲^{۴۸}}$ کدام است ؟

۱) ۲ ۲) ۸ ۳) ۱۶ ۴) ۴

❋ **نکته ۳ :** در جمع اعداد تواندار با پایه ۳ هرگاه ۳ عدد تواندار اولی باهم برابر و بقیه توانها بصورت دو به دو متوالی با فاصله یک واحد از هم مرتب شده باشند . برای بدست آوردن جواب کافی است عدد تواندار آخری را نوشته و به توان آن یک واحد اضافه کنیم .

مثال : $۳^{۲}+۳^{۲}+۳^{۲}+۳^{۳}+۳^{۳}+۳^{۴}+۳^{۴}+۳^{۵}+۳^{۵}=۳^{۶}$

تستهای مربوطه :

۱۲ - حاصل عبارت $۳^{۱۰۰}+۳^{۱۰۰}+۳^{۱۰۰}+۳^{۱۰۱}+۳^{۱۰۱}+...+۳^{۲۰۰}+۳^{۲۰۰}$ کدام است ؟

۱) $۳^{۲۰۱}$ ۲) $۳^{۲۰۲}$ ۳) $۳^{۲۰۳}$ ۴) $۳^{۲۰۴}$

❋ **نکته ۴ :** در تفریق اعداد تواندار با پایه ۲ هرگاه توان اعدد تواندار با فاصله یک واحد از هم بصورت نزولی مرتب شده باشند در اینصورت آخرین عدد تواندار جواب خواهد بود . لازم به ذکر است در تفریق اعداد تواندار روش اصلی استفاده از فاکتور گیری می باشد که نکته بالایی هم از آن استنباط شده است .

مثال : $۲^{۱۳۸۶}-۲^{۱۳۸۵}-۲^{۱۳۸۴}=۲^{۱۳۸۴}$

دانلود از اپلیکیشن پادرس

تستهای مربوطه :

۱۳ - حاصل عبارت $۲^{۱۳۸۲} - ۲^{۱۳۸۳}$ برابر است با :

۱) $۲^{۱۳۸۳}$ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) $۲^{۱۳۸۲}$

۱۴ - حاصل عبارت مقابل به صورت تواندار برابر است با : $۲^{۲۰۰۵} - ۲^{۲۰۰۴} - ۲^{۲۰۰۳} - ۲^{۲۰۰۲} - ۲^{۲۰۰۱} =$

۱) $۲^{۲۰۰۱}$ ۲) $۲^{۲۰۰۵}$ ۳) $۲^{۲۰۰۰}$ ۴) $۲^{۲۰۰۲}$

❋ **نکته ۵ :** در جمع و تفریق اعداد تواندار بصورت کسری اگر مخرج بصورت یک عدد تواندار باشد در پیدا کردن جواب هم می توان از تفکیک کسرها حاصل را بدست آورد و هم از طریق فاکتورگیری . ولی اگر مخرج به صورت جمع یا تفریق چند عدد تواندار باشد بهترین روش فاکتورگیری است .

مثال ۱ : $\frac{۹^۸+۹^۷+۹^۶+۹^۵}{۹^۵} = \frac{۹^۸}{۹^۵}+\frac{۹^۷}{۹^۵}+\frac{۹^۶}{۹^۵}+\frac{۹^۵}{۹^۵} = ۹^۳+۹^۲+۹^۱+۱ = ۷۲۹+۸۱+۹+۱ = ۸۲۰$

روش دوم (فاکتورگیری) :

$$\frac{۹^۸+۹^۷+۹^۶+۹^۵}{۹^۵} = \frac{۹^۵\left(۹^۳+۹^۲+۹^۱+۱\right)}{۹^۵} = ۹^۳+۹^۲+۹^۱+۱ = ۷۲۹+۸۱+۹+۱ = ۸۲۰$$

مثال ۲ : $\frac{۲^x+۲^{x+۱}+۲^{x+۲}}{۲^{x+۳}-۲^x} = \frac{۲^x\left(۱+۲^۱+۲^۲\right)}{۲^x\left(۲^۳-۱\right)} = \frac{۷}{۷} = ۱$

تستهای مربوطه :

۱۵ - حاصل عبارت $\frac{۴^۷+۴^۶+۴^۵}{۴^۵}$ برابر است با :

۱) ۶۹ ۲) ۲۱ ۳) ۱۳ ۴) ۲۰

۱۶ - مقدار عددی کسر مقابل کدام است ؟ $\frac{۵^۶-۵^۵-۵^۴-۵^۳}{۵^۳} = ؟$

۱) ۱۲۵ ۲) ۹۴ ۳) ۲۵ ۴) ۶۲۵

۱۷ - حاصل $\frac{۱۶^۳+۸^۲}{۴^۳}$ کدام است ؟

۱) ۳۳ ۲) ۱۷ ۳) ۶۵ ۴) ۱۲۹

دانلود از اپلیکیشن پادرس
h.r.khadem telegram.me/riazimokamel

۱۸- حاصل عبارت $\frac{۲^۳+۳^۴}{۲^۴}$ برابراست با:

۱) $۳^۴$ ۲) $\left(\frac{۵}{۴}\right)^۴$ ۳) $۳^۳$ ۴) $\frac{۱}{۲}+\left(\frac{۳}{۲}\right)^۴$

۱۹ - حاصل $\frac{۱۲۵^۶-۵^{۱۴}}{۵^{۱۰}-۲۵^۳}$ برابر است با :

۱) $۵^۶$ ۲) $۵^۸$ ۳) ۱ ۴) $۵^۴$

۲۰ - حاصل کسر $\frac{۵^۷+۵^۸+۵^۹+...+۵^{۲۰}}{۵^{-۷}+۵^{-۸}+۵^{-۹}+...+۵^{-۲۰}}$ کدام است ؟

۱) $۵^{۱۷}$ ۲) $۵^{۲۷}$ ۳) $۵^{-۲۷}$ ۴) $۲\left(۵^۷+۵^۸+۵^۹+...+۵^{۲۰}\right)$

۲۱ - حاصل $\frac{x^۷-x^۵}{x^۵-x^۳}\div\frac{x^۷+x^۵}{x^۵+x^۳}$ کدام است ؟

۱) x ۲) $x^۲$ ۳) $\frac{۱}{x^۲}$ ۴) ۱

✵ نکته ۶ : جمع اعداد توان دار با پایه های مساوی

در این حالت می توان از عددی که توان کوچک تری دارد فاکتور گرفت :

$$a^m+a^{m+۱}+...+a^{m+n}=a^m\left(۱+a+a^۲+...+a^n\right)$$

: مثال

$$\frac{۴^{۲۵}+۴^{۲۶}+۴^{۲۷}+۴^{۲۸}}{۲^{۴۸}}=\frac{۴^{۲۵}\left(۱+۴^۱+۴^۲+۴^۳\right)}{۲^{۴۸}}=\frac{\left(۲^۲\right)^{۲۵}\left(۱+۴+۱۶+۶۴\right)}{۲^{۴۸}}=\frac{۲^{۵۰}\times۸۵}{۲^{۴۸}}=۲^۲\times۸۵=۳۴۰$$

📖 تستهای مربوطه :

۲۲ - حاصل عبارت $۳^{۱۳۸۳}+۵\times۳^{۱۳۸۳}+۳^{۱۳۸۴}$ برابر است با : (آزمون مدارس هماهنگ ۸۳)

۱) $۳^{۱۳۸۵}$ ۲) $۳^{۱۳۸۴}$ ۳) $۳^{۱۳۸۳}$ ۴) $۳^{۱۳۸۲}$

۲۳ - حاصل کسر توانی $\frac{۲^x+۲^{x+۱}+۲^{x+۲}}{۲^{x+۳}-۲^x}$ کدام است ؟ (تیزهوشان)

۱) ۲ ۲) $۲^{x-۲}$ ۳) $۲^{x-۹}$ ۴) ۱

دانلود از اپلیکیشن پادرس

ضرب و تقسیم اعداد توان‌دار :

مفهوم توان : $a^m = \underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{m} \qquad (m \in n)$

قوانین پایه ای توان (یادآوری و تکمیل) :

✵ نکته ها :

۱) $a^{۱} = a$ — مثال : $\left(\frac{۲}{۵}\right)^{۱} = \frac{۲}{۵}$

۲) $a^{۰} = ۱ \qquad (a \neq ۰)$ — مثال : $\left[-\left(-\frac{۸}{۵}\right)\right]^{۰} = ۱$

۳) $۱^n = ۱$ — مثال : $۱^{۱۰۰} = ۱$

۴) $a^m \times a^n = a^{m+n}$ — مثال : $(-۴)^{۳}(-۴)^{۳}(-۴) = (-۴)^{۶}$

۵) $a^m \times b^m = (ab)^m$ — مثال : $۸^{۴} \times ۵^{۴} = ۴۰^{۴}$

۶) $a^m \div a^n = a^{m-n} \qquad (a \neq ۰)$ — مثال : $۷^{۵} \div ۷^{۳} = ۷^{۵-۳} = ۷^{۳}$

۷) $a^m \div b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m \qquad (b \neq ۰)$ — مثال : $۳^{۶} \div ۵^{۶} = \left(\frac{۳}{۵}\right)^{۶}$

۸) $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m} \qquad (b \neq ۰)$ — مثال : $\left(\frac{۷}{۸}\right)^{۴} = \frac{۷^{۴}}{۸^{۴}}$

۹) $\left.\begin{array}{l} a^n \div a^n = \left(\frac{a}{a}\right)^n = ۱^n = ۱ \\ a^n \div a^n = a^{n-n} = a^{۰} \end{array}\right\} \Rightarrow a^{۰} = ۱ (n \in N, a \neq ۰)$

۱۰) توان منفی $a^{-n} = \frac{۱}{a^n}$

مثال : $۹^{۲} \div ۹^{۵} = ۹^{-۳}$ یا $\frac{۹^{۲}}{۹^{۵}} = \frac{۱}{۹^{۳}} \Rightarrow ۹^{-۳} = \frac{۱}{۹^{۳}} = \left(\frac{۱}{۹}\right)^{۳}$

دانلود از اپلیکیشن پادرس
h.r.khadem telegram.me/riazimokamel

۱۱) $(a_1 \times a_2 \times a_3 \times \ldots \times a_n)^m = a_1^m \times a_2^m \times a_3^m \times \ldots \times a_n^m$

۱۲) $(a^n)^m = a^{n \times m}$ مثال : $(2^3)^2 = 2^6$

❋ **نکته ۱ :** توجه کنید که دو عدد a^{n^m} و $(a^n)^m$ لزوماً برابر نیستند .

مثال : دو عدد 2^{3^2} و $(2^3)^2$ را در نظر بگیرید :

$$(2^3)^2 = 2^6 \quad و \quad 2^{3^2} = 2^9 \Rightarrow (2^3)^2 \neq 2^{3^2}$$

مثال : به تساوی های زیر توجه کنید :

$$(3^2)^{2^3} = (3^2)^8 = 3^{16} \quad و \quad 3^{5^2} = 3^{25} \quad و \quad \left(\left((3^2)^5\right)^3\right)^0 = 1 \quad و \quad \left((3^2)^5\right)^{3^0} = 3^{10}$$

❋ **نکته ۲ :** اگر n عددی زوج و $a \neq 0$ باشد ، آن گاه $-a^n \neq (-a)^n$

مثال :

$$\left.\begin{array}{l}(-2)^4 = (-2)(-2)(-2)(-2) = +16 \\ -2^4 = -(2 \times 2 \times 2 \times 2) = -16\end{array}\right\} \Rightarrow -(-2)^4 \neq -2^4$$

❋ **نکته ۳ :** اگر عدد منفی به توان زوج برسد ، حاصل عددی مثبت و اگر به توان فرد برسد حاصل عددی منفی است .

مثال :

$(-3)^4 = 81$ $\qquad$ $(-3)^3 = -27$

$(-a)^{2k} = a^{2k}$ $\qquad$ $(-a)^{2k+1} = -a^{2k+1} (k \in z)$

❋ **نکته ۴ :** در ضرب و تقسیم اعداد توان دار اگر نه پایه و نه توان هیچ کدام مساوی نباشند قاعده ای برای ضرب یا تقسیم وجود ندارد . بنابراین $a^m \times b^n (a \neq b, m \neq n)$ ساده نمی شود . اما اگر a و b پس از تجزیه ، عامل های مشترک داشته باشند ، طبق قوانین توان ساده می شوند .

مثال :

$$8^3 \times 2^5 = (2^3)^3 \times 2^5 = 2^9 \times 2^5 = 2^{14}$$

دانلود از اپلیکیشن پادرس

تساوی توان ها :

در تساوی دو عدد توان دار ، در صورتی که پایه ها مساوی باشند توان ها نیز مساویند .

$$a^m = a^n \Rightarrow m = n$$

❋ **نکته :** در صورت وجود عوامل جدا کننده در عبارت های توان دار ، می توانیم جای توان ها را عوض کنیم :

$$\left[\left(a^m\right)^n\right]^p = \left(a^p\right)^{mn} = \left(a^m\right)^{pn} = \left(a^n\right)^{pm} = a^{nmp}$$

تستهای مربوطه :

۲۴ - حاصل کسر $\frac{۳^۴ \times ۶^۳ \times ۲^۲ \times ۵}{۵ \times ۶^۲ \times ۲^۶ \times ۳^۸}$ **برابر است با :** (نمونه دولتی ۸۱)

۱) $\frac{۱}{۶^۵}$ ۲) $\frac{۱}{۶}$ ۳) $\frac{۲}{۶}$ ۴) $\frac{۱}{۶^۳}$

۲۵ - معکوس عبارت $\frac{۶^۵ \times ۶}{۶^۸}$ **برابر است :** (نمونه دولتی ۷۶)

۱) $\frac{۱}{۳۶}$ ۲) $\frac{۱}{۶}$ ۳) ۳۶ ۴) ۶

۲۶- چه کسری از $۲^{۲۷}$ **برابر** $۲^{۲۳}$ **است .** (نمونه دولتی ۷۱)

۱) $\frac{۲۳}{۲۷}$ ۲) $\frac{۸}{۲۷}$ ۳) $\frac{۱}{۸}$ ۴) $\frac{۱}{۱۶}$

۲۷- عدد $۸^{۱۴} \times ۹^{۱۵}$ **چند برابر** $۷۲^{۱۴}$ **است .** (نمونه دولتی ۷٤)

۱) ۹ ۲) ۸ ۳) ۷۲ ۴) ۱۵

۲۸ - حاصل $\left[\left(۱۰^۲\right)^۳\right]^۲ \times \left(۱۰^{۲^۳}\right)^۲ \times \left(۱۰^۲\right)^{۳^۲} \times ۱۰^{۲^{۳^۲}}$ **کدام است ؟**

۱) $۱۰^{۵۵۲}$ ۲) $۱۰^{۳۶}$ ۳) $۱۰^{۵۲۰}$ ۴) $۱۰^{۵۵۸}$

۲۹ - اگر عدد طبیعی ۱ تا ۲۰ را در هم ضرب کنیم و سپس عدد حاصل را به عوامل اول تجزیه کنیم، توان عدد در حاصلضرب چقدر است ؟ (نمونه دولتی ۷٦)

۱) ۱۰ ۲) ۱۷ ۳) ۱۸ ۴) ۱۴

۳۰ - حاصل عبارت $\frac{۲۰^۵ \times ۱۴^۵}{۳۵^۶ \times ۸^۴}$ **برابر است با :** (نمونه دولتی ۷۳)

۱) $\frac{۱}{۳۵ \times ۸}$ ۲) $\frac{۸}{۳۵}$ ۳) $\frac{۷}{۱۰}$ ۴) $\frac{۱}{۷ \times ۱۰}$

دانلود از اپلیکیشن پادرس
h.r.khadem telegram.me/riazimokamel

۳۱ - حاصل عبارت $۲^{\frac{۱۹}{۸}} \times ۵^{۳} \times ۲^{\frac{۵}{۸}}$ به صورت عدد تواندار کدام است ؟ (مسابقات علمی)

۱) $۱۰^{۶}$ ۲) $۱۰^{۳}$ ۳) $۹^{۶}$ ۴) $۹^{۳}$

۳۲ - حاصل $\dfrac{۸۱^{-۳} \times ۲۷^{-۱۶}}{\left(\frac{۱}{۹}\right)^{۵} \times ۳^{-۶۰}}$ برابر است با : (مسابقات علمی)

۱) $۹^{۵}$ ۲) $۳^{۸}$ ۳) $۲۷^{۵}$ ۴) $\left(\frac{۱}{۳}\right)^{۱۰}$

۳۳ - عدد $۲^{۲۱۳} \times ۵^{۱۴۲}$ برابر است با :

۱) $۱۰۰^{۷۱}$ ۲) $۲۰۰^{۱۷}$ ۳) $۲۰۰^{۷۱}$ ۴) $۱۰^{۱۴۲}$

۳۴ - حاصل عدد $۷۵ \times ۳^{۳} \times ۵^{۲}$ کدام عدد زیر است ؟

۱) $۵^{۴}$ ۲) $۱۵^{۴}$ ۳) $۵^{۶}$ ۴) $۱۵^{۶}$

۳۵ - حاصل $(۱۶)^{۰/۷۵} \times \left(۱\frac{۱}{۲}\right)^{۳}$ برابر است با .....

۱) ۹ ۲) ۲۷ ۳) $\left(\frac{۲}{۳}\right)^{۳}$ ۴) نمی‌توان محاسبه کرد

۳۶ - حاصل $۱ - \left(\dfrac{a^{۷} - a^{۹}}{a^{۷}}\right)$ کدام است؟

۱) -۱ ۲) $-a^{۲}$ ۳) $a^{۲} - ۱$ ۴) $a^{۲}$

۳۷ - حاصل عبارت $\left(۳^{-۲} - ۲^{-۲}\right)^{-۱}$ برابر است با : (انرژی اتمی ۷۵)

۱) ۱۳ ۲) ۱ ۳) $-۷/۲$ ۴) $-۵/۴$

۳۸ - حاصل $\left(\frac{۴}{۷}\right)^{۳} \times \left(۱\frac{۳}{۴}\right)^{۷}$ برابر است با : (نمونه دولتی ۷۳)

۱) $۱^{۱۰}$ ۲) $\left(\frac{۴}{۷}\right)^{۱۰}$ ۳) $\left(\frac{۷}{۴}\right)^{۴}$ ۴) $\left(\frac{۷}{۴}\right)^{۱۰}$

۳۹ - حاصل عبارت $\left(۱/۲۵ \times ۲^{۰/۷}\right) \times ۲^{۲/۳}$ برابر است با : (نمونه دولتی ۷۲)

۱) ۱۲/۸ ۲) ۱۶/۲ ۳) ۱۰ ۴) ۲/۰۴

۴۰ - حاصل کسر $\dfrac{(۰/۱۲)^{۳} + (۰/۰۶)^{۳} + (۰/۰۳)^{۳}}{(۰/۰۳)^{۳}}$ برابر است با : (نمونه دولتی ۷۲)

۱) $۷^{۳}$ ۲) ۷۳ ۳) $(۰/۱۸)^{۳}$ ۴) $(۰/۷۳)^{۳}$

دانلود از اپلیکیشن پادرس
h.r.khadem telegram.me/riazimokamel

نصف ، ثلث ، ربع ، خمس و ... در اعداد توان دار :

برای پیداکردن نصف ، ثلث ، ربع ، خمس در اعداد توان دار کافی است عبارت داده شده را به ترتیب بر ۲ ،۳ ،۴ ،۵ تقسیم کرده ویا در $\frac{۱}{۲}$ ، $\frac{۱}{۳}$ ، $\frac{۱}{۴}$ ، $\frac{۱}{۵}$ ضرب کنیم.

مثال ۱ : نصف عدد $۲^{۴۰}$ چه عددی است ؟ (نمونه دولتی)

۱) $۱^{۲۰}$ ۲) $۲^{۲۰}$ ۳) $۱^{۴۰}$ ٤) $۲^{۳۹}$

حل : گزینه ٤ درست است . $۲^{۴۰} \div ۲^{۱} = ۲^{۴۰-۱} = ۲^{۳۹}$

مثال ۲ : ثلث عدد $۹^{۴n-۲}$ چه عددی است ؟ (انرژی اتمی ۷۵)

۱) $۳^{۸n-۵}$ ۲) $۳^{۴n-۲}$ ۳) $۳^{۴n-۵}$ ٤) $۳^{۸n-۳}$

حل : گزینه ۱ درست است . $۹^{۴n-۲} \div ۳ = \left(۳^{۲}\right)^{۴n-۲} \div ۳ = ۳^{۸n-۴} \div ۳^{۱} = ۳^{۸n-۴-۱} = ۳^{۸n-۵}$

❋ ***نکته*** : برای پیدا کردن نصف ، ثلث ، ربع ، خمس در اعداد توان داری که پایه آن ها به صورت کسری است بهتر است عبارت داده شده را $\frac{۱}{۲}$ ، $\frac{۱}{۳}$ ، $\frac{۱}{۴}$ ، $\frac{۱}{۵}$ ضرب کنیم :

مثال : کدام گزینه ثلث عدد $\left(\frac{۱}{۹}\right)^{۲۴}$ است ؟ (نمونه دولتی ۷٤)

۱) $۹^{۲۴}$ ۲) $\left(\frac{۱}{۳}\right)^{۲۴}$ ۳) $\left(\frac{۱}{۹}\right)^{۲۳}$ ٤) $\left(\frac{۱}{۳}\right)^{۴۹}$

حل : گزینه ٤ درست است .

$$\left(\frac{۱}{۹}\right)^{۲۴} \times \frac{۱}{۳} = \left(\left(\frac{۱}{۳}\right)^{۲}\right)^{۲۴} \times \frac{۱}{۳} = \left(\frac{۱}{۳}\right)^{۴۸} \times \left(\frac{۱}{۳}\right)^{۱} = \left(\frac{۱}{۳}\right)^{۴۹}$$

دانلود از اپلیکیشن پادرس

تستهای مربوطه :

۴۱- ثلث عدد $۳^{۹}$ برابر است با : (نمونه دولتی ۷۳)

۱) $۳^{۳}$ ۲) $۳^{۸}$ ۳) $۱^{۹}$ ۴) $۱^{۳}$

۴۲ - نصف عدد $۸^{۴n-۲}$ چقدر است ؟ (مسابقات علمی)

۱) $۴^{۴n-۲}$ ۲) $۸^{۴n-۳}$ ۳) $۲^{۱۲n-۷}$ ۴) $۸^{۴n-۱}$

۴۳ - نصف عدد $۴^{۲k-۴}$ برابر است با : (المپیاد ریاضی ۷۶)

۱) $۲^{۲k-۶}$ ۲) $۲^{۲k-۵}$ ۳) $۲^{۴k-۹}$ ۴) $۳^{۴k-۵}$

۴۴ - خمس عدد $۲۵^{۲a-۳}$ کدام است ؟ (مسابقات علمی)

۱) $۵^{۴a-۴}$ ۲) $۵^{۴a-۵}$ ۳) $۵^{۴a-۶}$ ۴) $۵^{۴a-۷}$

۴۵ - n چقدر باشد تا ربع ۱۶^{n} مساوی ۶۴ باشد ؟ (المپیاد ریاضی ۷۴)

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) ۳ ۴) -۲

جایگذاری در اعداد توان دار :

نوع اول جایگذاری :

مثال ۱ : اگر $2^{x}=5$ باشد 16^{x} چقدر است ؟ (نمونه دولتی ۷۱)

۱) ۵ ۲) ۲۵ ۳) ۱۲۵ ۴) ۶۲۵

حل : گزینه ۴ درست است .

$$۱۶^{x}=\left(۲^{۴}\right)^{x}=\left(۲^{x}\right)^{۴}=(۵)^{۴}=۶۲۵$$

نوع دوم جایگذاری :

مثال ۱ : اگر $۲^{b}=۵$ باشد $۲^{b+۳}$ کدام است ؟ (مدارس هماهنگ ۸۳)

۱) ۶۴ ۲) ۴۰ ۳) ۲۸ ۴) $۲^{۸}$

حل : گزینه ۴ درست است .

$$۲^{b+۳}=۲^{b}\times۲^{۳}=۵\times۲^{۳}=۵\times۸=۴۰$$

دانلود از اپلیکیشن پادرس
h.r.khadem telegram.me/riazimokamel

نوع سوم جایگذاری (حالت ترکیبی) :

مثال ۱ : اگر $۳^{x} = ۲$ مقدار $۹^{۲x+۱}$ برابر است ؟ (المپیاد ریاضی ۸۰)

۱) ۱۴۴ ۲) ۲۴۳ ۳) ۳۲ ۴) ۶۴

حل : گزینه ۱ درست است .

$$۹^{۲x+۱} = ۹^{۲x} \times ۹^{۱} = \left(۳^{۲}\right)^{۲x} \times ۹ = ۳^{۴x} \times ۹ = \left(۳^{x}\right)^{۴} \times ۹ = (۲)^{۴} \times ۹ = ۱۶ \times ۹ = ۱۴۴$$

تستهای مربوطه :

۴۶ - اگر $۳^{a} = ۱۰$ باشد ، حاصل عبارت $۲۷^{a+۱}$ کدام است ؟ (نمونه دولتی ۷۶)

۱) ۲۷۰۰۰ ۲) ۲۷۰ ۳) ۲۷۰۰ ۴) ۲۷

۴۷ - اگر $۴^{x} = ۱۰$ باشد حاصل عبارت $۲^{۲x-۲} \times ۴^{x+۲}$ کدام گزینه است ؟ (المپیاد ریاضی ۷۶)

۱) ۱۶۰ ۲) ۱۶۲/۵ ۳) ۴۰ ۴) ۴۰۰

۴۸ - اگر $x = ۲^{۱۰۰}$ باشد ، حاصل $۱۶^{۵۱}$ چقدر است ؟ (المپیاد ریاضی ۷۸)

۱) $۴x^{۲}$ ۲) $۴x^{۴}$ ۳) $۱۶x^{۲}$ ۴) $۱۶x^{۴}$

۴۹ - اگر $۲^{a} = ۱۰$ باشد ، مقدار عبارت $(۰/۲۵)^{a} + (۰/۵)^{a}$ کدام است ؟ (مسابقات علمی)

۱) ۰/۰۲ ۲) ۰/۱۲ ۳) ۰/۱۱ ۴) ۰/۰۱

۵۰ - اگر $۷^{۳۰} = ۴۹a + ۹۸$ باشد مقدار $۷^{۲۸}$ بر حسب a برابر است با : (علامه طباطبایی ۷۹ و ۸۱)

۱) $\frac{a}{۴۹}$ ۲) $۴۹a + ۲$ ۳) $a - ۲$ ۴) $a + ۲$

۵۱ - اگر $۳^{x} = ۶$ باشد حاصل $\frac{۲^{(x+۱)} + ۲^{(x+۲)}}{۶^{x}}$ کدام است ؟ (دکتر حسابی ۸۱)

۱) ۱ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) ۲ ۴) $\frac{۷}{۶}$

۵۲ - اگر $۷^{۲a-۶} = ۱$ باشد آنگاه حاصل $۳\left(a^{-۱} - ۲a^{-۲}\right)$ چقدر خواهد بود ؟ (نمونه دولتی ۷۳)

۱) $\frac{۴}{۵}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) ۲۰ ۴) $\frac{۵}{۶}$

۵۳ - اگر $x = ۵^{۲۳}$ باشد حاصل $۵x^{۱۶}$ به صورت یک عدد تواندار کدام است ؟ (علامه طباطبایی ۸۰)

۱) $۵^{۹۷}$ ۲) $۵^{۱۲۰}$ ۳) $۵^{۱۲۹}$ ۴) $۵^{۱۳۰}$

دانلود از اپلیکیشن پادرس

معادله توانی :

معادله توانی ، معادله ای است وه مجهول آن در توان باشد ، مثل $۶^x = ۳۶$. برای چنین معادله ای در صورت امکان دو طرف معادله را به دو عدد توان دار با پایه های مساوی تبدیل کرده ، سپس نماها را مساوی قرار داده و معادله را حل می کنیم .

$$۶^x = ۶^۲ \Rightarrow x = ۲$$

مثال :

$$۱)\ ۲^{x+۱} = ۳۲ \Rightarrow ۲^{x+۱} = ۲^۵ \Rightarrow x+۱ = ۵ \Rightarrow x = ۵-۱ \Rightarrow x = ۴$$

$$۲)\ ۶۲۵^{x+۳} = ۵^{۲x-۶} \Rightarrow \left(۵^۴\right)^{x+۳} = ۵^{۲x-۶} \Rightarrow ۵^{۴x+۱۲} = ۵^{۲x-۶} \Rightarrow ۴x+۱۲ = ۲x-۶$$
$$\Rightarrow ۴x-۲x = -۶-۱۲ \Rightarrow ۲x = -۱۸ \Rightarrow x = -۹$$

❋ ***نکته ۱ :*** پس در حل معادله توانی مراحل زیر را طی می کنیم :

۱ - در معادله $۲^{۲x} \times ۴ + ۲۴ = ۲۸۰$ مقدار x کدام است ؟ (المپیاد ریاضی ۸۲)

۱) ۲ **۲) ۵** **۳) ۳** **٤) ۴**

حل :

۱) در مرحله اول معادله توانی داده شده را معلوم و مجهول می کنیم .

$$۲^{۲x} \times ۴ = ۲۸۰ - ۲۴ = ۲۵۶ = ۲^۸$$

۲) در مرحله دوم دو طرف معادله را به صورت دو عدد تواندار با پایه های مساوی تبدیل می کنیم .

$$۲^{۲x} \times ۲^۲ = ۲^۸ \Rightarrow ۲^{۲x+۲} = ۲^۸$$

۳) در مرحله سوم توان های دو طرف را مساوی قرار داده و تشکیل معادله می دهیم .

$$۲x+۲ = ۸$$

۴) در مرحله چهارم معادله بوجود آمده را حل کرده و مقدار مجهول را به دست می آوریم .

$$۲x+۲ = ۸ \Rightarrow ۲x = ۸-۲ \Rightarrow ۲x = ۶ \Rightarrow x = \frac{۶}{۲} \Rightarrow x = ۳$$

دانلود از اپلیکیشن پادرس
h.r.khadem telegram.me/riazimokamel

❋ **نکته ۲ :** در حل معادلات توانی که علامت مابین عبارتهای مجهولی جمع یا تفریق باشد از فاکتور گیری استفاده می کنیم :

مثال ۱ : اگر $۲^x + ۲^{x+۱} = ۹۶$ مقدار x کدام است ؟ (مفید ۸۰)

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

حل : گزینه ۳ درست است . $۲^x + ۲^x \times ۲^۱ = ۹۶ \Rightarrow ۲^x(۱+۲^۱) = ۹۶ \Rightarrow ۲^x = \frac{۹۶}{۳} = ۳۲ = ۲^۵ \Rightarrow x = ۵$

مثال ۲ : اگر $۳^x + ۳^{x-۱} + ۳^{x-۲} = ۳۹$ باشد مقدار x چقدر است ؟ (نمونه دولتی ۸۶)

۱) ۷ ۲) ۵ ۳) $\frac{۱}{۵}$ ۴) ۳

حل : گزینه ۴ درست است .

$$۳^x(۱+۳^{-۱}+۳^{-۲}) = ۳۹ \Rightarrow ۳^x\left(۱+\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۳^۲}\right) = ۳۹ \Rightarrow ۳^x\left(\frac{۱۳}{۹}\right) = ۳۹ \Rightarrow ۳^x = ۳۹ \div \frac{۱۳}{۹}$$

$$۳^x = ۳۹ \times \frac{۹}{۱۳} \Rightarrow ۳^x = ۲۷ \Rightarrow ۳^x = ۳^۳ \Rightarrow x = ۳$$

❋ **نکته ۳ :** در حل معادلات توانی اگر طرف دوم تساوی ، مساوی ۱ باشد . با استفاده از نکته (**هر عدد به توان صفر مساوی یک است.**) توان را مساوی صفر قرار می دهیم .

مثال ۱ : اگر $۵^{۲x-۴} = ۱$ باشد ، مقدار x کدام است ؟ (المپیاد ریاضی ۸۲)

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

حل : گزینه ۳ درست است .

$$۵^{۲x-۴} = ۱ \Rightarrow ۲x-۴ = ۰ \Rightarrow ۲x = ۴ \Rightarrow x = \frac{۴}{۲} \Rightarrow x = ۲$$

روش دیگر : $۵^{۲x-۴} = ۱ \Rightarrow ۵^{۲x-۴} = ۱ = ۵^۰ \Rightarrow ۲x-۴ = ۰ \Rightarrow x = ۲$

دانلود از اپلیکیشن پادرس

تستهای مربوطه :

۵۴ - اگر $۵^{x}\times ۵^{x+۱}=۱$ باشد ، مقدار x برابر است با : (نمونه دولتی ۸۰)

۱) ۵ ۲) ۳ ۳) $-\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۵۵ - اگر $۳^{۲(a-۱)}=۱$ باشد آن گاه مقدار a برابر است با : (نمونه دولتی ۸۱)

۱) ۱ ۲) -۲ ۳) -۱ ۴) ۲

۵۶ - در عبارت $۲۵^{۴x-۳}\times ۵^{x-۱۲}=۱$ مقدار x کدام است ؟ (المپیاد ریاضی ۷۹)

۱) ۲ ۲) -۲ ۳) ± ۲ ۴) ۱

۵۷ - در تساوی $۳^{۳}\times ۹^{x}=۳^{۱۳}$ مقدار x برابر است با : (تیزهوشان ۸۰)

۱) $x=۲$ ۲) $x=۳$ ۳) $x=۵$ ۴) $x=۶$

۵۸- اگر داشته باشیم $۲^{۲n+۱}=۲^{۲n}+۶۴$، مقدار n کدام است ؟ (تیزهوشان۸۱)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۵۹ - مقدار x در معادله $۲^{۲x-۳}+۸=۴۰$ کدام است ؟ (نمونه دولتی ۸۱)

۱) ۸ ۲) ۵ ۳) ۴ ۴) -۴

۶۰- اگر $۲^{x+۳}\times ۳^{x+۲}=۷۲$ باشد مقدار x چقدر خواهد بود ؟ (المپیاد ریاضی ۷۸)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) صفر ۴) -۱

۶۱ - اگر $۳^{۴x-۸}\times\left(\frac{۱}{۲۷}\right)^{۲x}=\left(\frac{۱}{۹^{۲}}\right)$ باشد مقدار x چقدر است ؟ (المپیاد ریاضی ۷۹)

۱) -۲ ۲) ۲ ۳) -۳ ۴) ۳

۶۲ - در صورتی که $۲^{x}\times ۲^{y}=۲^{۶}$ و $۲^{۳x}\times ۲^{-y}=۲^{۱۰}$ باشد . مقدار x و y کدام است ؟ (نمونه دولتی ۸۲)

۱) $\begin{cases}x=۸\\y=-۲\end{cases}$ ۲) $\begin{cases}x=۲\\y=۴\end{cases}$ ۳) $\begin{cases}x=۴\\y=۲\end{cases}$ ۴) $\begin{cases}x=-۲\\y=۸\end{cases}$

۶۳ - باتوجه به معادله $\begin{cases}x^{۲m}\times x^{n}=x^{۷}\\x^{m}\div x^{۲n}=x\end{cases}$ مقدار m و n را حساب کنید . (نمونه دولتی ۸۲)

۱) $\begin{cases}m=-۲\\n=-۱\end{cases}$ ۲) $\begin{cases}m=۳\\n=-۱\end{cases}$ ۳) $\begin{cases}m=۱\\n=-۳\end{cases}$ ۴) $\begin{cases}m=۳\\n=۱\end{cases}$

۶۴ - بافرض $۲^{x}=۸^{y+۱}$ و $۹^{y}=۳^{x-۹}$ ، مقدار $x+y$ برابر است با : (انرژی اتمی۷۶)

۱) ۱۸ ۲) ۲۴ ۳) ۳۰ ۴) ۲۷

دانلود از اپلیکیشن پادرس
h.r.khadem telegram.me/riazimokamel

مربوط به دانش آموزان علاقه مند به شرکت در آزمون تیزهوشان

۱ - ثلث عدد $۵\times۳^{۱۶}-۳\times۳^{۱۴}+۷\times۳^{۱۵}-۴\times۳^{۱۶}$ کدام است ؟ (انرژی اتمی ۸۱)

۱) $۳^{۱۵}$ ۲) $۳^{۱۶}$ ۳) $۳^{۱۷}$ ۴) $۳^{۱۸}$

۲ - اگر $(۰/۲)^{x-۲}=۲۵^{x-۲}$ مقدار $(۲x)^{۲x+۱}$ برابر است با : (انرژی اتمی ۷۶)

۱) $۴^{۴}$ ۲) $۲^{۱۱}$ ۳) $۲^{۱۰}$ ۴) $۸^{۵}$

۳ - اگر $۲a-۳b=۴$ ، مقدار $۴^{a}\div(۰/۱۲۵)^{۲-b}$ کدام است ؟

۱) ۱۲۸ ۲) ۲۵۶ ۳) ۵۱۲ ٤) ۱۰۲٤

٤ - اگر $(۳a-b)^{-۱}=\frac{۱}{۲}$ باشد حاصل $۸^{a}\div(۰/۵)^{۱-b}$ چیست ؟

۱) ۲ ب) ٤ ج) ۸ د) ۱٦

۵ - اگر $3^{-b}=7$ و $7^{-a}=3$ باشد ، حاصل $(۲ab-۱)^{۲۰۰۰}$ کدام است ؟

۱) صفر ب) $۳^{۲۰۰۰}$ ج) ۱ د) $۲۱^{۲۰۰۰}$

٦ - اگر $۳^{b}=۲$ و $۲^{a}=۳$ باشد حاصل $(۰/۲۵)^{-a}+۹^{b+۱}+۵ab$ کدام است ؟

۱) ۵۰ ب) ۳٦ ج) ٤۵ د) ٤٦

۷ - اگر $۵^{c}=۲$ و $۳^{b}=۵$ و $۲^{a}=۳$ باشد حاصل $۱۰^{۲abc}$ کدام است ؟ (مسابقات علمی)

۱) صفر ب) ۱ ج) ۱۰ د) ۱۰۰

۸ - اگر $۵^{a}=۳$ و $۳^{b}=۲$ حاصل عبارت زیر کدام است ؟ (مفید ۸۱)

$$\left[\frac{۹^{ab}}{۴^{a}}+\frac{۱۲۵^{ab}}{۵^{۲a}}\right]\times۵^{ab}$$

الف) $\frac{۱۷}{۹}$ ب) $\frac{۱۷}{۱۸}$ ج) $\frac{۳۴}{۱۸}$ د) $\frac{۳۴}{۹}$

۹ - در معادله ی $\frac{۳^{x+۱}-۳^{x-۱}}{۲۷^{۱-x}}=۷۲$ ، مقدار x کدام است ؟ (تیزهوشان)

الف) $\frac{۲}{۳}$ ب) $\frac{۳}{۲}$ ج) $\frac{۱}{۳}$ د) ۳

۱۰ - در عبارت $۷^{۲^{\frac{x+۱}{x}}}\times۷^{\left(\frac{۱}{۲}\right)^{\frac{-۱}{x}}}=۴۹^{۳}$ مقدار x کدام است ؟ (تیزهوشان ۷۸)

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) ۲− ٤) ۱−

۱۱ - اگر $۲^{a}=۳$ و $۳^{a}=۲$ باشد حاصل $(۳-۴ab)^{۳}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۹ ۳) ۱− ۴) ۱۶−

دانلود از اپلیکیشن پادرس
h.r.khadem telegram.me/riazimokamel

۱۲ - در معادله ی $۲^{x+۱} - ۲^{۶-x} = ۸$ ، مقدار x کدام است ؟ (تیزهوشان)

۱) -۳ ۲) ۳ ۳) -۱ ۴) -۴

۱۳ - در معادله ی $۲^{x+۱} + ۲^{۲-x} = ۶$ ، مقدار x کدام است ؟ (تیزهوشان)

۱) صفر ۲) ۳ ۳) ۱ ۴) گزینه ۱ و ۳ درست است.

۱۴ - در معادله ی $۸ \times ۲^{۲x^۲} + ۲ = ۲۰۵۰$ ، مقدار x کدام است ؟ (تیزهوشان)

۱) ± ۲ ۲) ۳ ۳) ± ۱ ۴) -۴

دانلود از اپلیکیشن پادرس
h.r.khadem telegram.me/riazimokamel