فصل ۲

فصل دوم : اعداد حقیقی

تبدیل عدد گویا به اعشاری

۱_ اعدادی که مخرج آنها پس از تجزیه فقط عوامل ۵ و ۲ (۵ یا ۲) باشد

در این صورت صورت و مخرج را در عددی ضرب می کنیم تا مخرج یکی از اعداد ۱۰ و ۱۰۰ و ۱۰۰۰ و ۱۰۰۰۰ و .... شود سپس عدد مورد نظر را به راحتی به اعشاری تبدیل می کنیم (یا با تقسیم صورت بر مخرج به جواب می رسیم در این صورت حتما با قیمانده صفر می شود)

مثل : $\frac{۵}{۸} \rightarrow ۵ \div ۸ = ۰/۶۲۵$ $\qquad$ $\frac{۴}{۵} = \frac{۸}{۱۰} = ۰/۸$

در مثال بالا مخرج ۵ و ۸ دارای فقط عامل ۲ و ۵ است

۲_ نماد اعشاری متناوب ساده :

در این مورد پس از تجزیه مخرج به عوامل اول مخرج دارای عوامل غیر از ۲ و ۵ است

در این صورت پس از تقسیم صورت بر مخرج در قسمت اعشاری اعدادی تکرار می شوند که به دوره گردش معروفند (بلافاصله بعد از ممیز)

مثال : $\frac{۱۱}{۹} \rightarrow ۱۱ \div ۹ = ۱/۲۲۲۲......= ۱/\overline{۲}$ $\qquad$ $\frac{۷}{۲۷} = ۰/۲۵۹۲۵۹ = ۰/\overline{۲۵۹}$

در دو کسر بالا می بینیم که ۲۷ و ۹ هر دو به عامل ۳ تجزیه می شود بدون عامل ۲ و ۵

۳_ نماد اعشاری متناوب مرکب :

اعدادی که پس از تجزیه مخرجشان دارای عوامل ۲ و ۵ و غیر از ۲ و ۵ نیز باشند(یعنی ترکیبی از ۲ و ۵ و عوامل اول دیگر)

پس از تقسیم صورت بر مخرج در قسمت اعشاری ابتدا یک یا چند عدد بدون دوره گردش وجود دارد و بعد دوره گردش آغاز می گردد .

مثال: $\frac{۷}{۶} \rightarrow ۷ \div ۶ = ۱/۱۶۶.....= ۱/۱\overline{۶}$ $\qquad$ $\frac{۵}{۲۲} = ۰/۲۲۷۲۷ = ۰/۲\overline{۲۷}$

در مثال بالا مخرج ۲۲ به عامل ۲ و ۱۱ و مخرج ۶ به عامل ۲ و ۳ تجزیه شده که دارای عامل ۲ و غیر از ۲ است

نکته : در جمع و تفریق اعداد اعشاری متناوب می توان از قوانین اعداد اعشاری استفاده کرد.

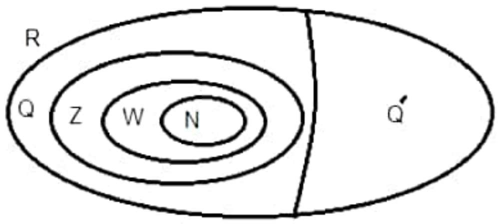
مثال : حاصل جمع و تفریق های زیر را به دست آورید.

$۳/\overline{۳} + ۷/۱\overline{۳} =$ $\qquad$ $۲/\overline{۵} + ۶/\overline{۳} =$

عدد ها به دو دسته ی اعداد گویا و گنگ تبدیل می شوند.

نکته : مجموعه ی اعداد گویا و اعداد گنگ را مجموعه ی اعداد حقیقی می نامند. و با $\mathbb{R}$ نشان می دهیم.

نمودار ون



$$\begin{cases} N \subseteq W \subseteq Z \subseteq Q \subseteq R \\ \acute{Q} \subseteq R \end{cases}$$

چند اصل در مورد اعداد گنگ

۱- بین دو عدد گنگ حداقل یک عدد گویا وجود دارد.
۲- بین دو عدد گویا حداقل یک عدد گنگ وجود دارد.
۳- بین دو عدد گنگ حداقل یک عدد گنگ وجود دارد.

نکته : اگر a عددی گویا و غیر صفر و b عددی گنگ باشد : $a\pm b$ و ab و $\frac{a}{b}$ و $\frac{b}{a}$ نیز اعدادی گنگ هستند.

نکته : قدر مطلق صفر مساوی صفر و قدر مطلق عددهای مثبت برابر خود آن عدد است . قدر مطلق هر عدد منفی قرینه ی آن است .

$$|A|\begin{cases} a = ۰ \Rightarrow |a| = ۰ \\ a > ۰ \Rightarrow |a| = a \\ a < ۰ \Rightarrow |a| = -a \end{cases}$$

نکته : عدد a را مثبت می نامند هر گاه $a>۰$ باشد . عدد a را نامنفی می نامند هر گاه $a\geq ۰$

نکته : عدد a را منف می نامند هر گاه $a<۰$ باشد . عدد a را نامنفی می نامند هر گاه $a\leq ۰$

نکته : با توجه به قوانین منطقی در ضرب علامت ها و جمع و تفریق اعداد علامت دار می توان یک نتیجه ی منطقی از یک عبارت گرفت .

مثال : اگر $a<۰ , b<۰$ حاصل عبارت $|a+b|$ با چه عبارتی برابر است؟

جواب : چون هر دو منفی هستند پس $|a+b| = -(a+b) = -a-b$

خواص در مطلق :

هر گاه a و b اعداد حقیقی باشند و n عدد صحیح مثبت باشد خواص زیر برقرارند.

۱- $|ab| = |a||b|$
۲- $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$
۳- $|a|^n = |a^n|$
۴- $|a+b| \leq |a| + |b|$
۵- $|a| - |b| \leq |a-b| \leq |a| + |b|$
۶- $\sqrt{a^۲} = |a|$
۷- $a + |a| \geq ۰$